

УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ

---

Др Б. М. ШЕВАРЛИЋ и Др З. М. БРКИЋ

# ГЕОДЕСКА АСТРОНОМИЈА

КЊИГА ПРВА

**ПОЛОЖАЈ НЕБЕСКОГ ТЕЛА**

ИЗДАВАЧКО ПРЕДУЗЕЋЕ  
**ГРАЂЕВИНСКА КЊИГА**

БЕОГРАД, 1963

Овај уџбеник одобрен је решењем Комисије за универзитетске уџбенике бр. 4355  
од 26. I 1963. год., као стални уџбеник за Грађевински факултет.

За предузеће одговара: *Љубица Јурела*, главни уредник — Уредник: *Драгомир Лазин*  
— Технички уредник: *Емилија Божиновић* — Коректор: *Олга Панџић* — Насловна  
страна: *Никола Дудић*.

---

Штампа: Графичко предузеће „Радиша Тимотић“ Београд, Обилићев венац бр. 5

## САДРЖАЈ

Предговор . . . . .	VII
1.0.1. Приступ . . . . .	1

### Глава прва

### ПОЛОЖАЈ

1.1.1. Небеска сфера и њени елементи . . . . .	4
1.1.2. Координатни системи за одређивање положаја небеског тела . . . . .	6
1.1.3. Привидно дневно обртање небеске сфере и звездано време. Небески екваторски координатни систем . . . . .	9
1.1.4. Координате тачке на Земљи . . . . .	11
1.1.5. Мере за углове . . . . .	12
1.1.6. Основни изрази Сферне тригонометрије подешени за примену у Астрономији . . . . .	14
1.1.7. Претварање координата . . . . .	22
1.1.8. Основне карактеристике звезда и основна сазвежђа . . . . .	28
1.1.9. Излаз и залаз небеског тела . . . . .	30
1.1.10. Пролаз небеског тела кроз меридијан . . . . .	33
1.1.11. Пролаз небеског тела кроз први вертикал . . . . .	35
1.1.12. Највећа дигресија небеског тела . . . . .	38
1.1.13. Израчунавање паралактичког угла . . . . .	40
1.1.14. Пролази небеског тела кроз дати алмукантар(at) . . . . .	44
1.1.15. Приближна хоризонтска ефемерида Северњаче . . . . .	46
1.1.16. Прираштаји хоризонтских координата . . . . .	49
1.1.17. Приближна хоризонтска ефемерида небеског тела око првог вертикала . . . . .	51
1.1.18. Приближна хоризонтска ефемерида небеског тела око меридијана . . . . .	53

**ВРЕМЕ И ГРАВИТАЦИЈА**

1.2.1.	Привидно годишње кретање Сунца и његове последице . . . . .	56
1.2.2.	Право Земљино годишње кретање око Сунца. Кеплерови закони . . . . .	61
1.2.3.	Право, средње и грађанско време . . . . .	65
1.2.4.	Месно, зонско и указно време . . . . .	68
1.2.5.	Веза између правог, средњег, грађанског, зонског и указног времена . . . . .	72
1.2.6.	Прелаз са звезданог на грађанско и с грађанског на звездано време . . . . .	78
1.2.7.	Одређивање изгледа звезданог неба . . . . .	85
1.2.8.	Извођење закона опште гравитације из Кеплерових закона и основних принципа Механике . . . . .	87
1.2.9.	Привидно и право Месечево кретање око Земље . . . . .	90
1.2.10.	Утицаји Месеца и Сунца на вертикалну и хоризонталну компоненту силе Земљине теже . . . . .	94
1.2.11.	Неравномерности Земљина обртања . . . . .	103
1.2.12.	Ефемеридско време, његове јединице и његово одређивање . . . . .	107
1.2.13.	Дефинисање јединица за ефемеридско време по аналогији на јединице за звездано и светско (одн. средње време) . . . . .	112

**ПРОМЕНЕ ПОЛОЖАЈА**

1.3.1.	Астрономска рефракција . . . . .	114
1.3.1.1.	Приближни израз . . . . .	116
1.3.1.2.	Тачнији изрази . . . . .	118
1.3.1.3.	Средња и права рефракција. Таблице . . . . .	119
1.3.1.4.	Утицај на излаз и залаз . . . . .	122
1.3.1.5.	Сумраци . . . . .	125
1.3.1.6.	Аномалије . . . . .	127
1.3.2.	Паралакса . . . . .	132
1.3.2.1.	Дневна паралакса и њен утицај на хоризонтске и екваторске координате Сунца . . . . .	134
1.3.2.2.	Одређивање даљина небеских тела у Сунчевом Систему . . . . .	142
1.3.2.3.	Годишња паралакса звезда и њен утицај на еклипичке и екваторске координате . . . . .	145
1.3.2.4.	Одређивање звезданих даљина тригонометријском методом . . . . .	151
1.3.3.	Аберација . . . . .	153
1.3.3.1.	Дневна аберација и њен утицај на екваторске координате . . . . .	157
1.3.3.2.	Утицај годишње аберације на еклипичке и екваторске координате . . . . .	159

1.3.4.	Прецесија . . . . .	164
1.3.4.1.	Утицај прецесије на екваторске координате . . . . .	169
1.3.5.	Астрономска нутација . . . . .	179
1.3.5.1.	Утицај астрономске нутације на екваторске координате . . . . .	182
1.3.6.	Сопствено кретање звезде и његов утицај на екваторске координате . . . . .	183
1.3.7.	Средњи, прави и привидни положај звезде и њихова међусобна веза . . . . .	192
1.3.8.	Периодично померање Земљиних полова . . . . .	203

#### Глава четврта

### КАТАЛОЗИ И ЕФЕМЕРИДЕ

1.4.1	Појам о апсолутном и релативном одређивању екваторских координата . . . . .	213
1.4.2.	Посматрачки звездани каталози . . . . .	219
1.4.3.	Фундаментални звездани каталози . . . . .	222
1.4.4.	Систематске грешке каталога . . . . .	225
1.4.5.	Астрономске ефемериде — годишњаци . . . . .	230
	Литература . . . . .	235
	Преглед појмова . . . . .	243
	Преглед имена . . . . .	255
	Преглед образаца . . . . .	258
	Преглед слика . . . . .	262
	Преглед примера . . . . .	264
	Преглед таблица . . . . .	266

## ПРЕДГОВОР

Ова књига представља први наш домаћи уџбеник Сферне астрономије и резултат је вишегодишњег наставничког и радног искуства писаца. Намењена је студентима геодеских одсека на нашим универзитетима, где се, без обзира на многе реформе у настави и на различите факултете, Сферна астрономија, као основа за изучавање Практичне астрономије, предаје углавном у току једног семестра са два часа предавања и два часа вежбања. Књига је у потпуности, и по начину излагања и по обиму, прилагођена наставним плановима и програмима за овај предмет на геодеским одсецима и *садржи само оно што се и ефективно предаје*. Како се, међутим, данас за примену у Вишој геодезији не врше скоро никаква посматрања Месеца нити планета, ни ова књига не представља потпуни курс Сферне астрономије. Зато јој није ни дат такав назив, већ само назив прве књиге Геодеске астрономије, у којој се обрађују начини одређивања положаја небеских тела, временске јединице и појаве које утичу на промену положаја небеских тела, као и основни појмови о звезданим каталозима и ефемеридима. Одељак о гравитацији, Месечеву кретању и утицају привлачне силе Месеца и Сунца на компоненте Земљине теже чини у овом погледу изузетак и унет је због његове употребе у Примењеној геофизици.

Писци су ставили себи у задатак да у другој књизи обраде методе за одређивање положаја тачке и правца на Земљи, као и друге примене Астрономије у Геодезији, али опет не излазећи много из оквира наставног плана и програма, а у трећој књизи да даду примере, вежбе и задатке за боље разумевање и прве и друге књиге. Трећа књига треба да садржи и неопходне константе, таблице, графиконе, номограме и карте — једном речју, материју која се обрађује на часовима вежбања из првог и другог дела Геодеске астрономије и која је од највеће важности за изучавање овог предмета и његову примену у пракси.

Због спорости опремања и штампања уџбеника до изласка на свет треће књиге проћи ће, иако се ништа изванредно не догоди, вероватно две до три године. Зато су дати већ у овој књизи најнужнији елементарни примери уза сваку методску јединицу где је то потребно. Примери се односе на географске координате наших места, а за њихову обраду коришћени су астрономски годишњаци за 1961. годину, и то најчешће *Годишњак нашег неба* Српске академије наука, а тамо где његови подаци нису били довољни, *Астрономическиј јежегодњик* Академије наука СССР.

Књига је писана под претпоставком да су у средњој школи пређени само најосновнији појмови из Космографије, а сва остала претходна знања дата су у њој на уводу у односне параграфе на најсажетији начин. У подробна тумачења основних астрономских појава се није улазило, а неки појмови из Математике, Физике и Геодезије узети су као већ познати, јер је књига намењена студентима четврте године. Тако, у првој глави, где се обрасци изводе на елементаран начин, скоро искључиво применом Сферне тригонометрије, краткоће ради није дато цело извођење, већ је само

назначен пут и дат завршни образац. Сматрамо да ће ово још више допринети да читалац са писаљком у руци сам изведе ове обрасце према датим упутствима и тако их боље научи.

У трећој глави, где су обрађене појаве које привидно мењају положаје небеских тела (рефракција, паралакса, аберације, прецесија, нутација, ...) прибегавало се простијем и очигледнијем геометријском начину описивања ових појава. Притом се доследно држало претпоставке о чврстој и лоптастој Земљи која се равномерно креће по кружној путањи, која даје просте а довољно тачне изразе за примену у Геодеској астрономији, препуштајући извођење тачних израза потпуном курсу Сферне астрономије за природно-математичке факултете. У тој глави дата су и основна знања о померањима Земљиних полова. Указано је и на начин давања података у астрономским годишњацима од 1960. године према најновијим одлукама Међународне астрономске уније.

За нумерисање параграфа у књизи употребљена је децимална нумерација, у којој прва цифра означава књигу, друга редни број главе, трећа редни број параграфа, а четврта, где је има, редни број тачке у односном параграфу. Математики изрази нумерисани су кроз целу књигу непрекидно од 1 до 466.

Цртежи су дати само тамо где су неопходни, па се читаоцу препоручује да уз остале одељке ради бољег разумевања сам начини потребне скице које намеће текст.

На крају књиге дата је основна литература, почев са краја XIX века па до 1962. године, коју су писци и користили при састављању овог уџбеника. Она се сва може наћи у домаћим библиотекама и представља путоказ за даље усавршавање геодеских инжењера астрономског смера и младих астронома који су се одали Геодеској астрономији, која данас, са најновијим открићима и са изванредним напретком инструментске технике, добива неслућено велики и научни и практични значај. За овај задатак од највеће су користи наведене монографије. Пада у очи да су у литературу из Сферне астрономије унети и неки уџбеници из Практичне астрономије. То долази или отуд што су каткад у једној књизи нераздвојно обухваћене обе ове астрономске гране, или отуд што их неки писци раније нису довољно оштро ни разликовали, па су под називом Практичне астрономије давали и Сферну, подразумевајући под Практичном данашњу Положајну астрономију у целини. У литератури су обухваћени и сви важнији приручници, инструкције, ефемериде, каталози и таблице са којима се астроном-геодета свакодневно среће у пракси.

Писци моле читаоце да им доставе примедбе које могу допринети да друго издање изиђе у савршенијем и потпунијем облику, како у стручном, тако и, нарочито, у методском погледу.

**1.0.1. Приступ.** — Астрономија је најстарија и најтачнија природна наука која изучава положаје, привидна и права кретања, даљине, димензије, масе, физичку природу, хемијски састав, постанак и развој небеских тела, и то како оних у нашој ужој насеобини — *Сунчеву Систему* (Сунце, планете, планетоиди, сателити природни и вештачки, комете, метеори и космичка прашина), тако и оних у нашој широј насеобини — *Звезданом Систему* или Галаксији (звезде, звездана јата, светле и тамне галактичке маглине и међузвездана материја) и, најзад, оних у другим звезданим системима, другим галаксијама — спиралним и другим *вангалактичким маглинама*. У Геодеској астрономији, чији је основни задатак одређивање координата тачке на Земљиној површини астрономским методама, посматрају се од небеских тела данас углавном звезде и Сунце.

До својих резултата Астрономија долази двома методама — посматрањем (мерењем) и њиховом математичком обрадом. Посматрања се данас врше оптичким и другим инструментима. Зато је услов за успешно изучавање Астрономије добро познавање Математике и Физике.

Астрономија се дели на :

1<sup>о</sup> *Сферну астрономију*, која даје математичка правила за дефинисање положаја небеских тела и изучавање њихових привидних кретања изазваних разним природним појавама.

2<sup>о</sup> *Практичну астрономију*, која даје методе за испитивање астрономских инструмената за одређивање положаја небеских тела и тачака на Земљи астрономским инструментима и за одређивање фундаменталних астрономских констаната.

Обе ове гране заједно називају се још *Положајна астрономија*, *Математичка астрономија* или *Астрометрија*. *Геодеска астрономија* била би, према томе, један одељак *Положајне астрономије*.

3<sup>о</sup> *Небеску механику*, која полазећи од закона Механике, до којих се дошло обрадом посматрања и извесних претпоставки, математички изучава законе правих трансляторних и обртних кретања небеских тела и облике ових тела.

4<sup>о</sup> *Теоријску астрономију*, која из положаја небеских тела одређених посматрањем израчунава њихове путање — орбите — и из ових



путања израчунава њихове положаје за сваки жељени тренутак у прошлости, садашњости и будућности, тз. ефемериде.

5<sup>o</sup> *Астрофизику* или *Физичку Астрономију*, која изучава физички и хемијски састав небеских тела и услове који на њима и у њима владају.

6<sup>o</sup> *Звездану астрономију*, која, користећи најчешће методе Математичке статистике, а исто тако Небеске механике и Астрофизику, изучава законитости живота и кретања звезда и звезданих група у нашем и другим звезданим системима.

7<sup>o</sup> *Космогонију*, која се бави питањима постанка и развоја појединих небеских тела и њихових система и, најзад,

8<sup>o</sup> *Космологију*, која покушава да докучи законитости којима се повинује Васиона као целина.

Основи свих ових грана Астрономије уче се често у виду уводног течаја под називом *Општа астрономија*.

Поред свог основног значаја који Астрономија има као једна од фундаменталних наука, она има велики идеолошки и васпитни значај у образовању правилног погледа на свет и свој велики практични значај при одређивању, одржавању и преношењу тачног времена, одређивању географских координата и премеру Земље, календарским и хронолошким рачунима, морепловству, ваздухопловству, космопловству итд. Она је, користећи се методама Математике и Физике, давала кроз читаву историју наука највећег подстрека за развој ове две науке, а затим Геодезије, Геофизику, Геохемије, Хемије и, најзад, Технике и Оптике, одакле долази њен значај за развој ових наука.

Овде је од највећег интереса њен значај за Вишу геодезију. Док ова последња може тригонометријским методама доћи до координата темених тачака у тригонометријским мрежама, које служе као основа за премер читаве Земље или њених делова, за Картографију и друге привредне, техничке и војне сврхе, дотле без Геодеске астрономије она не може доћи до координата полазне тачке. Зато су координате тригонометријских тачака одређене геодеским методама релативне. Тек после одређивања координата полазне тачке астрономским методама оне се могу свести на апсолутне. И азимут полазног правца може се одредити само астрономским методама. Зато се каже да Геодеска астрономија служи још и за апсолутну оријентацију основне тригонометријске мреже.

Математичка анализа и искуство показали су да за повећање тачности координата у основној тригонометријској мрежи није довољно астрономски одредити само полазну тачку, већ треба увести читав низ астрономски одређених тачака. Тако се дошло до појма *Лајласових шачака* које образују *астрономско-геодеску мрежу* — на коју се ослања триангулација првог реда.

За потребе одређивања облика геоида користи се знатно гушћа мрежа астрономски одређених тачака, но са нешто нижом тачношћу — то су тз. *геоидне шачке*.

Ако се задржимо само на најчешћим применама Астрономије у Геодезији, треба поменути и астрономске тачке нижега реда, које служе као основа премера на неиспитаним територијама (најчешће у експедицијама или у још непремереним областима), где експедитив-ношћу и непосредношћу свога одређивања служе да се што брже дође до оријентације или до првог премера. Детаљи се у овим случајевима одређују најчешће фотограметријски.

Сем тога треба поменути и астрономске тачке које су се нарочито раније користиле у степенским мерењима за одређивање Земљина сфероида.

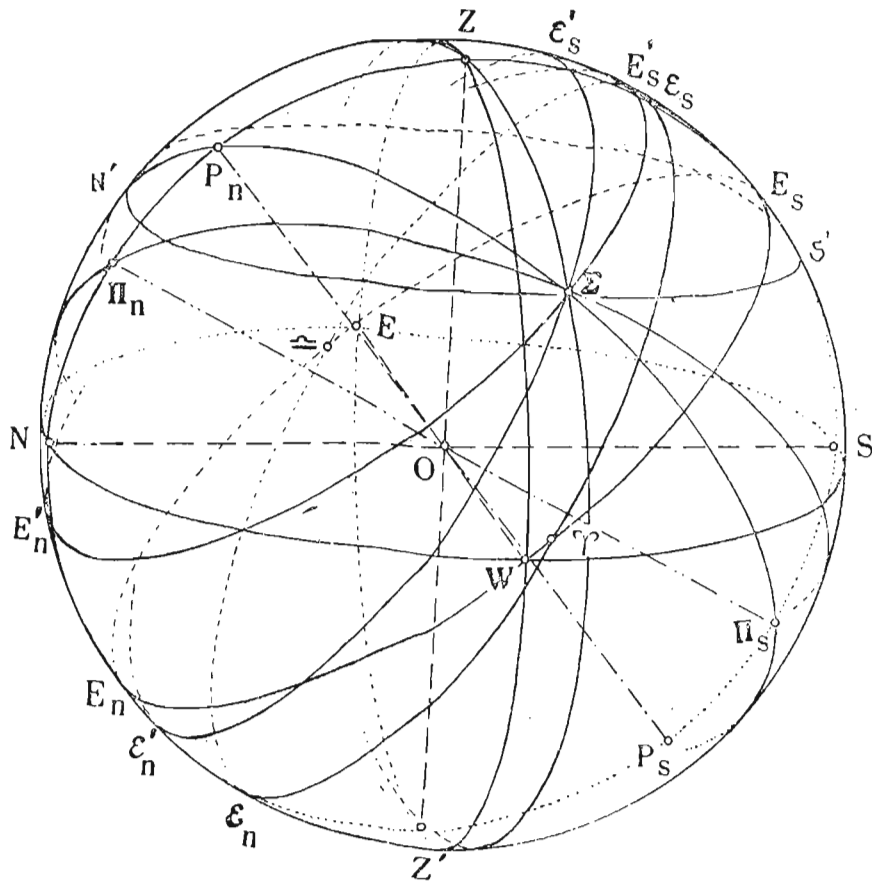
Од 1958. године врше се и астрономска посматрања вештачких Земљиних сателита за разне геодеске потребе и потребе морепловства (Вангард I).

На крају поменимо и најсуптилнија астрономска мерења у циљу испитивања померања Земљиних полова и континената и у циљу изучавања неправилности њена обртања, која по својој суштини спадају у Геодеску астрономију.

Подробније о астрономским радовима у Геодезији биће говора у другој књизи.

ПОЛОЖАЈ

**1.1.1. Небеска сфера и њени елементи.** — Због огромних даљина небеских тела не можемо непосредним посматрањем створити слику о њиховим удаљењима, па их у првој апроксимацији сматрамо сва на једнаким даљинама, сматрамо да се налазе на површини једне замишљене лопте, коју зовемо *небеска сфера*, пројектована у правцима у



Сл. 1. Небеска сфера и њени елементи

којима их са Земље видимо. Тако добивамо њихове *положаје* на небеској сфери, а изучавајући промене ових положаја изучавамо уствари њихова *кретања*. За средиште небеске сфере узимамо посматрачево

око (*шпооценшар*), некипут Земљино средиште (*геооценшар*), а некипут Сунчево средиште (*хелиооценшар*). Њен полупречник узимамо за јединицу, због чега се углови међу небеским телима и луци великих кругова међу њима на небеској сфери изражавају истим мерним бројевима.

Основне тачке, праве, кругови и равни на које се ослањамо при одређивању положаја и изучавању кретања у Сферној астрономији су (сл. 1):

1° *вершкала*  $ZOZ'$ , као правац резултанте силе Земљине гравитације и центрифугалне силе настале њеним обртањем — материјализује се правцем мирног виска;

2° *прави хоризон*  $SWNE$ , као круг небеске сфере настао пресеком равни која додирује Земљу у месту посматрања са небеском сфером и стоји управно на вертикали; треба га разликовати од *привидног хоризонта* — линије дуж које се „додирују небо и Земља“;

3° *зени*  $Z$  и *надир*  $Z'$ , као тачке продора вертикале кроз видљиву и невидљиву небеску полусферу;

4° *алмуканшар* (*аш*)  $S'\Sigma N'$ , као мали круг небеске сфере паралелан правом хоризонту;

5° *вершкал*  $Z\Sigma Z'$ , као велики круг небеске сфере дуж кога се сече свака раван која пролази кроз вертикалу — вертикална раван;

6° *небеска поларна осовина*  $P_n OP_s$  или *свешка осовина*, као продужени правац Земљине обртне осовине;

7° *небески полови*, као тачке продора небеске сфере небеском поларном осовином — један северни  $P_n$  и други јужни  $P_s$ ; северни је онај из кога се види да се сва небеска тела у току дана и ноћи крећу око Земље у смеру казаљке на часовнику, други је јужни;

8° *небески екватор* или кратко *екватор*  $E_s WE_n E$ , као велики круг небеске сфере настао њеним пресеком с екваторском равни, која пролази кроз Земљино средиште и стоји управно на светској осовини делећи небеску сферу на северну и јужну полусферу, које носе назив по истоименим половима што се на њима налазе;

9° *дневни паралел*  $E_s'\Sigma E_n'$ , као мали круг небеске сфере паралелан небеском екватору;

10° *часовни или деклинацијски круг*  $P_n \Sigma P_s$ , као велики круг небеске сфере настао пресеком њеним са равни која пролази кроз светску осовину;

11° *небески меридијан* или кратко *меридијан*  $P_n ZP_s$ , као велики круг небеске сфере настао њеним пресеком са равни која пролази кроз светску осовину и зенит;

12° *северна шачка*  $N$  и 13° *јужна шачка*  $S$ , као тачке пресека небеског меридијана с правим хоризонтом — северна лежи испод северног небеског пола, а јужна се налази дијаметрално супротно од ње;

14° *подневачка линија SON*, као права која спаја северну и јужну тачку хоризонта и дуж које се секу раван хоризонта и меридијанска раван;

15° *први вертикал EZW*, као велики круг небеске сфере чија је раван управна на равни меридијана;

16° *источна тачка E* и 17° *западна тачка W*, као тачке пресека првог вертикала с хоризонтом, од којих се источна налази на оном луку хоризонта где небеска тела излазе, а западна на супротном, где ова тела залазе;

18° *еклиптика  $\epsilon, \gamma \in_N$* , као велики круг небеске сфере по коме Сунце обавља привидно годишње кретање око Земље (в. § 1.2.1.);

19° *поларна осовина еклипике  $P_N O P_S$* , као права која пролази кроз Земљино средиште и стоји управно на равни еклипике;

20° *полови еклипике  $P_N$  и  $P_S$* , као тачке продора небеске сфере поларном осовином еклипике;

21° *тачка пролећне равнодневице или гама тачка  $\gamma$* , као пресек еклипике и небеског екватора у коме Сунце при свом привидном годишњем кретању прелази са јужне на северну небеску хемисферу;

22° *круг латитуде  $P_N \Sigma P_S$* , као велики круг небеске сфере који пролази кроз половине еклипике и небеско тело и

23° *круг лонгитуде  $\epsilon'_S \Sigma \epsilon'_N$* , као мали круг небеске сфере паралелан еклиптици, а који пролази кроз небеско тело.

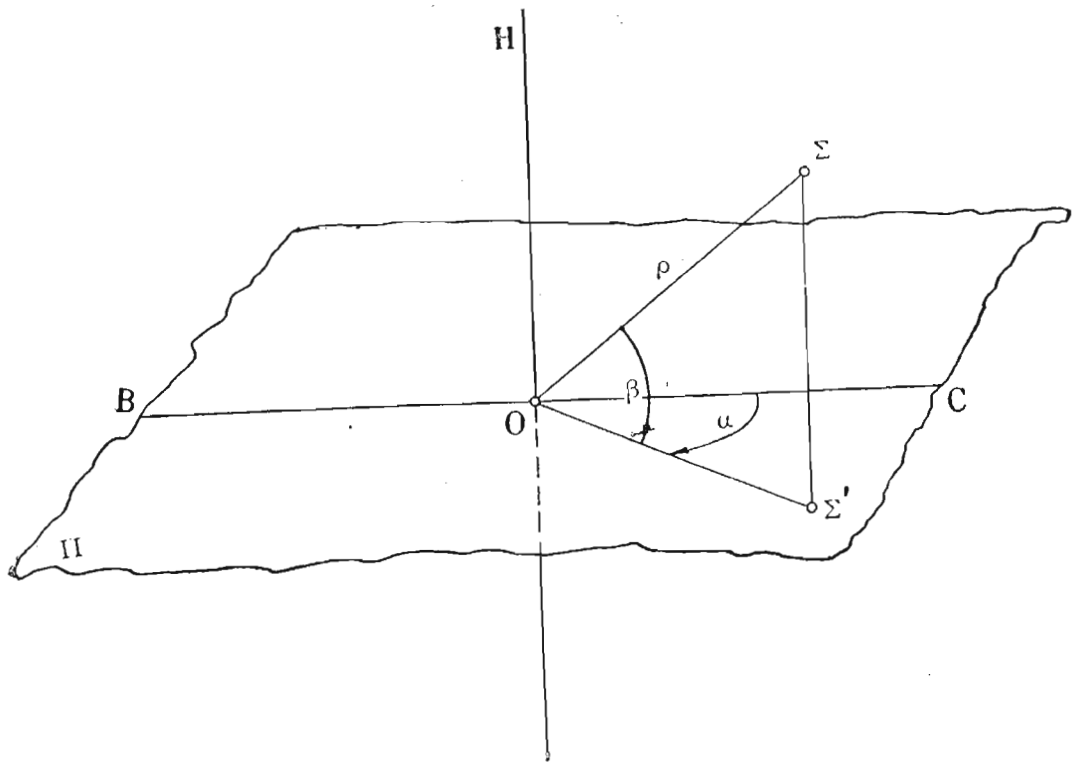
На тачним дефиницијама елемената небеске сфере изграђена је цела Положајна астрономија, па дакле и Геодеска астрономија као један њен део.

**1.1.2. Координатни системи за одређивање положаја небеског тела.** — Положаји небеских тела одређују се у Сферној астрономији помоћу сферног координатног система. Овај координатни систем одређен је основном равни  $P$  (сл. 2) и правом управном на њој  $OH$ , основним правцем у тој равни  $BOC$  и смером у коме се углови у њој рачунају позитивни. Координате у овом систему су потег  $\rho$  и два угла  $\alpha$  и  $\beta$ . У Сферној астрономији се овај потег, као полупречник небеске сфере, узима за јединицу и тако положај небеског тела на небеској сфери одређује само са два угла. Бирајући за основну раван једном, кад нам је то потребно, раван хоризонта, други пут раван екватора, трећи пут раван еклипике, долазимо до три врсте сферних координатних система у Геодеској астрономији, то су:

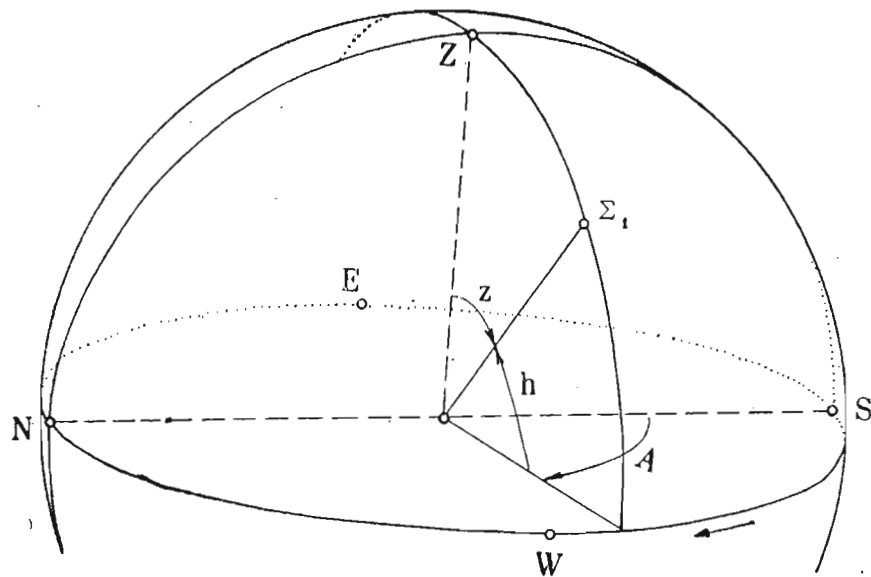
1° хоризонтски координатни систем (сл. 3),

2° екваторски координатни систем (сл. 4) и

3° еклипички координатни систем (сл. 5).



Сл. 2. Сферни координатни систем



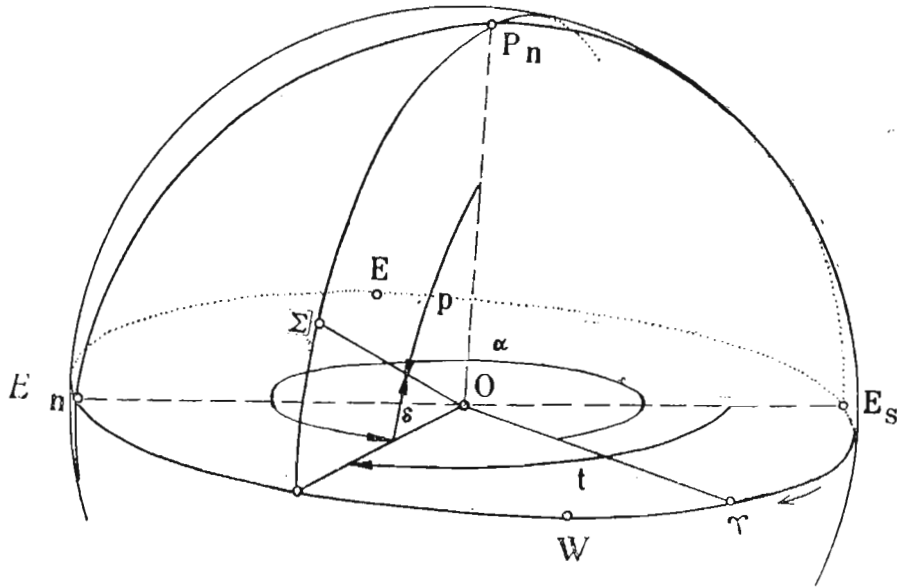
Сл. 3. Хоризонтски координатни систем

У хоризонтском систему координате су азимут  $A$  и висина  $h$ . Азимут је угао у хоризонтској равни који се мери од јужне тачке до пресека вертикала који пролази кроз небеско тело са хоризонтом, у смеру казаљке на часовнику. Овај смер назива се *ретроградни*. Азимут се може кретати у границама од  $0-360^\circ$ . Висина је угао у вертикалној равни који се мери од хоризонта до визуре ка небеском телу. Може се кретати за небеска тела изнад хоризонта од  $0$  до  $+90^\circ$  и за она испод хоризонта од  $0$  до  $-90^\circ$ . Место висине чешће се употребљава *зенићска даљина*  $z$ . То је угао у вертикалној равни између правца вертикале усмерене ка зениту и визуре ка небеском телу.

Креће се од зенита до надира и може узимати све вредности од 0 до  $+180^\circ$ . Висина и зенитска даљина везане су, према томе, изразом

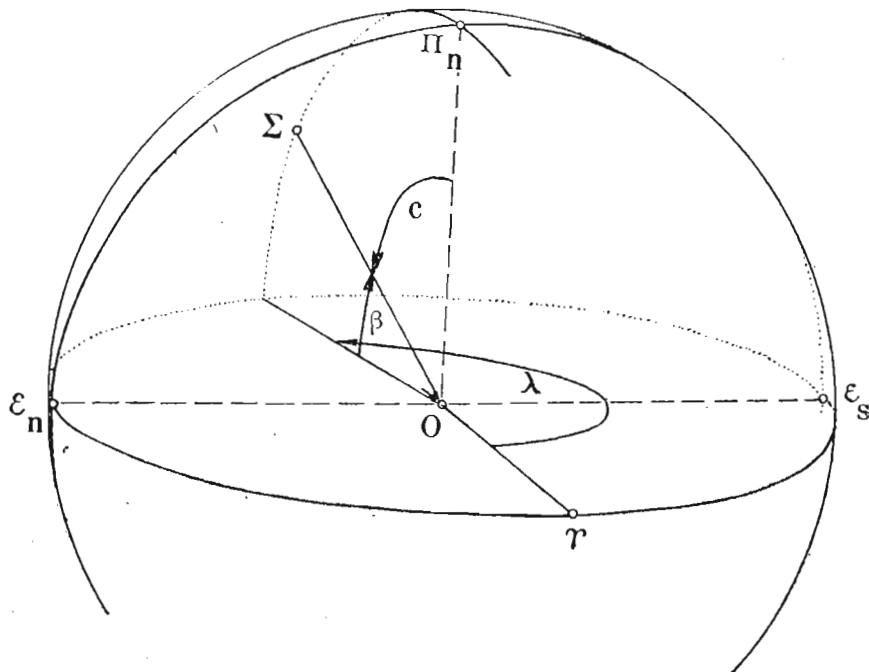
$$z + h = 90^\circ. \quad (1)$$

Хоризонтске координате мењају се с променом места посматрања, тј. с координатним почетком, као и у току дана услед привидног днев-



Сл. 4. Екваторски координатни систем

ног кретања небеске сфере (в. § 1.1.3.). Зато се каже да је ова координатни систем *месни*.



Сл. 5. Еклиптички координатни систем

У екваторском систему координате су часовни угао  $t$  и деклинација  $\delta$ . Часовни угао се мери у равни екватора од правца ка тачки

$E_s$  (сл. 4) до пресека равни деклинацијског круга с екваторском и то у ретроградном смеру и може се кретати од  $0-360^\circ$  или у часовној мери од  $0-24^h$  (в. § 1.1.5.). Деклинација се мери у равни деклинацијског круга од екватора до визуре ка небеском телу и на северној небеској хемисфери може са кретати од  $0$  до  $+90^\circ$ , а на јужној од  $0$  до  $-90^\circ$ . Понекад се место деклинације употребљава *поларна даљина*  $p$ . То је угао у равни деклинацијског круга који се мери од правца ка северном небеском полу до визуре на небеско тело и може се кретати од  $0$  до  $+180^\circ$ . Деклинација и поларна даљина везане су, према томе, изразом

$$\delta + p = 90^\circ. \quad (2)$$

У овом координатном систему мења се само прва координата са променом места посматрања и у току привидног обртања небеске сфере (в. § 1.1.3.), па је и он месни и зато се тачније назива *месни екваторски систем*.

У еклиптичком систему координате су *небеска лонгишуда* или кратко *лонгишуда*  $\lambda$  и *небеска латишуда* или кратко *латишуда*  $\beta$ . Лонгитуда се мери у еклиптичкој равни од правца ка  $\gamma$  тачки до праве пресека равни круга латитуде с еклиптичком у смеру супротном смеру казаљке на часовнику. Овај се смер назива *директни*. Може се кретати од  $0-360^\circ$ . Латитуда се мери у равни круга латитуде од еклиптике до визуре на небеско тело и за разна небеска тела распоређена од еклиптике до њеног северног пола може узимати све вредности од  $0$  до  $+90^\circ$  и за она распоређена од еклиптике до њеног јужног пола све вредности од  $0$  до  $-90^\circ$ . Понекад се место небеске латитуде употребљава *небеска колатишуда*  $c$  или угао у равни круга латитуде, који се мери од правца ка северном полу еклиптике до визуре на небеско тело. Он може узимати све вредности од  $0$  до  $+180^\circ$ . Латитуда и колатитуда везане су, према томе, изразом

$$\beta + c = 90^\circ. \quad (3)$$

Овај се координатни систем употребљава најчешће у Теоријској астрономији при проучавању правих кретања тела Сунчева Система.

**1.1.3. Привидно дневно обртање небеске сфере и звездано време. Небески екваторски координатни систем.**—Услед Земљина обртања око њене поларне осовине са запада на исток небеска сфера изврши привидно један пун обрт са истока на запад у току једног сталног временског размака који се зове *звездани дан*. Услед овога сва небеска тела излазе на источном делу хоризонта, пењу се поступно по небеској сфери, достижу своје највеће висине, а затим се поступно спуштају према западном делу хоризонта на коме залазе. У току привидног дневног кретања свако небеско тело опише свој дневни паралел и двапут прође кроз меридијан — *горњи* и *доњи пролаз кроз меридијан*.

Звездани дан је основна јединица за мерење времена у Астрономији. *Звездано време*  $s$ , пак, мери се величином часовног угла  $\gamma$  *шачке* у сваком тренутку. Служећи се часовницима или хронометрима који





ако се часовни угао  $t$  рачуна од тачке  $E_s$  у једном и другом смеру или само веза (4), ако се он рачуна од  $E_s$  у ретроградном смеру од  $0-360^\circ$  или од  $0-24^h$ .

За тело у горњем пролазу кроз меридијан или у *горњој кулминацији* је

$$s = \alpha, \quad (6)$$

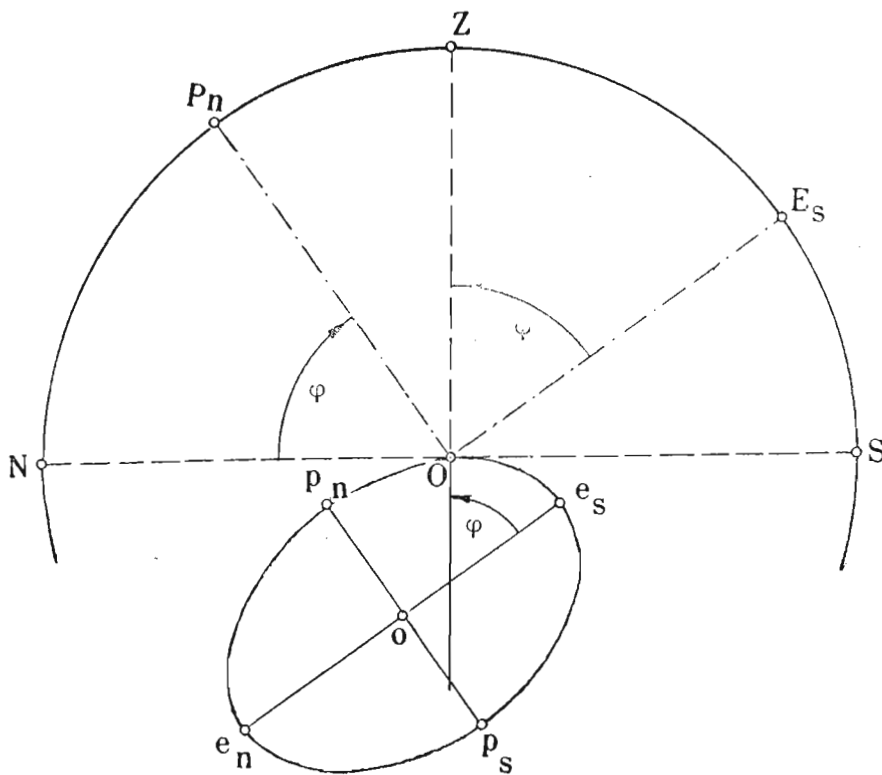
а за тело у доњем пролазу кроз меридијан или у *доњој кулминацији*

$$s = \alpha \pm 12^h. \quad (7)$$

Везе (4) и (5), односно само (4), служе за прелаз са месних на небеске екваторске координате датог небеског тела и за обрнут прелаз у датом тренутку  $s$  звезданог времена, ако им се формално прикључи идентичност

$$\delta \equiv \delta. \quad (8)$$

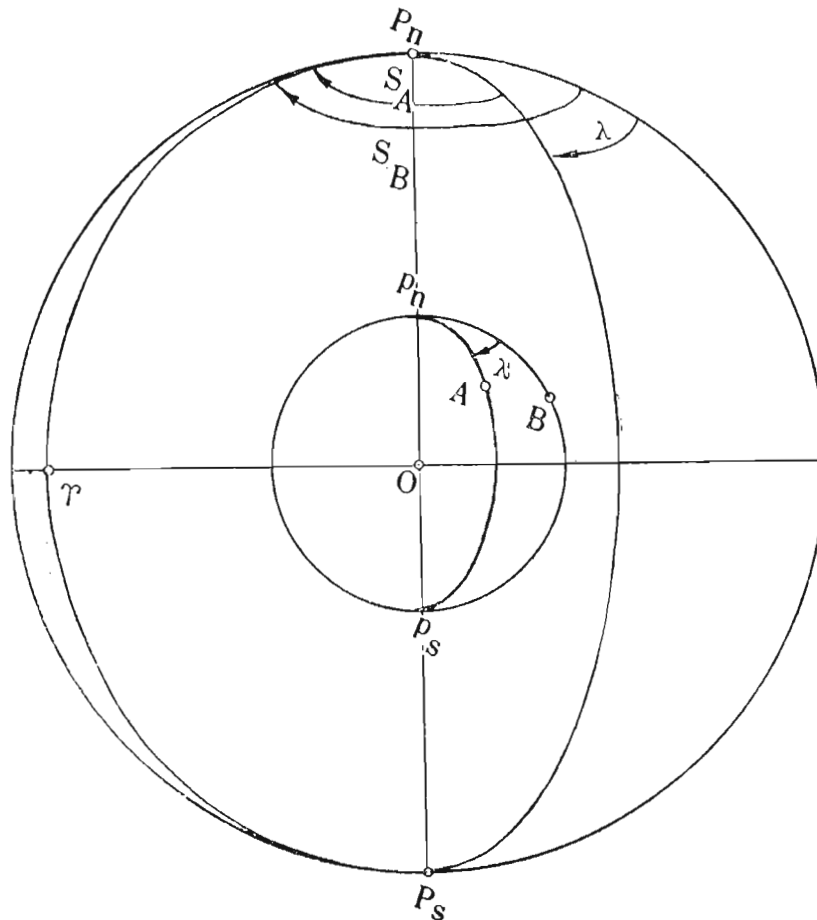
**1.1.4. Координате тачке на Земљи.** — Положај тачке на Земљиној површини одређује се трима координатама — *географском ширином*, *географском дужином* и *надморском висином*.



Сл. 7. Географска ширина

<sup>1</sup> *Географска ширина* (која се одређује астрономским методама и која се зато често назива и *астрономска ширина*) је угао који заклапа вертикала у датој тачки Земљине површине са екваторском равни. Она је једнака висини пола над хоризонтом, као што очигледно следи са сл. 7.

У Геодезији се још користи и *геодеска ширина* или угао који заклапа нормала на Земљиним елипсоиду у датој тачки са екваторском равни.



Сл. 8. Географска дужина

2<sup>o</sup> *Географска дужина* (која се одређује астрономским методама и зато назива још и *астрономска дужина*) је угао диједар између меридијанске равни почетног меридијана на Земљи и меридијана датог места (сл. 8). За почетни меридијан у данашње време је међународним договором усвојен меридијан који пролази кроз Гриничку опсерваторију код Лондона.

У Геодезији се још користи и *геодеска дужина* која се одређује геодеским методама.

3<sup>o</sup> *Надморска висина* је висина у метрима тачке над једним мирним средњим морским нивоом који је замишљен да се протеже испод свих неравнина на Земљиној површини. Одређује се геодеским методама (нивелман).

**1.1.5. Мере за углове.** — У Геодеској астрономији углови се у пракси мере у *степенима*, а у теорији рачунају у *радијанима*. Ове јединице познате су из Геометрије и Анализе. Но привидно дневно кретање пружио је Астрономији и трећу — *часовну јединицу* за

мерење углова. Како небеска тела у току привидног дневног кретања опишу за 24 звездана часа  $360^\circ$ , а њихови часовни углови прирашћују практично равномерно, то се они, као и ректасцензије, могу мерити и изражавати и часовном мером. Притом је очигледна следећа веза између степена и часова, као и њихових ситнијих делова :

$$\begin{aligned} 24^h &= 360^\circ, & 360^\circ &= 24^h, \\ 1^h &= 15^\circ, & 1^\circ &= 4^m, \\ 1^m &= 15', & 1' &= 4^s, \\ 1^s &= 15'', & 1'' &= 0^s, 033. \end{aligned} \quad (9)$$

Према томе прелаз са астрономске (часовне) мере угла на геометријску вршимо множењем њихова мерног броја са 15, а прелаз са геометријске на астрономску деобом са 15.

Подсетимо се још, потпуности ради, прелаза са геометријске мере на аналитичку и обрнутог прелаза. Обележимо ли два угла изражена геометријском мером са  $a$  и  $b$  и иста та два угла изражена аналитичком мером са  $a'$  и  $b'$  и у сразмери

$$\frac{a'}{b'} = \frac{a}{b}$$

ставимо

$$\begin{aligned} b' &= \pi = 3,14\ 159\dots, \\ b &= 180^\circ = 180 \cdot 60' = 180 \cdot 60 \cdot 60'' = 648\ 000'', \end{aligned}$$

за прелаз са геометријске на аналитичку меру добивамо израз

$$a' = \frac{\pi}{648\ 000} \cdot a = \frac{1}{206\ 264,806\dots} \cdot a = \frac{a}{\rho}. \quad (10)$$

Бројни коефицијент у њему  $\frac{1}{\rho}$  представља  $1''$  изражену у радијанима  $\rho$ . Но како је угао од  $1''$  веома мали, може се његов лук заменити синусом са 14 тачних децималних места, тј. може се написати

$$\frac{1}{206\ 264,806\dots} = \text{arc } 1'' \approx \sin 1'' = 0,000\ 004\ 848\ 136\ 8,$$

па за прелаз са геометријске на аналитичку меру имамо израз

$$a' = a \sin 1'', \quad (11)$$

Иа је довољно тачан за потребе Геодеске астрономије.

по: Обрнути прелаз, са аналитичке на геометријску меру, врши се а очигледно преко тачног израза

$$a = 206\ 264,806\dots \cdot a' = \rho \cdot a' \quad (12)$$

или преко приближног

$$a = \frac{a'}{\sin 1''}, \quad (13)$$

чија је тачност довољна за све потребе Геодеске астрономије.

Прелаз са астрономске мере на аналитичку и обрнут прелаз врши се обично преко геометријске мере.

**Пример 1.** — Прерачунати угао  $125^{\circ} 43' 52'', 63$  у часове, минуте и секунде.

$$125^{\circ} : 15 = 8^h 20^m$$

$$43' : 15 = 2 \quad 52^s$$

$$52'', 63 : 15 = \frac{3, \quad 508 \quad 6}{8^h 22^m 55^s, 508 \quad 6.}$$

$$125^{\circ} 43' 52'', 63 = 8^h 22^m 55^s, 508 \quad 6.$$

**Пример 2.** — Прерачунати угао  $8^h 22^m 55^s, 508 \quad 6$  у степене, минуте и секунде.

$$8^h \times 15 = 120^{\circ}$$

$$22^m \times 15 = 5 \quad 30'$$

$$55^s, 508 \quad 6 \times 15 = \frac{13 \quad 52'', 629}{125^{\circ} 43' 52'', 63.}$$

$$8^h 22^m 55^s, 508 \quad 6 = 125^{\circ} 43' 52'', 63.$$

**Пример 3.** — Прерачунати угао  $5^{\circ} 23' 45'', 83$  у радијане. Дати угао ћемо прво изразити у угловним секундама:

$$5^{\circ} \times 60 \times 60 = 18 \quad 000''$$

$$23' \times 60 = 1 \quad 380$$

$$45'', 83 = \frac{45, \quad 83}{19 \quad 425'', 83.}$$

Према изразу (11) за прелаз на радијане биће:

$$19 \quad 425'', 83 \times 0,000 \quad 004 \quad 848 \quad 136 \quad 8 = 0,094 \quad 179 \quad 081.$$

**Пример 4.** — Прерачунати угао  $0,094 \quad 179 \quad 081$  радијана у степене, минуте и секунде.

$$0,094 \quad 179 \quad 081 \times 206 \quad 264, \quad 806 = 19 \quad 425'', 83 = 5^{\circ} 23' 45'', 83.$$

λ **1.1.6. Основни изрази Сферне тригонометрије подешени за примену у Астрономији.** — За успостављање веза међу координатама два разна сферна координатна система, као и за израчунавање сферних координата небеских тела у оним њиховим карактеристичним којима се она посматрају у циљу одређивања времена којима се она посматрају у циљу одређивања времена координата тачке на Земљи потребно је повезати о литичким изразима. Оне се повезују као елементи на небеској сфери. Потребно је, дакле, у поменуте међу елементима сферног троугла.

који

/

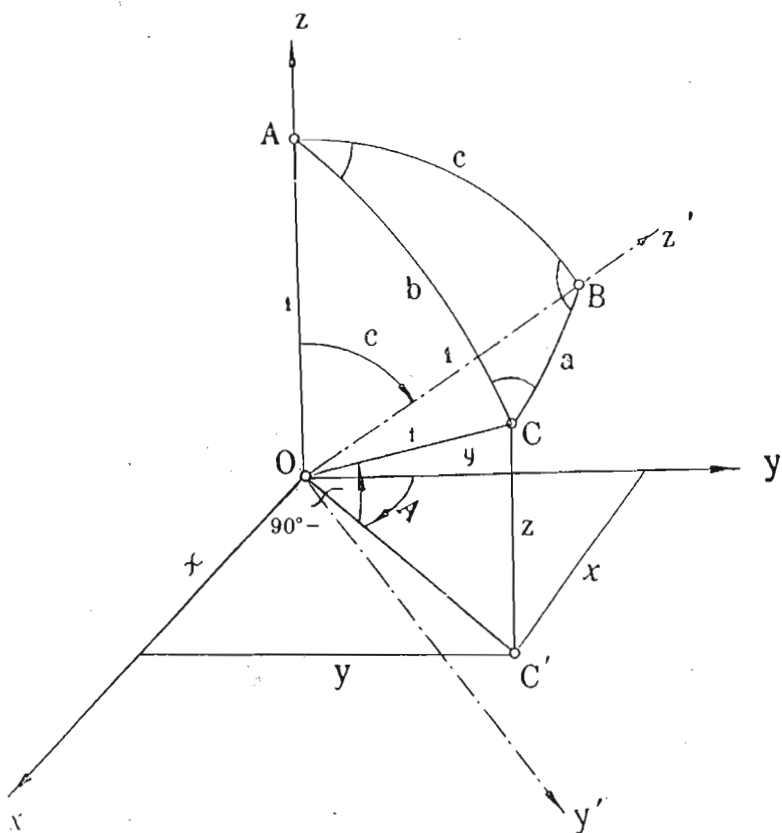
ондџ

о

а

Сферни троугао је слика на сфери ограничена луцима три велика круга те сфере који се секу. Сферни троугао има 3 темена (тачке  $A, B, C$  на сл. 9), 3 угла (које ћемо обележавати истим ознакама као и темена) и 3 стране ( $a, b, c$  на сл. 9). Мерни бројеви страна, ако је полупречник сфере једнак јединици, једнаки су мерним бројевима углова које заклапају у средишту сфере њени полупречници повучени до односних темена. Углови су једнаки угловима које међу собом заклапају тангенте у теменима.

Да бисмо дошли до основних израза који везују елементе сферног троугла, поставимо га у праволинијски правоугли координатни систем (сл. 9) тако да му теме  $A$  лежи на осовини  $z$ , а страна  $c$  у координатној равни  $yOz$ . Координате темена  $C$  биће тада



Сл. 9. Сферни троугао

$$\begin{aligned}x &= \sin b \sin A, \\y &= \sin b \cos A, \\z &= \cos b.\end{aligned}\tag{14}$$

Обрнемо ли координатни систем око осовине  $Ox$  за угао  $c$ , тако да осовина  $Oz$  пређе у  $Oz'$ , у новом систему ће елементи  $a$  и  $\pi - B$  играти улогу елемената  $b$  и  $A$  у старом систему. Зато ако у изразима (14) заменимо  $b$  са  $a$ , и  $A$  са  $\pi - B$ , добићемо за координате темена  $C$  у новом систему

$$\begin{aligned}x' &= \sin a \sin B, \\y' &= -\sin a \cos B, \\z' &= \cos a.\end{aligned}\tag{15}$$

Искористимо ли изразе за ротацију координатног система, добро познате из Аналитичке геометрије:

$$\begin{aligned}x' &= x, \\y' &= y \cos c - z \sin c, \\z' &= y \sin c + z \cos c\end{aligned}$$

и уврстимо ли у њих изразе (14) и (15), добићемо три основна израза Сферне тригонометрије, који се најчешће примењују и који су познати под називом Гаусова група:

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A, \quad (16)$$

$$\sin a \sin B = \sin b \sin A, \quad (17)$$

$$\sin a \cos B = \cos b \sin c - \sin b \cos c \cos A. \quad (18)$$

То су: косинусна теорема, синусна теорема и синусно-косинусна теорема.

Из последњег израза добивамо нов ако заменимо  $a$  са  $b$  и  $A$  са  $B$ :

$$\sin b \cos A = \cos a \sin c - \sin a \cos c \cos B. \quad (19)$$

Ако синусно-косинусни израз (18) помножимо са  $\sin A$  и поделимо синусним (17), добивамо нов израз

$$\operatorname{ctg} b \sin c = \cos c \cos A + \sin A \operatorname{ctg} B. \quad (20)$$

Сменимо ли у њему  $a$  са  $b$  и  $A$  са  $B$ , добивамо још један нов израз

$$\operatorname{ctg} a \sin c = \cos c \cos B + \sin B \operatorname{ctg} A. \quad (21)$$

Изрази (20) и (21) представљају трећу групу образаца Сферне тригонометрије.

Последњи израз добићемо ако косинусну теорему (16) применимо на тз. *поларни троугао*, који је са датим везан на тај начин што му углови допуњују стране датог троугла до  $180^\circ$ . То је израз

$$\cos A = -\cos B \cos C + \sin B \sin C \cos a. \quad (22)$$

Све изведене изразе можемо сада сврстати у следећи преглед:

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A,$$

$$\sin a \sin B = \sin b \sin A,$$

$$\sin a \cos B = \cos b \sin c - \sin b \cos c \cos A,$$

$$\sin b \cos A = \cos a \sin c - \sin a \cos c \cos B \quad (23)$$

$$\operatorname{ctg} a \sin b = \cos b \cos C + \sin C \operatorname{ctg} A,$$

$$\operatorname{ctg} b \sin a = \cos a \cos C + \sin C \operatorname{ctg} B,$$

$$\cos a = -\cos B \cos C + \sin B \sin C \cos a.$$

Сви остали изрази који везују елементе сферног троугла изводе се из ових цикличком пермутацијом елемената и решавају сферни троугао у свим случајевима.

Ако је један угао, рецимо  $A = 90^\circ$ , онда је сферни троугао правоугли и из горњих образаца добијају се за правоугли сферни троугао

следећи изрази:

$$\cos a = \cos b \cos c, \quad (24)$$

$$\sin b = \sin a \sin B, \quad (25)$$

$$\sin c = \sin a \sin C, \quad (26)$$

$$\operatorname{tg} b = \sin c \operatorname{tg} B = \operatorname{tg} a \cos C, \quad (27)$$

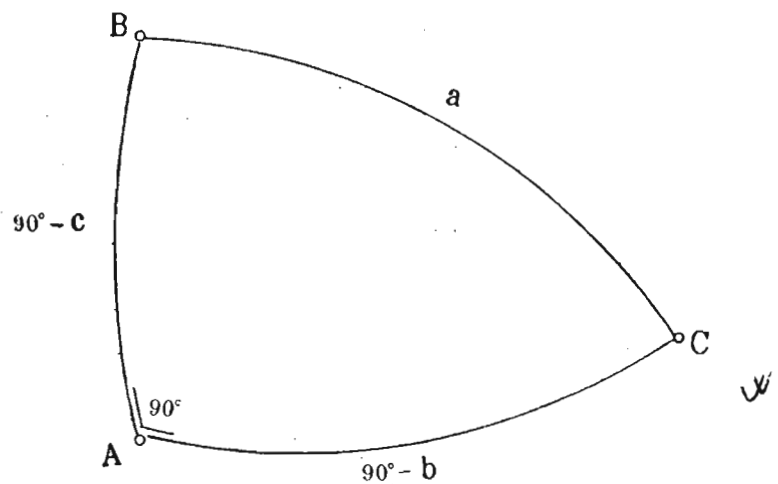
$$\operatorname{tg} c = \sin b \operatorname{tg} C = \operatorname{tg} a \cos B, \quad (28)$$

$$\cos a = \operatorname{ctg} B \operatorname{ctg} C, \quad (29)$$

$$\cos B = \cos b \sin C, \quad (30)$$

$$\cos C = \cos c \sin B. \quad (31)$$

Ови се изрази лако могу написати ако се послужимо следећим *Неперовим* правилом за памћење. Место катета испишемо њихове комплементе (сл. 10), а прав угао не сматрамо за елемент троугла. У том случају се сви изрази могу обухватити једном реченицом: косинус сваког елемента једнак је производу синуса суседних, а исто тако и производу тангенса суседних елемената.



Сл. 10. Правоугли сферни троугао с Неперовим ознакама

У случају решавања сферног троугла нумерички, тј. машином за рачунање, ови су нам изрази довољни. Но за логаритамско рачунање десне стране израза за косоугли троугао морају се претворити у производе. У решавању сферног троугла могу се појавити 6 различитих случајева:

дате	непознате
$a, b, c$	$A, B, C$
$A, B, C$	$a, b, c$
$a, b, C$	$A, B, c$
$A, B, c$	$a, b, C$
$a, b, A$	$B, C, c$
$A, B, a$	$b, c, C$



1° *Бордине аналогије.* — У првом случају ћемо углове изразити помоћу страна ако израз (16) решимо по  $\cos A$ , образујемо  $1 - \cos A$  и  $1 + \cos A$ , а затим  $\sin^2 \frac{A}{2}$  и  $\cos^2 \frac{A}{2}$  и ставимо  $2p = a + b + c$ , па разлике косинуса претворимо у производе. Тако се добивају *Бордине аналогије*:

$$\sin \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{\sin(p-b) \sin(p-c)}{\sin b \sin c}}, \quad (32)$$

$$\cos \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{\sin p \sin(p-a)}{\sin b \sin c}}, \quad (33)$$

$$\operatorname{tg} \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{\sin(p-b) \sin(p-c)}{\sin p \sin(p-a)}}, \quad (34)$$

из којих се цикличком пермутацијом елемената добивају и остале.

У другом случају ћемо стране изразити помоћу углова кад на поларни троугао (чије су стране суплементне угловима датог троугла, а углови суплементни странама датог троугла) применимо последња три израза. Те су везе:

$$\sin \frac{a}{2} = \sqrt{\frac{\sin s \sin(A-s)}{\sin B \sin C}}, \quad (35)$$

$$\cos \frac{a}{2} = \sqrt{\frac{\sin(B-s) \sin(C-s)}{\sin B \sin C}}, \quad (36)$$

$$\operatorname{tg} \frac{a}{2} = \sqrt{\frac{\sin s \sin(A-s)}{\sin(B-s) \sin(C-s)}}, \quad (37)$$

где је  $s$  половина тз. *сферног ексцеса*, тј.  $2s = A + B + C - \pi$ .

2° *Дламброве или Гаусове аналогије.* — Ако чиниоце с десних страна идентичности

$$\sin \frac{1}{2}(A \pm B) = \sin \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \pm \cos \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2},$$

$$\cos \frac{1}{2}(A \pm B) = \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \mp \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2},$$

заменимо изразима (32), (33) и (34), па збирове и разлике синуса претворимо у производе, добивамо 4 помоћна обрасца за решавање наредних случајева косоуглог сферног троугла, позната под именом *Дламбрових или Гаусових аналогија*:

$$\frac{\sin \frac{A+B}{2}}{\cos \frac{a-b}{2}} = \frac{\cos \frac{C}{2}}{\cos \frac{c}{2}}, \quad (38)$$

$$\frac{\sin \frac{A-B}{2}}{\sin \frac{a-b}{2}} = \frac{\cos \frac{C}{2}}{\sin \frac{c}{2}}, \quad (39)$$

$$\frac{\cos \frac{A+B}{2}}{\cos \frac{a+b}{2}} = \frac{\sin \frac{C}{2}}{\cos \frac{c}{2}}, \quad (40)$$

$$\frac{\cos \frac{A-B}{2}}{\sin \frac{a+b}{2}} = \frac{\sin \frac{C}{2}}{\sin \frac{c}{2}}, \quad (41)$$

који се кратко могу обухватити следећом схемом подесном за памћење:

$$\frac{c c s s \frac{1}{2} (A \pm B)}{c s c s \frac{1}{2} (a \pm b)} = \frac{s s c c \frac{1}{2} C}{c s c s \frac{1}{2} c}. \quad (42)$$

3<sup>o</sup> *Нејерове аналогије*. — У трећем случају непознате елементе  $A, B, c$  из датих  $a, b, C$  добивамо на следећи начин. Делећи прву Гаусову аналогију трећом и другу четвртном добивамо за углове  $A$  и  $B$  обрасце:

$$\operatorname{tg} \frac{A+B}{2} = \frac{\cos \frac{a-b}{2}}{\cos \frac{a+b}{2}} \operatorname{ctg} \frac{C}{2}, \quad (43)$$

$$\operatorname{tg} \frac{A-B}{2} = \frac{\sin \frac{a-b}{2}}{\sin \frac{a+b}{2}} \operatorname{ctg} \frac{C}{2}. \quad (44)$$

Страну  $c$  затим даје једна од Гаусових аналогија.

У четвртном случају деобом прве Гаусове аналогије другом и треће четвртном добивамо за непознате стране  $a$  и  $b$  везе

$$\operatorname{tg} \frac{a+b}{2} = \frac{\cos \frac{A-B}{2}}{\cos \frac{A+B}{2}} \operatorname{tg} \frac{c}{2}, \quad (45)$$

$$\operatorname{tg} \frac{a-b}{2} = \frac{\sin \frac{A-B}{2}}{\sin \frac{A+B}{2}} \operatorname{tg} \frac{c}{2}, \quad (46)$$

а угао  $C$  налазимо из једне од Гаусових аналогија. Последње четири везе познате су под именом *Нејерове аналогије*.

У петом случају  $B$  се добива из синусне теореме (17), а  $C$  и  $c$  из *Нејерових* аналогија. Задатак је могућ ако је

$$\frac{\sin b \sin A}{\sin a} \leq 1. \quad (47)$$

У шестом случају  $b$  се добива из синусне теореме, а  $C$  и  $c$  из *Нејерових* аналогија. Последња два случаја имају по 2 решења, али се из конкретних услова бира оно које одговара задатку.

4<sup>o</sup> *Контролни образац*. — Из Гаусових аналогија, које су облика

$$\frac{\cos \alpha}{\cos \beta} = \frac{\cos \gamma}{\cos \delta},$$

можемо извести везу

$$\frac{\cos \alpha + \cos \beta}{\cos \alpha - \cos \beta} = \frac{\cos \gamma + \cos \delta}{\cos \gamma - \cos \delta}$$

или везу

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha + \beta}{2} \operatorname{tg} \frac{\alpha - \beta}{2} = \operatorname{tg} \frac{\gamma + \delta}{2} \operatorname{tg} \frac{\gamma - \delta}{2}.$$

Када у њу уврстимо вредности за  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  и  $\delta$  из Гаусових аналогија и обележимо

$$2p = a + b + c \quad \text{и} \quad 2s = A + B + C - \pi,$$

добивамо образац

$$\operatorname{tg} \frac{s}{2} = \sqrt{\operatorname{tg} \frac{p}{2} \operatorname{tg} \frac{p-a}{2} \operatorname{tg} \frac{p-b}{2} \operatorname{tg} \frac{p-c}{2}} \quad (48)$$

који везује све елементе сферног троугла, па може послужити као контролни образац за његово решење.

Гаусова група образаца (16), (17) и (18) може се подесити за логаритмисање и сменама

$$\cos b = m \sin M, \quad \sin b \cos A = m \cos M, \quad (49)$$

после којих она добива облик

$$\cos a = m \sin (M + c), \quad (50)$$

$$\sin a \sin B = \sin b \sin A, \quad (51)$$

$$\sin a \cos B = m \cos (M + c). \quad (52)$$

Систематски преглед свих случајева решавања сферног троугла биће дат у трећој књизи. Наводимо овде један пример.

**Пример 5.** — Решити сферни троугао чије су стране

$$a = 43^{\circ} 4' 30'',$$

$$b = 68^{\circ} 17' 20''$$

$$c = 75^{\circ} 48' 10''.$$

Рачунање углова извршићемо машином по косинусној теореми. На пример:

$$\cos A = \frac{\cos a - \cos b \cos c}{\sin b \sin c} = \cos a \operatorname{cosec} b \operatorname{cosec} c - \operatorname{ctg} b \operatorname{ctg} c.$$

$\cos a$	0,730 460	$\operatorname{ctg} a$	1,069 558
$\operatorname{cosec} b$	1,076 356	$\operatorname{ctg} b$	0,398 173
$\operatorname{cosec} c$	1,031 505	$\operatorname{ctg} c$	0,252 987
$\cos a \operatorname{cosec} b \operatorname{cosec} c$	0,811 006	Проверавање	
$-\operatorname{ctg} b \operatorname{ctg} c$	-0,100 733		
$\cos A$	0,710 273	$\sin a$	0,682 955
$A =$	$44^{\circ} 44' 34''$	$\sin B$	0,957 589
$\cos b$	0,369 927	$\sin a \sin B$	0,656 990
$\operatorname{cosec} c$	1,031 505	$\sin b$	0,929 061
$\operatorname{cosec} a$	1,464 225	$\sin A$	0,703 927
$\cos b \operatorname{cosec} c \operatorname{cosec} a$	0,558 721	$\sin b \sin A$	0,656 992
$-\operatorname{ctg} c \operatorname{ctg} a$	-0,270 584	$\sin a$	0,682 955
$\cos B$	0,288 137	$\sin C$	0,999 227
$B =$	$73^{\circ} 15' 12''$	$\sin a \sin C$	0,682 427
$\cos c$	0,245 260	$\sin c$	0,969 457
$\operatorname{cosec} a$	1,464 225	$\sin A$	0,703 927
$\operatorname{cosec} b$	1,076 356	$\sin c \sin A$	0,682 427
$\cos c \operatorname{cosec} a \operatorname{cosec} b$	0,386 536		
$-\operatorname{ctg} a \operatorname{ctg} b$	-0,425 863		
$\cos C$	-0,039 333		
$C =$	$92^{\circ} 15' 15''$		



оне добивају облик подесан за логаритамски рачун:

$$\cos z = m \cos (\varphi - M), \quad (58)$$

$$\sin z \sin A = \cos \delta \sin t, \quad (59)$$

$$\sin z \cos A = m \sin (\varphi - M). \quad (60)$$

Угао  $M$  можемо наћи деобом смене (56) са (57), а  $m$  ако ове смене квадрирамо и саберемо.

Кад је угао који се тражи мали, тачније се одређује из тангенса. Зато последњим везама можемо дати и други облик. Деобом везе (59) са (60) добивамо

$$\operatorname{tg} A = \frac{\cos \delta \sin t}{m \sin (\varphi - M)}.$$

Место бројитеља можемо на основи смене (57) ставити  $m \cos M \operatorname{tg} t$ , па за рачунање азимута добивамо израз

$$\operatorname{tg} A = \frac{\operatorname{tg} t \cos M}{\sin (\varphi - M)}. \quad (61)$$

И зенитну даљину можемо добити из тангенса ако везу (60) поделимо са (58):

$$\operatorname{tg} z = \frac{\operatorname{tg} (\varphi - M)}{\cos A}. \quad (62)$$

Ако смену (57) поделимо везом (60) добивамо образац

$$\frac{\cos \delta \cos t}{\sin z \cos A} = \frac{\cos M}{\sin (\varphi - M)}, \quad (63)$$

који може служити за проверавање рачуна.

Квадрант угла  $M$  узима се према знаку уз  $\operatorname{tg} M$ . Ако је  $\operatorname{tg} M > 0$ ,  $M$  је у I или III квадранту, ако је  $\operatorname{tg} M < 0$ ,  $M$  је у II или IV квадранту.

Ако је  $0 \leq t \leq 180$ , онда је и  $0 \leq A \leq 180^\circ$ . Ако је пак  $180^\circ \leq t \leq 360^\circ$ , онда је и  $180^\circ \leq A \leq 360^\circ$ ,  $z$  је увек између  $0^\circ$  и  $180^\circ$ .

**Пример 6.** — Израчунати азимуте и зенитне даљине звезде  $\alpha$  Leonis (Regulus) у Београду (г. ширина  $\varphi = +44^\circ 48', 2$ ) у тренуцима звезданог времена

$$s_1 = 4^h 30^m, 0, \quad s_2 = 10^h 30^m, 0, \quad s_3 = 15^h 30^m, 0, \quad s_4 = 21^h 30^m, 0.$$

Из Годишњака нашег неба за 1961. годину (стр. 50) имамо

$$\alpha = 10^h 06^m, 3, \quad \delta = +12^\circ 09', 5.$$

За рачунање  $A$  и  $z$  користићемо изразе (61) и (62), а за помоћни угао  $M$  израз

$$\operatorname{tg} M = \frac{\operatorname{tg} \delta}{\cos t}. \quad (64)$$

$s$	4 <sup>h</sup> 30 <sup>m</sup> , 0	10 <sup>h</sup> 30 <sup>m</sup> , 0	15 <sup>h</sup> 30 <sup>m</sup> , 0	21 <sup>h</sup> 30 <sup>m</sup> , 0
$\alpha$	10 6 , 3	10 6 , 3	10 6 , 3	10 6 , 3
$t = s - \alpha$	18 23 , 7	0 23 , 7	5 23 , 7	11 23 , 7
$t^\circ$	275° 55' , 5	5° 55' , 5	80° 55' , 5	170° 55' , 5
$\lg \operatorname{tg} \delta$	9.33 334	9.33 334	9.33 334	9.33 334
$\operatorname{clg} \cos t$	0.98 621	0.00 232	0.80 210	0.00 547 <sub>n</sub>
$\lg \operatorname{tg} M$	0.31 955	9.33 566	0.13 544	9.33 881 <sub>n</sub>
$M$	64° 24', 0	12° 13', 3	53° 47, 6	- 12° 18', 5
$\varphi$	44 48, 2	44 48, 2	44 48, 2	44 48, 2
$\varphi - M$	- 19 35, 8	32 34, 9	- 8 59, 4	57 6, 7
$\lg \operatorname{tg} t$	0.98 383 <sub>n</sub>	9.01 612	0.79 662	9.20 338 <sub>n</sub>
$\lg \cos M$	9.63 557	9.99 004	9.77 137	9.98 990
$\operatorname{clg} \sin (\varphi - M)$	0.47 414 <sub>n</sub>	0.26 881	0.80 615 <sub>n</sub>	0.07 586
$\lg \operatorname{tg} A$	1.09 389	9.27 497	1.37 414 <sub>n</sub>	9.26 914 <sub>n</sub>
$A$	265° 23', 7	10° 40', 0	92° 25', 2	169° 28, 3
$\lg \operatorname{tg} (\varphi - M)$	9.55 147 <sub>n</sub>	9.80 555	9.19 922 <sub>n</sub>	0.18 934
$\operatorname{clg} \cos A$	1.09 537 <sub>n</sub>	0.00 757	1.37 443 <sub>n</sub>	0.00 737 <sub>n</sub>
$\lg \operatorname{tg} z$	0.64 684	9.81 312	0.57 365	0.19 671 <sub>n</sub>
$z$	77° 17', 5	33° 2', 2	75° 3', 4	147° 33', 2
				звезда је испод хоризонта

2° Прелаз са хоризонтских на месне екваторске координате. — Применимо ли Гаусову групу образаца (16), (17) и (18) на положајни троугао  $P_n Z \Sigma$  (сл. 11), но тежећи да с леве стране дођу месне екваторске координате, добивамо везе за израчунавање ових координата кад су дате хоризонтске:

$$\sin \delta = \cos z \sin \varphi - \sin z \cos \varphi \cos A, \quad (65)$$

$$\cos \delta \sin t = \sin z \sin A, \quad (66)$$

$$\cos \delta \cos t = \cos z \cos \varphi + \sin z \sin \varphi \cos A. \quad (67)$$

Сменама

$$\cos z = n \cos N, \quad (68)$$

$$\sin z \cos A = n \sin N, \quad (69)$$

из којих се може деобом наћи помоћни угао  $N$ :

$$\operatorname{tg} N = \operatorname{tg} z \cos A, \quad (70)$$

везе (65), (66) и (67) добивају облик подесан за логаритамско рачунање:

$$\sin \delta = n \sin (\varphi - N), \quad (71)$$

$$\cos \delta \sin t = \sin z \sin A, \quad (72)$$

$$\cos \delta \cos t = n \cos (\varphi - N). \quad (73)$$

Кад је угао који се тражи мали, тачније се одређује из тангенса. Као и у претходној тачки, последњим везама можемо дати и други облик. Деобом везе (72) са (73) добивамо

$$\operatorname{tg} t = \frac{\sin z \sin A}{n \cos (\varphi - N)}$$

Ако смену (69) помножимо са  $\operatorname{tg} A$ , бројитељ овог израза можемо написати и овако

$$\sin z \sin A = n \sin N \operatorname{tg} A,$$

зато израз за  $\operatorname{tg} t$  добива облик

$$\operatorname{tg} t = \frac{\operatorname{tg} A \sin N}{\cos (\varphi - N)}. \quad (74)$$

Поделимо ли везу (71) са (73) добивамо за рачунање деклинације из тангенса израз

$$\operatorname{tg} \delta = \cos t \operatorname{tg} (\varphi - N). \quad (75)$$

Ако смену (69) поделимо везом (73) добијамо образац

$$\frac{\sin z \cos A}{\cos \delta \cos t} = \frac{\sin N}{\cos (\varphi - N)}, \quad (76)$$

који може служити за проверавање рачуна.

У погледу одређивања квадранта за  $N$  и  $t$  важе исте примедбе као и у претходној тачки.

За обострано претварање координата описано у тачкама 1<sup>о</sup> и 2<sup>о</sup> данас постоји више врста таблица и номограма, о чему ће бити више говора у трећој књизи.



**Пример 7.** — Одредити часовни угао  $t$  и деклинацију  $\delta$  неке звезде, ако је она у Београду ( $\varphi = +44^\circ 48', 2$ ) посматрана на азимуту  $A = 96^\circ 10', 0$  и на зенитној даљини  $z = 45^\circ 20', 0$ .

Користићемо везе (70), (74) и (75).

$\lg \operatorname{tg} z$	0.00 505	$\lg \operatorname{tg} A$	0.96 639n	$\lg \cos t$	9.72 626
$\lg \cos A$	9.03 109n	$\lg \sin N$	0.03 377n	$\lg \operatorname{tg} (\varphi - N)$	0.09 176
$\lg \operatorname{tg} N$	9.03 614n	$\operatorname{clg} \cos (\varphi - N)$	0.20 120	$\lg \operatorname{tg} \delta$	9.81 802
$N$	$-6^\circ 12', 3$	$\lg \operatorname{tg} t$	0.20 136	$\delta$	$+33^\circ 20', 0$
$\varphi$	$+44^\circ 48', 2$	$t^\circ$	$57^\circ 49', 8$		
$\varphi - N$	$51^\circ 0', 5$	$t^h$	$3^h 51^m, 3$		

**3<sup>o</sup> Прелаз са месних екваторских на небеске екваторске координате и обрнути прелаз.** — Везе између месних екваторских и небеских екваторских координата дате су изразима (4), (5) и (8) у § 1.1.3. Ако се из датих хоризонтских траже небеске екваторске координате, најпре се пређе на месне екваторске, а затим на небеске екваторске координате.

**Пример 8.** — У  $15^h 10^m, 0$ , у Београду ( $\varphi = +44^\circ 48', 2$ ), измерене су хоризонтске координате

$$A = 29^\circ 10', 7 \quad \text{и} \quad z = 27^\circ 57', 8$$

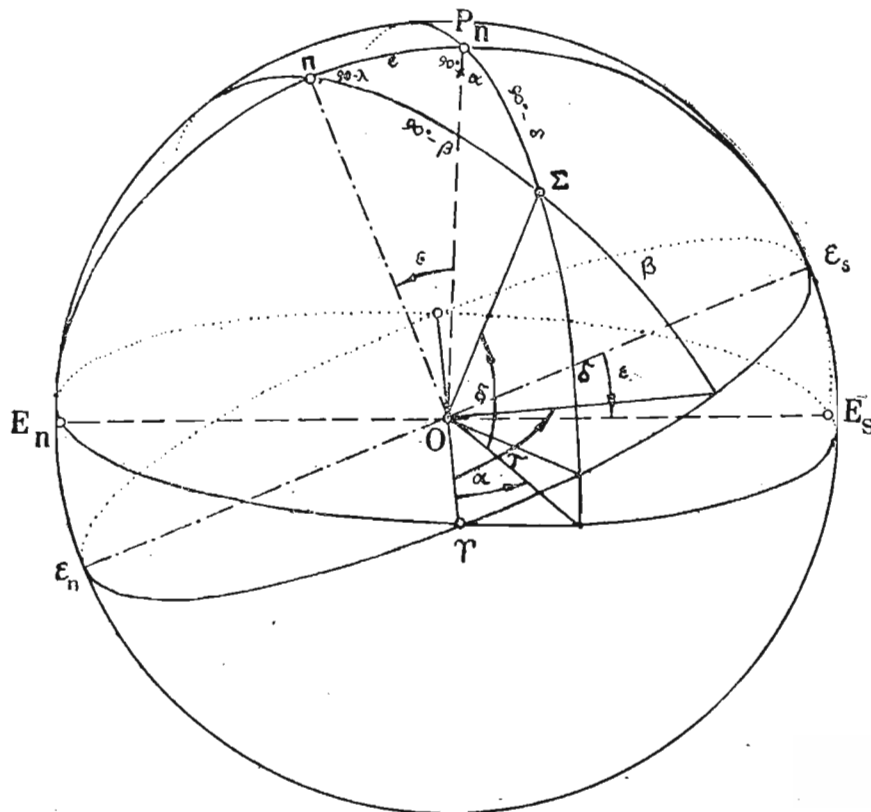
неке звезде. Наћи која је то звезда?

$\lg \operatorname{tg} z$	9.72 499	$\lg \sin N$	9.62 380	$\lg \operatorname{tg} (\varphi - N)$	9.55 953
$\lg \cos A$	9.94 107	$\lg \operatorname{tg} A$	9.74 693	$\lg \cos t$	9.98 686
$\lg \operatorname{tg} N$	9.66 606	$\operatorname{clg} \cos (\varphi - N)$	0.02 684	$\lg \operatorname{tg} \delta$	9.54 639
$N$	$24^\circ 52', 1$	$\lg \operatorname{tg} t$	9.39 757	$\delta$	$+19^\circ 23', 1$
$\varphi$	$44^\circ 48', 2$	$t^\circ$	$14^\circ 1', 5$		
$\varphi - N$	$19^\circ 56', 1$	$t^h$	$0^h 56^m, 1$		
		$s$	15 10,0		
		$\alpha$	14 13,9		

Из Г. н. н. за 1961. г.  
(стр. 50) видимо да је то звезда  $\alpha$  Bootis

**4<sup>o</sup> Прелаз са небеских екваторских на еклиптичке координате.** — Ако на истој слици (сл. 12) учртамо и небески екваторски и еклиптички координатни систем и уочимо положај једне звезде  $\Sigma$  у оба система добивамо сферни троугао  $P_n P \Sigma$  који у својим елементима

садржи и небеске екваторске и еклиптичке координате. Његовим решењем добивају се везе за прелаз са једних координата на друге.



Сл. 12. Веза између небеских екваторских и еклиптичких координата

Применом Гаусове групе образаца (16), (17) и (18) на троугао  $P_n P \Sigma$  тако да с леве стране добијемо еклиптичке координате, добивамо везе

$$\sin \beta = \cos \epsilon \sin \delta - \sin \epsilon \cos \delta \sin \alpha, \quad (77)$$

$$\cos \beta \cos \lambda = \cos \delta \cos \alpha, \quad (78)$$

$$\cos \beta \sin \lambda = \sin \epsilon \sin \delta + \cos \epsilon \cos \delta \sin \alpha. \quad (79)$$

Оне се користе за прелаз са небеских екваторских координата на еклиптичке, који се најчешће јавља у Теоријској астрономији.

Сличним сменама као у тачкама 1<sup>о</sup> и 2<sup>о</sup> могу се и ове везе лако претворити у изразе подесне за логаритамско рачунање.

5<sup>о</sup> Прелаз са еклиптичких на небеске екваторске координате. — Ако применимо Гаусову групу на троугао  $P_n P \Sigma$  тако да с леве стране остану небеске екваторске координате, добивамо везе за прелаз са познатих еклиптичких на непознате небеске екваторске координате:

$$\sin \delta = \cos \epsilon \sin \beta + \sin \epsilon \cos \beta \sin \lambda, \quad (80)$$

$$\cos \delta \cos \alpha = \cos \beta \cos \lambda, \quad (81)$$

$$\cos \delta \sin \alpha = -\sin \epsilon \sin \beta + \cos \epsilon \cos \beta \sin \lambda. \quad (82)$$

Ове се везе користе на пример при извођењу утицаја астрономске нутације на екваторске координате (в. § 1.3.5.1).

И оне се могу сличним сменама као у тачкама 1<sup>о</sup> и 2<sup>о</sup> подесити за логаритамско рачунање, но на њима се нећемо задржавати јер се ретко користе у Геодеској астрономији.

**1.1.8. Основне карактеристике звезда и основна сазвежђа.** — У претходном параграфу већ смо се сретали са именима неких звезда, а у наредним параграфима све ћемо се више с њима сретати. Зато је потребно да се овде ближе упознамо са основним карактеристикама звезда, са сазвежђима с којима ћемо се најчешће сретати и с најсјајнијим звездама у њима.

Три основне карактеристике сваке звезде су *положај, привидна величина и боја*.

1<sup>о</sup> *Боје звезда.* — Боја звезде одређује се по најинтензивнијој врсти зрачења у њеном спектру, а главне боје звезда су: *плава*, (спектарски тип *O* и *B*), *бела* (*A*), *жуџа* (*F* и *G*) и *црвена* (*K*, *M* и *N*).

2<sup>о</sup> *Привидне величине звезда.* — Још су стари народи све звезде видљиве голим оком (око 2000 на једној хемисфери) делили по степеноу сјајности на 6 привидних величина. Кад је отпочела звездана фотометрија видело се да је свака наредна привидна величина 2,5 пута слабија од претходне. За најсјајније звезде, планете, Месец и Сунце ова је скала продужена у негативном смеру, а за звезде слабија сјаја усвојене су привидне величине веће од шесте. У Геодеској астрономији посматрају се звезде до 7., а само ретко до 8. привидне величине.

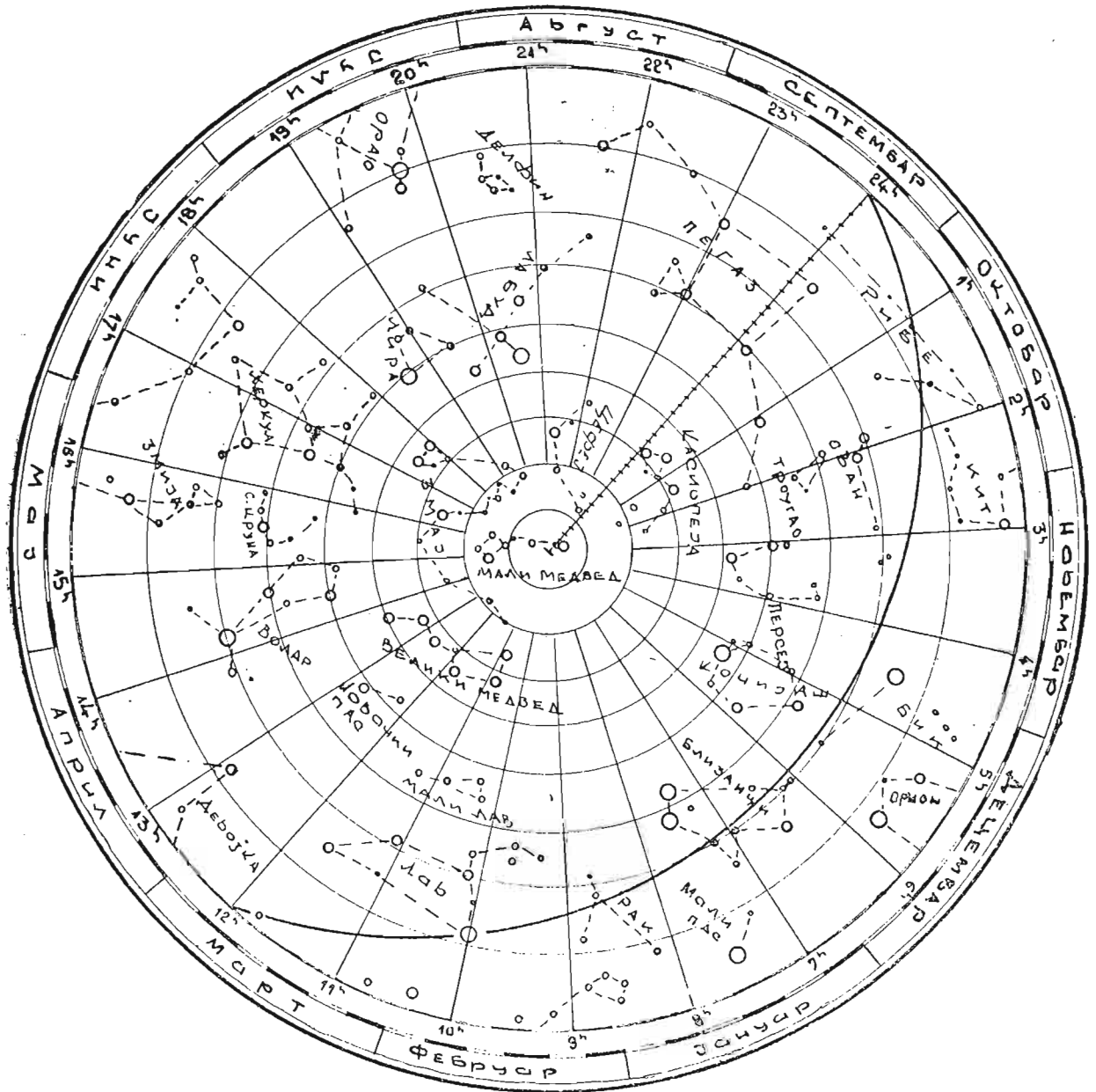
3<sup>о</sup> *Сазвежђа.* — Стари су народи ради боље приближне оријентације у положајима звезда делили ове у групе — *сазвежђа*, којима су давали различита имена (било својих јунака, било животиња или предмета на које им се чинило да ова сазвежђа личе). Данас је положај звезда дат њиховим координатама, но ради брзе и прегледне оријентације ова се подела и данас задржала, само су измењене границе сазвежђа и подешено да иду дуж небеских меридијана и паралела, Најсјајније звезде имају своја имена, иначе се обележавају грчким словима.

$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$	$\epsilon$	$\zeta$	$\eta$	$\theta$	$\iota$	$\kappa$
алфа	бета	гама	делта	епсилон	дзета	ета	тхета	јота	капа
$\lambda$	$\mu$	$\nu$	$\xi$	$\omicron$	$\pi$	$\rho$	$\sigma$	$\tau$	$\upsilon$
ламбда	ми	ни	кси	омикрон	пи	ро	сигма	тау	ипсилон
	$\phi$	$\chi$	$\psi$	$\omega$					
	фи	хи	пси	омега					

уз ознаку сазвежђа. Слабије звезде бележе се латинским словима, а још слабије бројевима уз ознаку каталога.

а. *Циркумполарна група сазвежђа.* — На северном небу најупадљивије и највеће сазвежђе су Велика Кола или *Велики Медвед* (*Ursa Maior*) (сл. 13). Продужимо ли око 5 пута размак између звезда  $\alpha$  и  $\beta$  у том смеру долазимо до двојне звезде 2. привидне величине, која је у данашње време само око 1<sup>о</sup> удаљена од пола —

то је Северњача или Полара ( $\alpha$  *Ursae Minoris*). Она се налази у репу Малог Медведа (*Ursa Minor*), нешто мање сјајног савезжја које има сличан облик са претходним. С друге стране овог сазвежђа на приближно једнаком одстојању као Велики Медвед налази се треће циркумполарно сазвежђе Касиојеја (*Cassiopeia*) у виду латинског слова W. Ово је циркумполарна група сазвежђа која у нашим крајевима никад не залази, већ целе своје дневне паралеле описује изнад хоризонта. Овој групи припадају још нека мање упадљива сазвежђа.



Сл. 13. Најмаркантнија сазвежђа северне небеске хемисфере

Услед Земљина обилажења око Сунца, о коме ће бити говора у § 1.2.1., у разна годишња доба око поноћи кулминују разне групе сазвежђа. Зато их у свако доба године сва не можемо сагледати, но ако бацимо поглед на карту северне хемисфере (сл. 13) са извученом мрежом

деклинациских кругова и паралела, можемо лако наћи 4 групе сазвежђа: зимску, према којој је окренут реп Малог Медведа, пролећну, испод Великог Медведа, летњу, према којој је усмерен реп Великог Медведа и јесењу, испод Малог Медведа.

б) Зимска група сазвежђа. — У зимској групи најмаркантнија су сазвежђа: Кочијаш (*Auriga*), Бик (*Taurus*), Близанци (*Gemini*), Орион (*Orion*), Мали Пас (*Canis Minor*), и Велики Пас (*Canis Major*) (в. сл. 13). Најсјајнија звезда у Кочијашу је  $\alpha$  *Aurigae* или *Capella*. у Бику  $\alpha$  *Tauris* или *Aldebaran* (у њему су и велика растурена звездана јата Плејаде и Хијаде), у Близанцима су најпознатије две сјајне звезде  $\alpha$  *Geminorum-Castor* и  $\beta$  *Geminorum-Pollux*, обе вишеструке, у Ориону, који обилује сјајним звездама, најсјајније су  $\alpha$  *Orionis-Betelgeuze* и  $\beta$  *Orionis-Rigel*, у његовом мачу позната је вишеструка звезда  $\theta$  *Orionis*, као и велика дифузна маглина и тамна маглина у непосредној близини. Најсјајнија звезда у Малом Псу је  $\alpha$  *C. Minoris* или *Procyon*, а у Великом Псу  $\alpha$  *C. Majoris* или *Sirius*, ово је најсјајнија звезда на читавом небу.

с. Пролећна група сазвежђа. — У пролећној групи најуочљивија су 3 сазвежђа: Рак (*Cancer*), Лав (*Leo*) и Девојка (*Virgo*). У Раку се и слободним оком види велико растурено јато звезда *Praeserae* или *Јасле*. У Лаву се истичу две сјајне звезде:  $\alpha$  *Leonis-Regulus* и  $\beta$  *Leonis-Denebola*, а у Девојци сјајна звезда  $\alpha$  *Virginis* или *Spica* (Клас) (в. сл. 13).

д. Летња група сазвежђа. — У летњој групи најмаркантнија су сазвежђа: Волар (*Bootes*), Северна Круна (*Corona Borealis*), Херкул (*Hercules*), Лира (*Lyra*), Лабуд (*Cygnus*) и Орао (*Aquila*). Најсјајнија звезда у Волару је  $\alpha$  *Bootis* или *Arcturus*, у С. Круни  $\alpha$  *C. Borealis* или *Гетта*. Херкул нема упадљиво сјајних звезда, али је познат са свог збивеног звезданог јата од око 20 000 звезда, које се и у слабијим дурбинима види као просута жеравица. Најсјајнија звезда у Лири је  $\alpha$  *Lyrae* — *Vega*. у Лабуду —  $\alpha$  *Cygni* или *Deneb* и у Орлу —  $\alpha$  *Aquilae* или *Altair*.

е. Јесења група сазвежђа. — У јесењој групи су најуочљивија сазвежђа: Пегаз (*Pegasus*), Андромеда (*Andromeda*), Персеј (*Perseus*), Рибе (*Pisces*) и Кит (*Cetus*). У Пегазу је најсјајнија звезда  $\alpha$  *Pegasi* или *Markab*, у Андромеди —  $\alpha$  *Andromedae* или *Sirrah* (ово је сазвежђе чувено и са сјајне спиралне маглине по средини). У Персеју је, поред најсјајније звезде  $\alpha$  *Persei* или *Mirfak*, чувена и променљива  $\beta$  *Persei* или *Algol*, као и двојно збивено јато звезда. У тешко уочљивом сазвежђу Рибе, које се састоји из слабих звезда налази се пролећна  $\gamma$  *шачка*, која се може наћи испод сазвежђа Пегаз ако се у правцу звезда  $\alpha$  *Andr* и  $\beta$  *Pegs* пренесе још једном њихов размак.

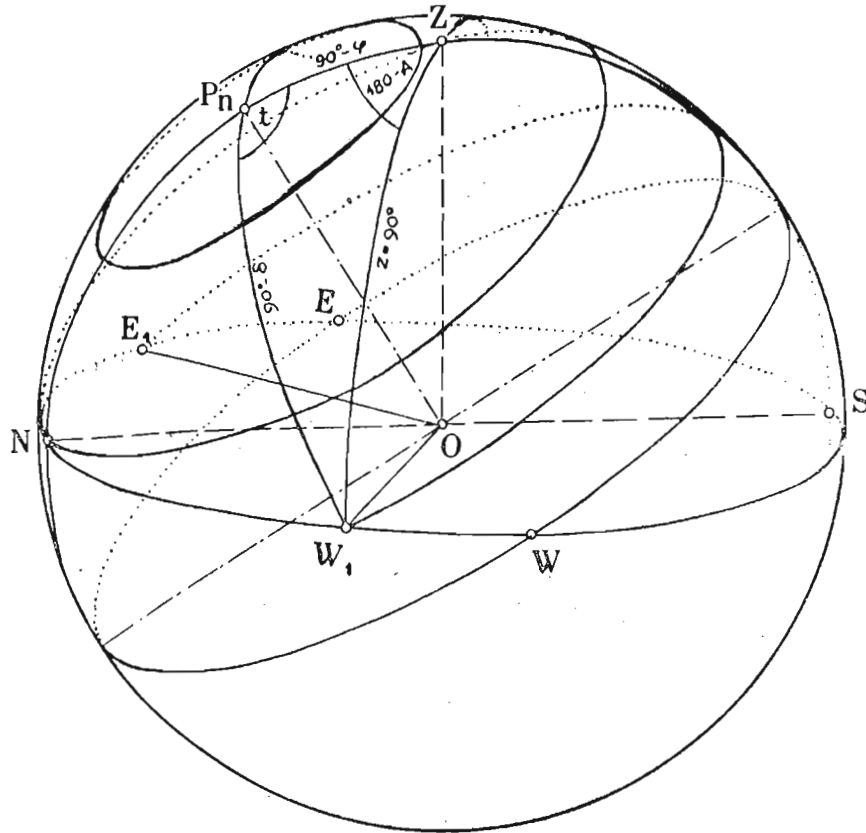
Потпуни списак сазвежђа и подробнији преглед сјајних звезда, као и детаљнију звездану карту види у трећој књизи.

**1.1.9. Излаз и залаз небеског тела.** — У параграфима 1.1.9 — 1.1.12 биће изведене хоризонтске координате небеских тела у 4 положаја карактеристичне за геодеска одређивања, као и звездана времена када се тела налазе у тим положајима. Полазни подаци су увек небеске екваторске координате којима је дато једно небеско тело и оне се

узимају из астрономских годишњака или ефемерида (в. § 1.4.4). Хоризонтске координате и време, који се рачунају, потребни су за припрему посматрања (мерења).

Тачке излаза и залаза су у првој апроксимацији тачке пресека дневног паралела небеског тела с хоризонтом, на сл. 14  $E_1$  и  $W_1$ . Једначина (53) у којој је у тренутку излаза и залаза  $z=90^\circ$ , даје

$$\cos z = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos t \quad \boxed{\cos t = -\operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \delta,} \quad (83)$$



Сл. 14. Тачке излаза и залаза

а звездано време излаза и залаза добивамо затим из веза

$$\boxed{\begin{aligned} s_E &= \alpha - t, \\ s_W &= \alpha + t. \end{aligned}} \quad (84)$$

Положаји тачака излаза и залаза одређени су потпуно њиховим азимутима. Једначина (65), кад у њу ставимо  $z=90^\circ$ , даје

$$\sin \delta = \cos z \sin \varphi - \sin z \cos \varphi \cos A \quad \boxed{\cos A = -\frac{\sin \delta}{\cos \varphi}.} \quad (85)$$

При томе је  $A_E > 180^\circ$ , а  $A_W < 180^\circ$ .

Ако изразе (83) и (85) напишемо у облику

$$\cos t = -\frac{\operatorname{tg} \delta}{\operatorname{tg}(90^\circ - \varphi)} \quad (86) \quad \text{и} \quad \cos A = -\frac{\sin \delta}{\sin(90^\circ - \varphi)}, \quad (87)$$

добивамо неједнакост

$$\delta < 90^\circ - \varphi \quad (88)$$

као услов да звезда излази и залази, тј. неједнакост

$$\delta > 90^\circ - \varphi \quad (89)$$

као услов да она нема излаза и залаза. Ове последње звезде цео свој дневни паралел описују изнад хоризонта и називају се *циркумполарне*. Ови услови следе и из геометријског расуђивања.

Кад је угао  $t$  мали, тачније се налази из тангенса. Обрадујемо изразе  $1 - \cos t$  и  $1 + \cos t$ , а затим њихов количник, па добивамо:

$$\operatorname{tg} \frac{t}{2} = \sqrt{\frac{\cos(\varphi - \delta)}{\cos(\varphi + \delta)}}. \quad (90)$$

На сличан начин добивамо и за азимут тачке излаза, односно залаза израз

$$\operatorname{tg} \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{\operatorname{tg}\left(45^\circ - \frac{\varphi - \delta}{2}\right)}{\operatorname{tg}\left(45^\circ - \frac{\varphi + \delta}{2}\right)}}. \quad (91)$$

Коначно је

$$A_W = A, \quad A_E = 360^\circ - A. \quad (92)$$

**Пример 9.** — Израчунати времена и положаје тачака излаза и залаза у Београду ( $\varphi = +44^\circ 48', 2$ ) за звезде  $\beta$  Librae и  $\alpha$  Lyrae.

Из Годишњака нашег неба за 1961. г. (стр. 50, 51) имамо:

$$\begin{array}{lll} \beta \text{ Librae} & \alpha = 15^h 14^m, 9, & \delta = -9^\circ 14', 4, \\ \alpha \text{ Lyrae} & \alpha = 18 \ 35 \ ,6, & \delta = +38 \ 44 \ ,8. \end{array}$$

Први начин, по обрасцима (83), (84) и (85) и (92)

	$\beta$ Librae	$\alpha$ Lyrae		$\beta$ Librae	$\alpha$ Lyrae
$\lg \operatorname{tg} \varphi$	9.99 702	9.99 702	$\lg \sin \delta$	9.20 563n	9.79 649
$\lg \operatorname{tg} \delta$	9.21 134n	9.90 444	$\operatorname{clg} \cos \varphi$	0.14 902	0.14 902
$\lg \cos t$	9.20 836	9.90 146n	$\lg \cos A$	9.35 465	9.94 551n
$t^\circ$	$80^\circ 42', 1$	$142^\circ 50', 7$	$A$	$76^\circ 55', 3$	$28^\circ 6', 3$
$t^h$	$5^h 22^m, 8$	$9^h 31^m, 4$			
$\alpha$	15 14,9	18 35,6			
$s_E$	$9^h 52^m, 1$	$9^h 4^m, 2$	$A_E$	$283^\circ 4', 7$	$208^\circ 6', 3$
$s_W$	20 37,7	4 7,0	$A_W$	$76^\circ 55', 3$	151 53,7

	$\beta$ Librae	$\alpha$ Lyrae		$\beta$ Librae	$\alpha$ Lyrae		$\beta$ Librae	$\alpha$ Lyrae
$\varphi$	44° 48',2	44° 48',2	$\lg \cos (\varphi - \delta)$	9.76 877	9.99 757	$\lg \operatorname{tg} \left( 45^\circ - \frac{\varphi - \delta}{2} \right)$	9.51 122	9.95 400
$\delta$	- 9 14,4	+38 44,8	$\operatorname{clg} \cos (\varphi + \delta)$	0.08 965	0.94 948	$\operatorname{clg} \operatorname{tg} \left( 45^\circ - \frac{\varphi + \delta}{2} \right)$	0.28 876	1.24 914
$\varphi - \delta$	54 2,6	6 3,4	$\lg \operatorname{tg}^2 \frac{t}{2}$	9 85 842	0.94 705	$\lg \operatorname{tg}^2 \frac{A}{2}$	9.79 998	1.20 314
$\varphi + \delta$	35 33,8	83 33,0	$\lg \operatorname{tg} \frac{t}{2}$	9.92 921	0.47 352	$\lg \operatorname{tg} \frac{A}{2}$	9.89 999	0.60 157
$\frac{\varphi - \delta}{2}$	27 1,3	3 1,7	$\frac{t}{2}$	40° 21',0	71° 25',3	$\frac{A}{2}$	38° 27',6	75° 56',9
$\frac{\varphi + \delta}{2}$	17 46,9	41 46,5	$t^0$	80° 42',1	142° 50',6	$A$	76° 55',2	151° 53',8
$45^\circ - \frac{\varphi - \delta}{2}$	17 58,7	41 58,3	$t^h$	5 <sup>h</sup> 22 <sup>m</sup> ,8	9 <sup>h</sup> 31 <sup>m</sup> ,4			
$45^\circ - \frac{\varphi + \delta}{2}$	27 13,1	3 13,5	$\alpha$	15 14,9	18 35,6			
			$s_E$	9 <sup>h</sup> 52 <sup>m</sup> ,1	9 <sup>h</sup> 4 <sup>m</sup> ,2	$A_E$	283° 4',8	208° 6',2
			$s_W$	20 37,7	4 7,0	$A_W$	76 55,2	151 53,8

**1.1.10. Пролаз небеског тела кроз меридијан.** — Звездано време горњег и доњег пролаза небеског тела кроз меридијан, као што смо видели у § 1.1.3. дато је изразима

$$s_G = \alpha, \quad (93)$$

$$s_D = \alpha \pm 12^h. \quad (94)$$

Све звезде које се налазе у меридијану јужно од зенита ( $\Sigma_1$  на сл. 15) имају азимут

$$A_s = 0^\circ, \quad (95)$$

а све које кулминују северно од зенита ( $\Sigma_2$  и  $\Sigma_3$  на сл. 15) имају азимут

$$A_N = 180^\circ. \quad (96)$$

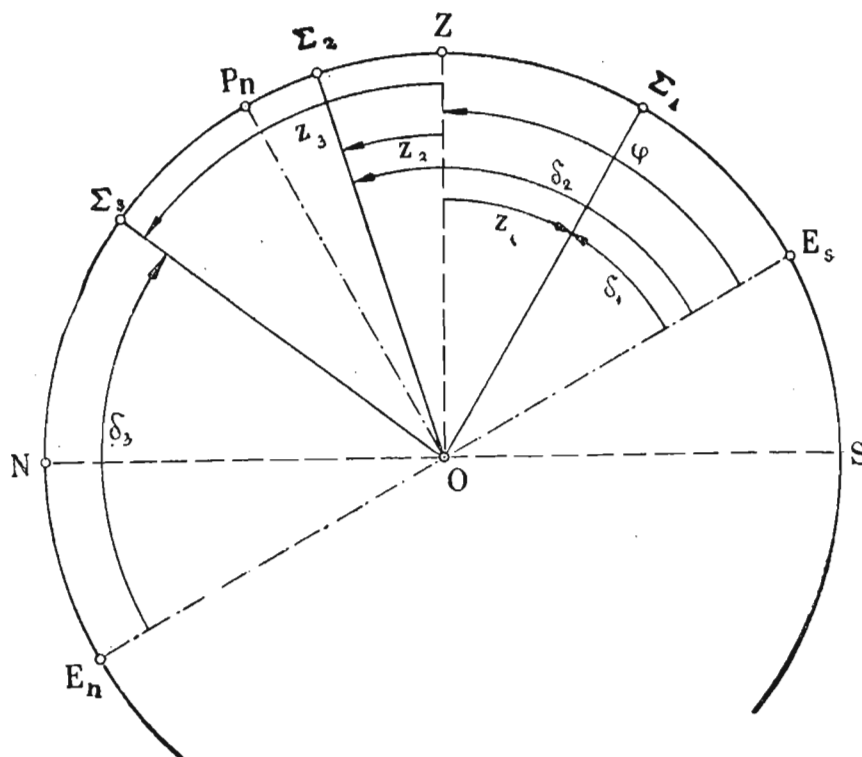


Зенитна даљина звезде која кулминује јужно од зенита ( $\Sigma_1$ ) је

$$z_s = \varphi - \delta_s, \quad (97)$$

оне која кулминује између зенита и пола ( $\Sigma_2$ )

$$z_{\wedge G} = \delta_N - \varphi, \quad (98)$$



Сл. 15. Положаји небеских тела у меридијану

а оне која кулминује између пола и хоризонта ( $\Sigma_3$ ) (доњи пролаз кроз меридијан)

$$z_{ND} = 180^\circ - \delta_N - \varphi. \quad (99)$$

**Пример 10.** — Одредити тренутке кулминација звезда  $\beta$  Eridani,  $\alpha$  Leonis,  $\beta$  Draconis и  $\alpha$  Cygni у Београду ( $\varphi = +44^\circ 48'$ , 2) и положаје њихове у тим тренуцима за хоризонт Београда.

Из Годишњака нашег неба за 1961. г. (стр. 49, 50, 51) имамо:

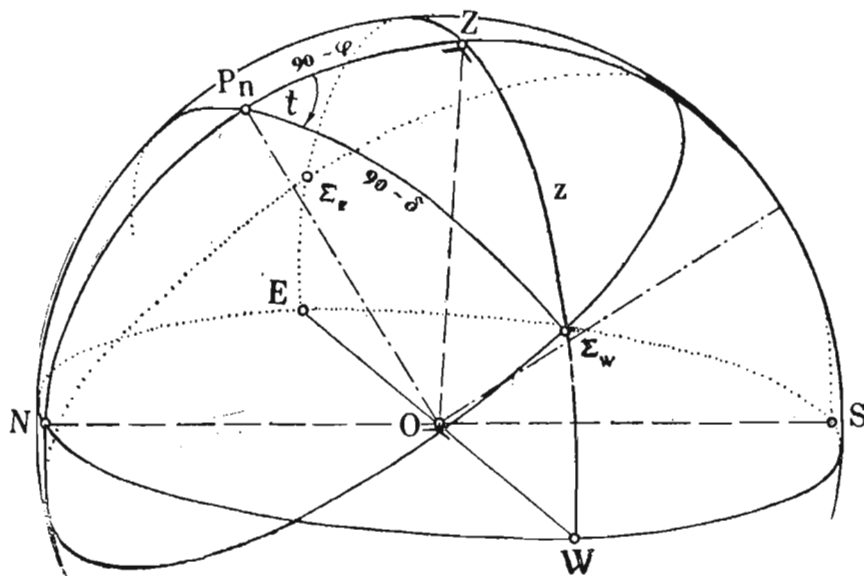
	$\alpha$	$\delta$
$\beta$ Eridani	$5^h 5^m, 9$	$-5^\circ 8', 1$
$\alpha$ Leonis	$10^h 6^m, 3$	$12^\circ 9', 5$
$\beta$ Draconis	$17^h 29^m, 6$	$52^\circ 19', 8$
$\alpha$ Cygni	$20^h 40^m, 1$	$45^\circ 8', 4$

Према обрасцима (93)—(99) имамо:

	$\beta$ Eridani	$\alpha$ Leonis	$\beta$ Draconis	$\alpha$ Cygni
$s_G$	$5^h 5^m, 9$	$10^h 6^m, 3$	$17^h 29^m, 6$	$20^h 40^m, 1$
$s_D$			$5 29,6$	
$A_s$	$0^\circ 0', 0$	$0^\circ 0', 0$		
$A_N$			$180^\circ 0', 0$	$180^\circ 0', 0$
$A_{ND}$			$180 0, 0$	
$z_s$	$49^\circ 56', 3$	$32^\circ 38', 7$		
$z_{NG}$			$7^\circ 31', 6$	$0^\circ 20', 2$
$z_{ND}$			$82 52, 0$	

**1.1.11. Пролаз небеског тела кроз први вертикал.**—Кроз први вертикал могу проћи само она небеска тела која кулминују јужно од зенита, тј. за која је

$$\delta < \varphi. \quad (100)$$



Сл. 16. Пролази небеског тела кроз први вертикал

Из паралактичког троугла с правим углом код  $Z$  (сл. 16) тада добивамо

$$\cos t = \frac{\operatorname{tg} \delta}{\operatorname{tg} \varphi}, \quad (101)$$

а звездана времена источног и западног пролаза кроз први вертикал добивамо из израза

$$\boxed{s_E = \alpha - t, \quad s_W = \alpha + t.} \quad (102)$$

Из истог троугла добивамо и зенитну даљину небеског тела у том тренутку :

$$\boxed{\cos z = \frac{\sin \delta}{\sin \varphi}.} \quad (103)$$

Азимути су

$$\boxed{A_E = 270^\circ, \quad A_W = 90^\circ.} \quad (104)$$

Ако образујемо изразе  $1 - \cos t$  и  $1 + \cos t$  и њихов количник, добивамо за  $t$  такође израз

$$\operatorname{tg} \frac{t}{2} = \sqrt{\frac{\sin(\varphi - \delta)}{\sin(\varphi + \delta)}}. \quad (105)$$

На сличан начин и за  $z$  израз

$$\operatorname{tg} \frac{z}{2} = \sqrt{\frac{\operatorname{tg} \frac{\varphi - \delta}{2}}{\operatorname{tg} \frac{\varphi + \delta}{2}}}. \quad (106)$$

**Пример 11.** — Израчунати за звезде  $\beta$  Tauri и  $\epsilon$  Pegasi времена пролаза кроз први вертикал и њихове положаје у тренуцима тих пролаза за Београд ( $\varphi = +44^\circ 48', 2$ ).

Из Годишњака нашег неба за 1961. г. (стр. 49 и 51) имамо :

	$\alpha$	$\delta$
$\beta$ Tauri	5 <sup>h</sup> 23 <sup>m</sup> , 8	+28° 34', 6
$\epsilon$ Pegasi	21 42 , 3	+ 9 41, 7.

Први начин по обрасцима (101)—(104)

	$\beta$ Tauri	$\epsilon$ Pegasi		$\beta$ Tauri	$\epsilon$ Pegasi
$\lg \operatorname{tg} \delta$	9.73 615	9.23 260	$\lg \sin \delta$	9.67 973	9.22 635
$\operatorname{clg} \operatorname{tg} \varphi$	0.00 298	0.00 298	$\operatorname{clg} \sin \varphi$	0.15 201	0.15 201
$\lg \cos t$	9.73 913	9.23 558	$\lg \cos z$	9.83 174	9.37 836
$t^{\circ}$	56° 44',4	80° 5',7	$z$	47° 15'	76° 10'
$th$	3 <sup>h</sup> 47 <sup>m</sup> ,0	5 <sup>h</sup> 20 <sup>m</sup> ,4			
$\alpha$	5 23,8	21 42,3			
$s_E$	1 <sup>h</sup> 36 <sup>m</sup> ,8	16 <sup>h</sup> 21 <sup>m</sup> ,9	$A_E$	270° 0'	270° 0'
$s_W$	9 10,8	3 2,7	$A_W$	90 0	90 0

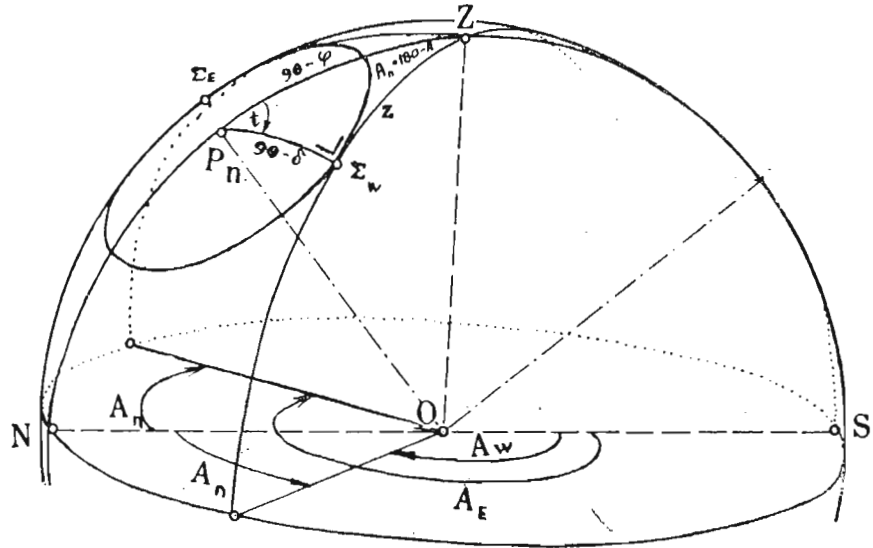
Други начин по обрасцима (105), (102), (106) и (104)

	$\beta$ Tauri	$\epsilon$ Pegasi		$\beta$ Tauri	$\epsilon$ Pegasi		$\beta$ Tauri	$\epsilon$ Pegasi
$\varphi$	44° 48',2	44° 48',2	$\lg \sin (\varphi - \delta)$	9.44 628	9.75 976	$\lg \operatorname{tg} \frac{\varphi - \delta}{2}$	9.15 399	9.50 013
$\delta$	28 34,6	9 41,7	$\operatorname{clg} \sin (\varphi + \delta)$	0.01 854	0.08 936	$\operatorname{clg} \operatorname{tg} \frac{\varphi + \delta}{2}$	0.12 778	0.28 816
$\varphi - \delta$	16 13,6	35 6,5	$\lg \operatorname{tg}^2 \frac{t}{2}$	9.46 482	9.81 912	$\lg \operatorname{tg}^2 \frac{z}{2}$	9.28 177	9.78 829
$\varphi + \delta$	73 22,8	54 29,9	$\lg \operatorname{tg} \frac{t}{2}$	9.73 241	9.92 456	$\lg \operatorname{tg} \frac{z}{2}$	9.64 088	9.89 415
$\frac{\varphi - \delta}{2}$	8 6,8	17 33,2	$\frac{t^{\circ}}{2}$	28° 22',2	40° 2',9	$\frac{z}{2}$	23° 37',5	38° 5',1
$\frac{\varphi + \delta}{2}$	36 41,4	27 15,0	$t^{\circ}$	56 44,4	80 5,8	$z$	47° 15'	76° 10'
			$th$	3 <sup>h</sup> 47 <sup>m</sup> ,0	5 <sup>h</sup> 20 <sup>m</sup> ,4			
			$\alpha$	5 23,8	21 42,3			
			$s_E$	1 <sup>h</sup> 36 <sup>m</sup> ,8	16 <sup>h</sup> 21 <sup>m</sup> ,9	$A_E$	270° 0'	270° 0'
			$s_W$	9 10,8	3 2,7	$A_W$	90 0	90 0

**1.1.12. Највећа дигресија небеског тела.** — Звезде које кулми-  
нују северно од зенита, чије је

$$\delta > \varphi, \quad (107)$$

не пролазе у току дана све вредности азимута од  $0^\circ - 360^\circ$ , већ он осци-  
лује око  $180^\circ$ . Највише се удаљује од  $180^\circ$  кад је звезда у тачки



Сл.-17. Небеско тело у највећој дигресији

додира њена вертикала с паралелом. Тај положај зове се *највећа дигре-  
сија* или *највећа елонгација*. Из правоуглог паралактичког троугла  
 $P_n Z \Sigma$  (сл. 17) тада се добива

$$\cos t = \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\operatorname{tg} \delta}, \quad (108)$$

одакле се за звездано време највеће источне и западне дигресије добива

$$s_E = \alpha - t, \quad s_W = \alpha + t. \quad (109)$$

Из истог троугла хоризонтске координате звезде у највећој дигресији  
добивамо из изрза

$$\cos z = \frac{\sin \varphi}{\sin \delta}, \quad (110)$$

$$\sin A_N = \frac{\cos \delta}{\cos \varphi}, \quad (111)$$

$$A_E = 180^\circ + A_N, \quad A_W = 180^\circ - A_N. \quad (112)$$

Образујемо ли изразе  $1 - \cos t$  и  $1 + \cos t$ , а затим њихов количник,  $t$  добивамо и из израза

$$\operatorname{tg} \frac{t}{2} = \sqrt{\frac{\sin(\delta - \varphi)}{\sin(\delta + \varphi)}}. \quad (113)$$

На сличан начин добивамо још један израз и за  $z$

$$\operatorname{tg} \frac{z}{2} = \sqrt{\frac{\operatorname{tg} \frac{\delta - \varphi}{2}}{\operatorname{tg} \frac{\delta + \varphi}{2}}}. \quad (114)$$

Ако образац (111) напишемо у облику

$$\cos(90^\circ - A_N) = \frac{\cos \delta}{\cos \varphi},$$

на исти начин као за  $t$  и за  $z$  добивамо и за  $A_N$  израз

$$\operatorname{tg}\left(45^\circ - \frac{A_N}{2}\right) = \sqrt{\operatorname{tg} \frac{\delta - \varphi}{2} \cdot \operatorname{tg} \frac{\delta + \varphi}{2}}. \quad (115)$$

**Пример 12.** — Израчунати за звезду  $\delta$  Cassiopeiae времена и положаје у највећој дигресији за Београд ( $\varphi = +44^\circ 48', 2$ ).

Из Годишњака нашег неба за 1961. г. (стр. 49) имамо:

	$\alpha$	$\delta$
$\delta$ Cassiopeiae	$1^h 23^m, 2$	$+60^\circ 2', 0$

Први начин

$\lg \operatorname{tg} \varphi$	9.99 702	$\lg \sin \varphi$	9.84 799	$\lg \cos \delta$	9.69 853
$\operatorname{clg} \operatorname{tg} \delta$	9.76 086	$\operatorname{clg} \sin \delta$	0.06 232	$\operatorname{clg} \cos \varphi$	0.14 902
$\lg \cos t$	9.75 788	$\lg \cos z$	9.91 031	$\lg \sin A_N$	9.84 755
$t^\circ$	$55^\circ 3', 9$	$z$	$35^\circ 34'$	$A_N$	$44^\circ 45'$
$t^h$	$3^h 40^m, 3$			$A_E$	$224^\circ 45'$
$\alpha$	1 23,2			$A_W$	$135^\circ 15'$
$s_E$	$21^h 42^m, 9$				
$s_W$	5 3,5				

$\varphi$	44° 48', 2	$\lg \operatorname{tg} \frac{1}{2}(\delta - \varphi)$	9.12 611
$\delta$	60 2, 0	$\operatorname{clg} \operatorname{tg} \frac{1}{2}(\delta + \varphi)$	9.88 626
$\delta - \varphi$	15 13, 8		
$\delta + \varphi$	104 50, 2	$\lg \operatorname{tg}^2 \frac{z}{2}$	9.01 237
$\frac{1}{2}(\delta - \varphi)$	7 36, 9	$\lg \operatorname{tg} \frac{z}{2}$	9.50 619
$\frac{1}{2}(\delta + \varphi)$	52 25, 1	$\frac{z}{2}$	17° 47'
$\lg \sin(\delta - \varphi)$	9.41 915	$z$	35 34
$\operatorname{clg} \sin(\delta + \varphi)$	0.01 473		
$\lg \operatorname{tg}^2 \frac{t}{2}$	9.43 418	$\lg \operatorname{tg} \frac{1}{2}(\delta - \varphi)$	9.12 611
$\lg \operatorname{tg} \frac{t}{2}$	9.71 709	$\lg \operatorname{tg} \frac{1}{2}(\delta + \varphi)$	0.11 374
$\frac{t^0}{2}$	27° 32'	$\lg \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{A_N}{2} \right)$	9.23 985
$t^0$	55 4	$\lg \operatorname{tg} \left( 45 - \frac{A_N}{2} \right)$	9.61 992
$t^h$	3h 40 <sup>m</sup> , 3'	$45^\circ - \frac{A_N}{2}$	22° 37'
$\alpha$	1 23, 2	$\frac{A_N}{2}$	22 22
$s_E$	21h 42 <sup>m</sup> , 9	$A_N$	44 45°
$s_v$	5 3, 5	$A_E$	224° 45'
		$A_W$	135 15

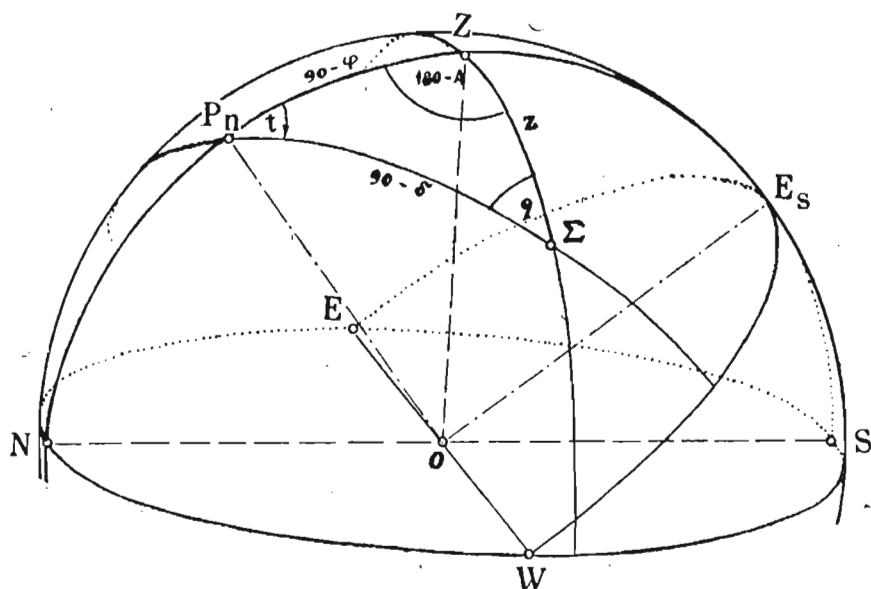
### 1.1.13. Израчунавање паралактичког угла. —

1° Из хоризонтских координата. — Угао између часовног круга и вертикала који пролази кроз небеско тело зове се паралактички угао. Ако су дате хоризонтске координате небеског тела,

применом Гаусових образаца (17) и (18) на паралактички троугао  $P_n Z \Sigma$  (сл. 18) добивамо везе

$$\cos \delta \sin q = \pm \cos \varphi \sin A, \quad (116)$$

$$\cos \delta \cos q = \sin z \sin \varphi + \cos z \cos \varphi \cos A, \quad (117)$$



Сл. 18. Израчунавање паралактичког угла

које деобом дају

$$\boxed{\operatorname{tg} q = \pm \frac{\cos \varphi \sin A}{\sin z \sin \varphi + \cos z \cos \varphi \cos A}} \quad (118)$$

Оне сменама

$$n \sin N = \sin \varphi, \quad (119)$$

$$n \cos N = \cos \varphi \cos A, \quad (120)$$

добивају облик подесан за логаритмисање:

$$\cos \delta \sin q = \cos \varphi \sin A, \quad (121)$$

$$\cos \delta \cos q = n \cos (z - N). \quad (122)$$

Може се  $q$  добити логаритамским путем и из тангенса, ако се и бројитељ и именитељ десне стране једначине (118) подели са  $\cos \varphi \cos A$ . После смене

$$\frac{\operatorname{tg} \varphi}{\cos A} = \operatorname{tg} N, \quad (123)$$

за  $q$  добивамо израз

$$\boxed{\operatorname{tg} q = \pm \operatorname{tg} A \cos N \sec (z - N)}. \quad (124)$$



**Пример 13.** — Израчунати паралактички угао звезде  $\alpha$  Leonis (Regulus) у Београду ( $\varphi = +44^{\circ}48',2$ ) када су њена зенитна даљина и азимут  $z = 75^{\circ}5'20''$  и  $A = 92^{\circ}27'50''$ .

Обележимо, краткоће ради, бројитељ у изразу (118) са I, а чланове у именитељу са II и III.

Први начин из израза (118) машином		Други начин из израза (124) логаритамски	
$\cos \varphi$	0,70 954	$\lg \operatorname{tg} \varphi$	9.99 701
$\sin A$	0,99 908	$\operatorname{clg} \cos A$	1.36 664n
I	0,70 889	$\lg \operatorname{tg} N$	1.36 365n
$\sin z$	0,96 633	$N$	$92^{\circ}28'43''$
$\sin \varphi$	0,70 467		
II	0,68 094		
$\cos z$	0,25 732	$\lg \operatorname{tg} A$	1.36 623n
$\cos \varphi$	0,70 954	$\lg \cos N$	8.63 595n
$\cos z \cos \varphi$	0,18 258	$\lg \sec(z-N)$	0.02 032
$\cos A$	-0,04 299	$\lg \operatorname{tg} q$	0.02 250
III	-0,00 785		
II+III	0,67 309	$q$	$46^{\circ}29'0''$
$\operatorname{tg} q$	1,05 319		
$q$	$46^{\circ}29'0''$		

2<sup>o</sup> Из екваторских координата. Ако су дате екваторске координате небеског тела, на сличан начин за  $q$  добијамо везе

$$\sin z \sin q = \pm \cos \varphi \sin t, \quad (125)$$

$$\sin z \cos q = \cos \delta \sin \varphi - \sin \delta \cos \varphi \cos t, \quad (126)$$

које деобом дају

$$\operatorname{tg} q = \pm \frac{\cos \varphi \sin t}{\cos \delta \sin \varphi - \sin \delta \cos \varphi \cos t}. \quad (127)$$

Једначине (125) и (126) после смена

$$m \sin M = \cos \varphi \cos t, \quad (128)$$

$$m \cos M = \sin \varphi, \quad (129)$$

добијају облик подесан за логаритмисање:

$$\sin z \sin q = \cos \varphi \sin t, \quad (130)$$

$$\sin z \cos q = m \cos(\delta + M). \quad (131)$$

Може се и израз за  $\operatorname{tg} q$  довести на облик подесан за логаритмисање ако у једначини (127) с десне стране и бројитељ и именитељ поделимо са  $\cos \varphi \cos t$ . После смене

$$\frac{\operatorname{tg} \varphi}{\cos t} = \operatorname{ctg} M \quad (132)$$

за  $q$  добивамо израз

$$\operatorname{tg} q = \pm \operatorname{tg} t \sin M \sec(\delta + M). \quad (133)$$

**Пример 14.** — Израчунати паралактички угао звезде  $\alpha$  Leonis (Regulus) у  $15^h 30^m 10^s$  звезданог времена у Београду ( $\varphi = +44^\circ 48', 2$ ) из њених небеских екваторских координата (Годишњак нашег неба, стр. 50).

	$\alpha$	$\delta$
$\alpha$ Leonis	$10^h 6^m, 3$	$12^\circ 9' 5$

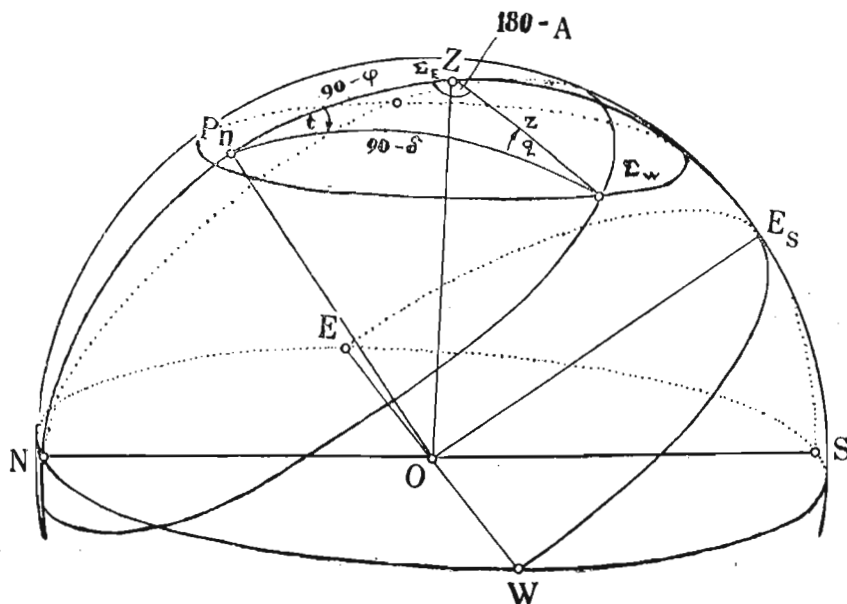
Обележимо, краткоће ради, бројитељ у изразу (127) са I, а чланове у именитељу са II и III.

Први начин		Други начин	
из израза (127) машином		из израза (133) логаритамски	
$t$	80° 58'	$\lg \operatorname{tg} \varphi$	9.99 701
$\sin t$	0,98 760	$\operatorname{clg} \cos t$	0.80 408
$\cos \varphi$	0,70 954	$\lg \operatorname{ctg} M$	0.80 109
I	0,70 074		
$\cos \delta$	0,97 757	$M$	8° 59'
$\sin \varphi$	0,70 467	$\delta$	12 9
II	0,68 886	$M + \delta$	21 8
$\sin \delta$	0,21 062	$\lg \operatorname{tg} t$	0.79 866
$\cos \varphi$	0,70 954	$\lg \sin M$	9.19 352
$\sin \delta \cos \varphi$	0,14 944	$\lg \sec(M + \delta)$	0.03 026
$\cos t$	0,15 701	$\lg \lg q$	0.02 244
III	0,02 346		
II—III	0,66 540	$q$	46° 29'
$\operatorname{tg} q$	1,05 311		
$q$	46° 29'		

У тренутку пролаза звезде кроз први вертикал паралактички троугао постаје правоугли с правим углом код  $z$  и паралактички се угао тада добива из израза

$$\sin q = \frac{\cos \varphi}{\cos \delta}. \quad (134)$$

**1.1.14. Пролази небеског тела кроз дати алмукантар(ат).** — Небеско ће тело проћи кроз алмукантар(ат) зенитне даљине  $z$ , ако



Сл. 19. Пролаз небеског тела кроз дати алмукантар(ат)

зенитне даљине тог тела у кулминацијама задовољавају услов

$$z_{mG} < z < z_{mD}. \quad (135)$$

Ако у познати образац

$$\cos z = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos t \quad (136)$$

ставимо смену

$$\cos t = 1 - 2 \sin^2 \frac{t}{2}, \quad (137)$$

а затим

$$\varphi - \delta = z_m, \quad (138)$$

добићемо часовни угао  $t$  из израза

$$\sin^2 \frac{t}{2} = \frac{\sin \frac{z+z_m}{2} \cdot \sin \frac{z-z_m}{2}}{\cos \varphi \cos \delta}, \quad (139)$$

а звездана времена источног и западног пролаза из израза

$$s_E = \alpha - t, \quad s_W = \alpha + t. \quad (140)$$

Но ако паралактички триагоа решимо по трима странама, можемо истовремено добити и азимуте тачака пролаза и паралактички угао. Уведемо ли ознаке

$$90^\circ - \delta = \Delta, \quad 90^\circ - \varphi = \Phi, \quad 2\rho = z + \Delta + \Phi, \quad (141)$$

добивамо тражене непознате из израза:

$$\operatorname{tg} \frac{t}{2} = \sqrt{\frac{\sin(\rho - \Delta) \sin(\rho - \Phi)}{\sin \rho \sin(\rho - z)}}, \quad \begin{cases} s_E = \alpha - t, \\ s_W = \alpha + t, \end{cases} \quad (142)$$

$$\operatorname{tg} \frac{A_N}{2} = \sqrt{\frac{\sin(\rho - z) \sin(\rho - \Phi)}{\sin \rho \sin(\rho - \Delta)}}, \quad \begin{cases} A_E = 180^\circ + A_N, \\ A_W = 180^\circ - A_N, \end{cases} \quad (143)$$

$$\operatorname{tg} \frac{q}{2} = \sqrt{\frac{\sin(\rho - z) \sin(\rho - \Delta)}{\sin \rho \sin(\rho - \Phi)}}. \quad (144)$$

**Пример 15.** — Израчунати звездана времена пролаза звезда  $\alpha$  Cassiopeiae и  $\delta$  Herculis у Београду ( $\varphi = +44^\circ 48', 2$ ) кроз алмукантар(ат)  $z = 30^\circ 0', 0$ .

Из *Connaissance des Temps-a* за 1961. г. (стр. 254 и 279) имамо небеске екваторске координате датих звезда:

	$\alpha$	$\delta$
$\alpha$ Cassiopeiae	$0^h 38^m, 3$	$+56^\circ 19', 4$
$\delta$ Herculis	$17 13, 4$	$+24 53, 0$

Према изразима (139) и (140) имамо:

	$\alpha$ Cass.	$\delta$ Herc.		$\alpha$ Cass.	$\delta$ Herc.
$\delta$	$+56^\circ 19', 4$	$+24^\circ 53', 0$	$\lg \sin \frac{z+z_m}{2}$	9.54 956	9.62 530
$\varphi$	$44 48, 2$	$44 48, 2$	$\lg \sin \frac{z-z_m}{2}$	9.20 566	8.94 375
$z_m$	$11 31, 2$	$19 55, 2$	$\operatorname{clg} \cos \varphi$	0.14 903	0.14 903
$z$	$30 0, 0$	$30 0, 0$	$\operatorname{clg} \cos \delta$	0.25 610	0.04 231
$z+z_m$	$41 31, 2$	$49 55, 2$	$\lg \sin^2 \frac{t}{2}$	9.16 035	8.76 039
$\frac{z+z_m}{2}$	$20 45, 6$	$24 57, 6$	$\lg \sin \frac{t}{2}$	9.58 018	9.38 020
$\frac{z-z_m}{2}$	$9 14, 4$	$5 2, 4$	$t^h$	$2^h 58^m, 8$	$1^h 51^m, 1$
			$\alpha$	$0 38, 3$	$17 13, 4$
			$s_E$	$21^h 39^m, 5$	$15^h 22^m, 3$
			$s_W$	$3 73, 1$	$19 4, 5$

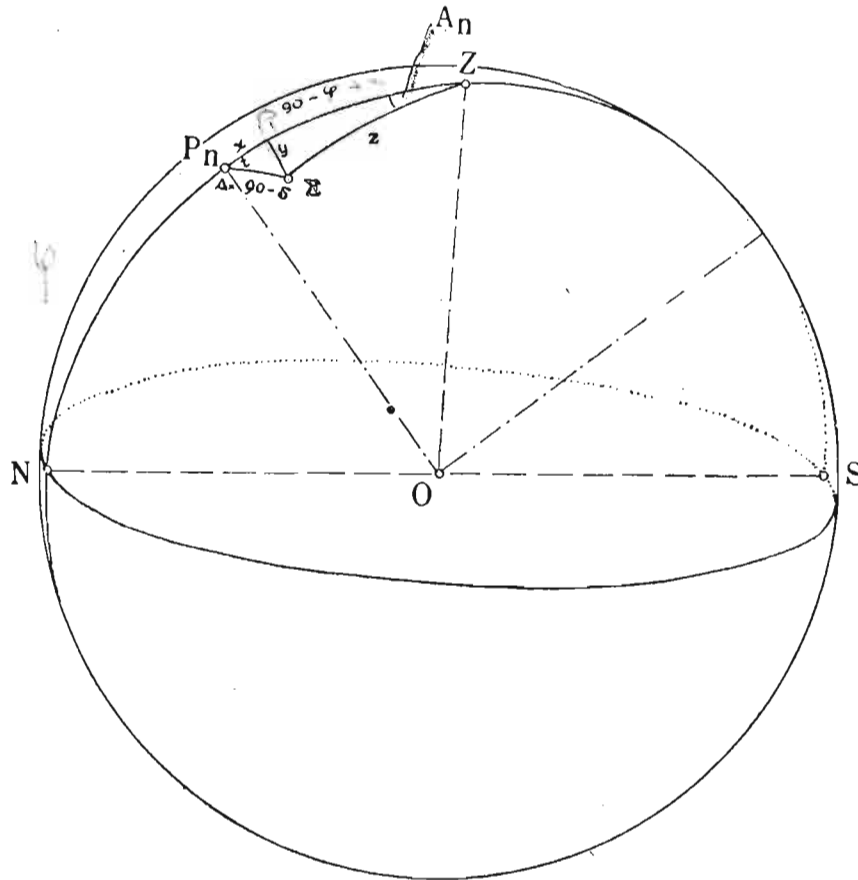
**Пример 16.** — Израчунати за Београд ( $\varphi = 44^{\circ} 48', 2$ ) времена пролаза звезда  $\alpha$  Cassiopeiae и  $\delta$  Herculis кроз алмукантар(ат)  $z = 30^{\circ} 0', 0$ , одредити њихове положаје на том алмукантар(ат)у и паралактички угао служећи се небеским екваторским координатама датих звезда из претходног примера.

Према изразима (141), (142), (143) и (144) имамо:

	$\alpha$ Cass	$\delta$ Herc		$\alpha$ Cass	$\delta$ Herc
$z$	$30^{\circ} 0', 0$	$30^{\circ} 0', 0$	$\lg \sin (\rho - z)$	9.61 667	9.80 948
$\Delta$	33 40,6	65 7,0	$\lg \sin (\rho - \Phi)$	9.20 566	9.62 530
$\Phi$	45 11,8	45 11,8	$\text{clg} \sin \rho$	0.08 965	0.02 658
$2\rho$	108 52,4	140 18,8	$\text{clg} \sin (\rho - \Delta)$	0.45 044	1.05 625
$\rho$	54 26,2	70 9,4			
$\rho - z$	24 26 2	40 9,4	$\lg \text{tg}^2 \frac{A_N}{2}$	9.36 242	0.51 761
$\rho - \Delta$	20 45,6	5 2,4	$\lg \text{tg} \frac{A_N}{2}$	9.68 121	0.25 880
$\rho - \Phi$	9 14,4	24 57,6			
$\lg \sin (\rho - \Delta)$	9. 54 956	8.94 375	$A_E$	$231^{\circ} 17'$	$302^{\circ} 17'$
$\lg \sin (\rho - \Phi)$	9. 20 566	9.62 530	$A_W$	128 43	57 43
$\text{clg} \sin \rho$	0. 08 965	0.02 658			
$\text{clg} \sin (\rho - z)$	0. 38 333	0.19 052	$\lg \sin (\rho - z)$	9.61 667	9.80 948
			$\lg \sin (\rho - \Delta)$	9.54 956	8.94 375
$\lg \text{tg}^2 \frac{t}{2}$	9. 22 820	9.78 615	$\text{clg} \sin \rho$	0.08 965	0.02 658
$\lg \text{tg} \frac{t}{2}$	9. 61 410	9.39 308	$\text{clg} \sin (\rho - \Phi)$	0.79 434	0.37 470
$th$	$2^h 58^m, 8$	$1^h 51^m, 1$	$\lg \text{tg}^2 \frac{q}{2}$	0.05 022	9.15 451
$\alpha$	0 38 ,3	17 13 , 4	$\lg \text{tg} \frac{q}{2}$	0.02 511	9.57 726
$s_E$	$21^h 39^m, 5$	15 22 , 3			
$s_W$	3 37 ,1	19 4 , 5	$q$	$93^{\circ} 19'$	$41^{\circ} 24'$

**1.1.15. Приближна хоризонтска ефемерида Северњача.** — За оријентацију хоризонталног и вертикалног круга на астрономско-геодеским инструментима и приближно одређивање азимута правца на земљишту (в. књигу другу) често су потребне приближне хоризонтске коорди-

нате Северњаче. Оне се добивају из паралактичког троугла  $P_n Z \Sigma$  (сл. 20) кад се из Северњаче  $\Sigma$  спусти сферна нормала на меридијан



Сл. 20. Израчунавање приближних хоризонтских координата Северњаче

у тачку  $R$ . Мали троугао  $P_n R \Sigma$ , који се може сматрати за раван, тада даје

$$x = \Delta \cos t, \quad y = \Delta \sin t, \quad (145)$$

а троугао  $R Z \Sigma$  везе

$$\operatorname{tg} A_N = \operatorname{tg} y \operatorname{sec} (\varphi + x), \quad (146)$$

$$\operatorname{tg} z = \operatorname{sec} A_N \operatorname{tg} [90^\circ - (\varphi + x)]. \quad (147)$$

Ове последње после апроксимације

$$\operatorname{tg} A_N = A_N \sin 1', \quad \operatorname{tg} y = y \sin 1', \quad \operatorname{sec} A_N = 1$$

дају изразе

$$A_N = y \operatorname{sec} (\varphi + x), \quad (148)$$

$$z = 90^\circ - (\varphi + x), \quad (149)$$

$$A = 180^\circ - A_N, \quad (150)$$

за рачунање приближних хоризонтских координата Северњаче.

Преглед координата једног небеског тела израчунатих у једнаким временским размацама назива се његовом *ефемеридом*. Збирке оваквих ефемерида за Сунце, Месец, велике планете и неке сјајније звезде са подацима о свима значајнијим астрономским појавама и с помоћним таблицама за астрономска рачунања објављују све веће земље за сваку годину. То су *астрономски годишњаци* (*алманаси*) или *астрономске ефемериде*. Види ближе о њима и њиховој употреби у тачки 1.3.5.3.

Према томе, на горњи начин израчунате приближне хоризонтске координате Северњаче за тренутке раздвојене једнаким временским размацама, представљале би приближну њену хоризонтску ефемериду. И она се може наћи у сваком већем астрономском годишњаку, и то за разне вредности географске ширине, тј. за разне станице, одакле се интерполовањем добивају њене координате које одговарају нашој станици.

**Пример 17.** Израчунати приближну хоризонтску ефемериду Северњаче за сваких  $20^m$  у размаку од  $20^h 16^m - 22^h 16^m$  звезданог времена у Београду ( $\varphi = +44^\circ 48', 2$ ) служећи се приближним изразима (148), (149) и (150) и интерполовањем из Астрономског жебегодњика за 1961. г. (стр. 561), па их упоредити.

За небеске екваторске координате Северњаче узети вредности  $\alpha = 1^h 56^m, 4$ ,  $\delta = +89^\circ 5', 0$ , односно  $\Delta = 90^\circ - \delta = 55', 0$  и  $\lg \Delta = 1.7404$ .

$s$	$t^h$	$t^0$	$\lg \cos t$	$\lg \sin t$	$\lg x$	$x$
$20^h 16^m$	$18^h 19^m, 6$	$274^\circ 54'$	8.9315	9.9984n	0.6719	$0^\circ 5'$
20 36	18 39 ,6	279 54	9.2353	9.9935n	0.9757	0 10
20 56	18 59 ,6	284 54	9.4102	9.8151n	1.1506	0 14
21 16	19 19 ,6	289 54	9.5320	9.9733n	1.2724	0 19
21 36	19 39 ,6	294 54	9.6243	9.9576n	1.3647	0 23
21 56	19 59 ,6	299 54	9.6976	9.9380n	1.4380	0 27
22 16	20 19 ,6	304 54	9.7575	9.9139n	1.4979	0 32

$s$	$x$	$\varphi + x$	$\lg y$	$\lg \sec (\varphi + x)$	$\lg A_N$	$A_N$
$20^h 16^m$	$0^\circ 5'$	$44^\circ 53'$	1.7388n	0.1496	1.8884n	$-1^\circ 17'$
20 36	0 10	44 58	1.7339n	0.1502	1.8841n	-1 17
20 56	0 14	45 2	1.8255n	0.1508	1.8763n	-1 15
21 16	0 19	45 7	1.7137n	0.1514	1.8651n	-1 13
21 36	0 23	45 11	1.6980n	0.1520	1.8500n	-1 11
21 56	0 27	45 16	1.6784n	0.1525	1.8309n	-1 8
22 16	0 32	45 20	1.6543n	0.1530	1.8073n	-1 4

Рачуната ефемерида

$s$	$z$	$A$
20 <sup>h</sup> 16 <sup>m</sup>	45° 7'	181° 17'
20 36	45 2	181 17
20 56	44 58	181 15
21 16	44 53	181 13
21 36	44 49	181 11
21 56	44 44	181 8
22 16	44 40	181 4

Интерполована ефемерида

$s$	$z$	$A$
20 <sup>h</sup> 16 <sup>m</sup>	45° 7'	181° 18'
20 36	45 2	181 17
20 56	44 58	181 16
21 16	44 53	181 14
21 36	44 49	181 11
21 56	44 44	181 8
22 16	44 40	181 4

Ефемериде се само на 3 места разликују, и то у азимуту, за 1' на последњем месту због приближности израза по којима је ефемерида рачуната.

**1.1.16. Прираштаји хоризонтских координата.** — Често је у пракси потребно израчунати хоризонтске координате једног небеског тела у веома блиским тренуцима. Тада се може читава ефемерида израчунати ако се на први пар координата додају њени мали коначни прираштаји. Зато је потребно умети израчунати ове прираштаје.

1° Прираштај зенишне даљине.

Познати израз

$$\cos z = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos t$$

даје

$$\frac{dz}{dt} = \cos \varphi \sin A. \quad (151)$$

Ако се задржимо на члановима првог реда прираштаја  $\Delta z$  и  $\Delta t$ , онда је

$$\Delta z = \frac{dz}{dt} \cdot \Delta t$$

или, с обзиром на (151),

$$\Delta z = \cos \varphi \sin A \Delta t, \quad (152)$$

а за  $\Delta t = 1^m$ ,

$$\Delta z = 15' \cos \varphi \sin A. \quad (153)$$

У првом вертикалу је промена зенишне даљине у 1<sup>m</sup> онда

$$\Delta z = 15' \cos \varphi, \quad (154)$$

тј. сшална, а у меридијану

$$\Delta z = 0, \quad (155)$$



тј. и само  $z$  стално, и звезда се креће по хоризонталном концу микрометра. Како је за  $t=0$ , и  $\frac{dz}{dt}=0$ , то у меридијану  $z$  достиже екстремне вредности.

За Сунце и остала тела Сунчева Система при диференцирању полазне везе треба сматрати и  $\delta$  за променљиву. Ако тада нађемо  $\frac{dz}{dt}$ , па га изједначимо с нулом, добићемо  $t$  на коме  $z$  достиже минимум (тада није  $\frac{dz}{dt}=0$  у меридијану него близу њега):

$$t^s = \frac{1}{3600 \cdot 225 \sin 1''} \cdot \frac{\sin(\varphi - \delta_{\odot})}{\cos \varphi \cos \delta_{\odot}} v_0 = [9.4059] \frac{\sin(\varphi - \delta_{\odot})}{\cos \varphi \cos \delta_{\odot}} v_0, \quad (156)$$

где је  $v_0$  часовна промена  $\delta_{\odot}$  у подне.  $\delta_{\odot}$  у летњем периоду опада, па је  $t^s < 0$ , тј. оно достиже минималну зенитну даљину пре меридијана, док у зимском периоду ову зенитну даљину достиже после меридијана.

## 2° Прираштај азимута.

Једначина (55), написана у облику

$$\sin z \cos A + \cos \varphi \sin \delta - \sin \varphi \cos \delta \cos t = 0, \quad (157)$$

представља имплицитну функцију променљивих  $A$ ,  $z$  и  $t$ . Ако се задржимо на члановима првог реда прираштаја ових координата, међу њима постоји веза

$$f'_A \Delta A + f'_z \Delta z + f'_t \Delta t = 0, \quad (158)$$

одакле је прираштај азимута

$$\Delta A = - \frac{f'_z}{f'_A} \Delta z - \frac{f'_t}{f'_A} \Delta t. \quad (159)$$

Ако за  $\Delta z$  искористимо израз (152), а  $f'_z$ ,  $f'_A$  и  $f'_t$  нађемо из (157), добивамо за прираштај азимута у лучним минутима

$$\Delta A = 15 \left( \sin \varphi + \frac{\cos \varphi \cos A}{\operatorname{tg} z} \right) \Delta t^m. \quad (160)$$

Из њега се види да је промена азимута у првом вертикалу у  $1^m$

$$\Delta A = 15 \sin \varphi, \quad (161)$$

дакле сјална као и промена зенитне даљине.

У горњој кулминацији, за тела која кулминују јужно од зенита, ова је промена највећа и једнака

$$\Delta A = 15 \left( \sin \varphi + \frac{\cos \varphi}{\operatorname{tg} z_{mG}} \right) \Delta t, \quad (162)$$

а у доњој кулминацији најмања и једнака

$$\Delta A = 15 \left( \sin \varphi - \frac{\cos \varphi}{\operatorname{tg} z_{mD}} \right) \Delta t. \quad (163)$$

За тела која кулминују северно од зенита добићемо најмању промену азимуџа  $\Delta A$  ако у израз (160) уврстимо смену

$$\cos \delta \cos q = \sin z \sin \varphi + \cos z \cos \varphi \cos A, \quad (164)$$

која се добива применом синусно-косинусне теореме на паралактички троугао. Тада је

$$\Delta A = 15 \frac{\cos \delta \cos q}{\sin z} \Delta t^m, \quad (165)$$

па је очевидно  $\Delta A$  најмање, и то

$$\Delta A = 0$$

кад је  $q = 90^\circ$ , тј. кад је звезда у највећој дигресији. Тада се она креће по вертикалном концу микрометра.

Промена азимута  $\Delta A$  може се утабличити у две таблице за промене часовног угла од минуте до минуте, ако се стави

$$k = \frac{\cos A}{\operatorname{tg} z}, \quad (166)$$

$$\Delta A = 15 (\sin \varphi + k \cos \varphi). \quad (167)$$

(в. књигу трећу).

**1.1.17. Приближна хоризонтска ефемерида небеског тела око првог вертикала.** — У Геодеској астрономији често се посматрају небеска тела у првом вертикалу или у његовој близини, зато треба у таквим случајевима за припрему посматрачког програма умети израчунати хоризонтске ефемериде изабраних звезда у кратким временским размацима око тренутака њихових пролаза кроз први вертикал.

Ако су тренуци у којима се координате траже  $s_i$ , и ако се најпре нађу часовни углови небеског тела у тим тренуцима

$$t_i = s_i - \alpha, \quad (168)$$

могу се наћи његове тачне хоризонтске координате из познатих израза

$$\operatorname{tg} M_i = \frac{\operatorname{tg} \delta}{\cos t_i}, \quad \operatorname{tg} A_i = \frac{\operatorname{tg} t_i \cos M_i}{\sin(\varphi - M_i)}, \quad \operatorname{tg} z_i = \frac{\operatorname{tg}(\varphi - M_i)}{\cos A_i}. \quad (169)$$

Хоризонтска ефемерида рачуна се, међутим, у припреми посматрања и служи да се инструментом пронађе звезда коју треба посматрати, па је за ову сврху најчешће довољно познавати само приближне координате небеског тела или његову приближну хоризонтску ефемериду. Она се за положаје звезде око првог вертикала може најбрже израчунати ако се израчуна положај звезде у самом првом вертикалу из тачних израза

$$\cos t = \frac{\operatorname{tg} \delta}{\operatorname{tg} \varphi}, \quad s_{E,W} = \alpha \mp t, \quad \cos z = \frac{\sin \delta}{\sin \varphi}, \quad (170)$$

па се овима узастопно додају коначни прираштаји азимута, односно зенитне даљине за жељени временски размак. Како су приближне промене хоризонтских координата у првом вертикалу у  $1^m$

$$\Delta z = 15 \cos \varphi \quad \text{и} \quad \Delta A = 15 \sin \varphi, \quad (171)$$

то ће приближне хоризонтске координате небеског тела у близини првог вертикала бити

$$z = z_0 + 15(s - s_W) \cos \varphi, \quad A = 90^\circ + 15(s - s_W) \sin \varphi, \quad (172)$$

$$z = z_0 - 15(s - s_E) \cos \varphi, \quad A = 270^\circ + 15(s - s_E) \sin \varphi, \quad (173)$$

где је  $s_{E,W}$  тренутак пролаза кроз први вертикал, а  $s$  тренутак који одговара траженом положају у близини првог вертикала. Обично се ставља

$$s - s_E = s - s_W = \mp 10^m, \quad \mp 20^m, \quad \mp 30^m$$

и рачунају хоризонтске координате за 10, 20 и 30 минута пре и после пролаза звезде кроз први вертикал, пошто се за 10 минута могу обавити све посматрачке радње на инструменту у једном положају звезде.

**Пример 18.** — Израчунати за Београд ( $\varphi = +44^\circ 48', 2$ ) приближну хоризонтску ефемериду звезде  $\beta$  Таури за 30, 20 и 10 минута пре пролаза кроз први вертикал и за 10, 20, 30 минута после овог пролаза.

У примеру 11 већ смо нашли за ову звезду да је у првом вертикалу Београда у 1961. години

$$z_0 = 47^\circ 15', \quad s_E = 1^h 36^m, 8, \quad s_W = 9^h 10^m, 8.$$

Прираштаји зенитне даљине и азимута биће :

$$\alpha = 5^h 23^m, 8$$

$$\delta = +28^\circ 34', 6$$

$$15 \cdot 10 \cos \varphi = 15 \cdot 10 \cdot 0,70953 = 106' = 1^\circ 46',$$

$$15 \cdot 20 \cos \varphi = 15 \cdot 20 \cdot 0,70953 = 213 = 3 \ 33,$$

$$15 \cdot 30 \cos \varphi = 15 \cdot 30 \cdot 0,70953 = 319 = 5 \ 19,$$

$$15 \cdot 10 \sin \varphi = 15 \cdot 10 \cdot 0,70467 = 106 = 1 \ 46,$$

$$15 \cdot 20 \sin \varphi = 15 \cdot 20 \cdot 0,70467 = 211 = 3 \ 31,$$

$$15 \cdot 30 \sin \varphi = 15 \cdot 30 \cdot 0,70467 = 317 = 5 \ 17,$$

а ефемерида, према изразима (172) и (173):

β Tauri

E			W		
s	z	A	s	z	A
1 <sup>h</sup> 6 <sup>m</sup> ,8	52° 34'	264° 43'	8 <sup>h</sup> 40 <sup>m</sup> ,8	41° 56'	84° 43'
1 16,8	50 48	266 29	8 50,8	43 42	86 29
1 26,8	49 1	268 14	9 0,8	45 29	88 14
1 36,8	47 15	270 0	9 10,8	47 15	90 0
1 46,8	45 29	271 46	9 20,8	49 1	91 46
1 56,8	43 42	273 31	9 30,8	50 48	93 31
2 6,8	41 56	275 17	9 40,8	52 34	95 17

**1.1.18. Приближна хоризонтска ефемерида небеског тела око меридијана.** — У меридијану је

$$z_n = \varphi - \delta, \quad A = 0, \quad (174)$$

односно

$$z_m = \delta - \varphi, \quad A = 180^\circ, \quad (175)$$

према томе да ли звезда кулминује јужно или северно од зенита. Ако је  $z$  њена зенитна даљина близу меридијана, основни образац

$$\cos z = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos t$$

после смене

$$\cos t = 1 - 2 \cdot \sin^2 \frac{t}{2}$$

и кад место израза

$$\sin \frac{z - z_m}{2} \quad \text{и} \quad \sin^2 \frac{t}{2}$$

ставимо њихове чланове првога реда, као и смену  $t = 10T$ , даје за приближну зенитну даљину око меридијана израз

$$z = z_n + \frac{150^2 \sin 1'}{2} \cdot \frac{\cos \varphi \cos \delta}{\sin z_m} T^2 = z_m + [0.5149] \frac{\cos \varphi \cos \delta}{\sin z_m} T^2, \quad (176)$$

где се обично узима  $T = 1, 2, 3$  и тако добивају зенитне даљине на 10, 20 и 30 минута пре и после пролаза звезде кроз меридијан. За доње пролазе знак уз други члан с десне стране је негативан.

За промену азимута у близини меридијана израз (160) даје

$$\frac{\Delta A}{\Delta t} = \sin \varphi + \frac{\cos \varphi}{\operatorname{tg} z_m} = \frac{\cos (\varphi - z_m)}{\sin z_m} = \frac{\cos \delta}{\sin z_m}.$$

За мале часовне углове азимут се, као што је познато, мења пропорционално времену, па можемо ставити

$$A = \frac{\Delta A}{\Delta t} \cdot t = \frac{\cos \delta}{\sin z_m} \cdot t.$$

Стаavimo ли  $t = 10 T$ , добивамо за приближан азимут у близини меридијана у лучним минутама израз

$$A = \mp \frac{150' \cos \delta}{\sin z_m} \cdot T \quad (177)$$

за звезде које кулминују јужно од зенита (тзв. јужне звезде), где се место  $T$  ставља 1, 2, 3, ако се жели азимут на 10, 20 и 30 минута пре и после горње кулминације.

На сличан начин се за приближан азимут у близини пролаза кроз меридијан звезде која кулминује северно од зенита (тзв. северне звезде) добива израз

$$A = 180^\circ \mp \frac{150' \cos \delta}{\sin z_m} \cdot T \quad (178)$$

у који такође треба ставити  $T = 1, 2, 3$  и који важи и за близину доње кулминације.

**Пример 19.** — Израчунати за Београд ( $\varphi = +44^\circ 48', 2$ ) приближну хоризонтску ефемериду звезде  $\alpha$  Bootis (Arcturus) на 30, 20 и 10 минута пре и 10, 20 и 30 минута после горње кулминације.

Из Годишњака нашег неба за 1961. г. (стр. 50) имамо

	$\alpha$	$\delta$
$\alpha$ Bootis	$14^h 13^m, 9$	$+19^\circ 23', 1$

Обележимо ли, краткоће ради, у изразима (176) и (177)

$$m = N \frac{\cos \varphi \cos \delta}{\sin z_m}, \quad N = \frac{150^2 \sin 1'}{2}, \quad n = \frac{150 \cos \delta}{\sin z_m},$$

прираштаје хоризонтских координата можемо срачунати логаритамски и рачунском машином на овај начин:

логаритамски		машином	
$z_m$	25° 25'	$z_m$	25° 25'
2 lg 150	4.3522	150 <sup>2</sup>	22 500
lg sin 1'	6.4637	sin 1'	1.3438
clg 2	9.6990	2 <i>N</i>	6.5445
lg <i>N</i>	0.5149	<i>N</i>	3.2722
3 <i>n</i>	16° 29'	3 <i>n</i>	16° 29'
2 <i>n</i>	10 59	2 <i>n</i>	10 59
1 <i>n</i>	5 30	1 <i>n</i>	5 30
lg <i>n</i>	2.5181	150	150
lg 150	2.1761	cos $\delta$	0.9433
lg cos $\delta$	9.9747	cosec $z_m$	2.3298
clg sin $z_m$	0.3673	cos $\varphi$	0.7095
lg cos $\varphi$	9.8510	<i>N</i>	3.2722
lg <i>N</i>	0.5149		
lg <i>m</i>	0.7079	1 <i>m</i>	5'
1 <i>m</i>	5'	2 <i>m</i>	20
2 <i>m</i>	20	3 <i>m</i>	46
3 <i>m</i>	46		

Тражена ефемерида биће:

$\alpha$  Bootis

<i>mG</i>		
<i>s</i>	<i>z</i>	<i>A</i>
13 <sup>h</sup> 43 <sup>m</sup> ,9	26° 11'	343° 31'
13 53,9	25 45	349 1
14 3,9	25 30	354 30
14 13,9	25 25	0 0
14 23,9	25 30	5 30
14 33,9	25 45	10 59
14 43,9	26 11	16 29

## Глава друга

### ВРЕМЕ И ГРАВИТАЦИЈА

#### 1.2.1. Привидно годишње кретање Сунца и његове последице.

— Поред тога што са осталим небеским телима учествује у привидном дневном кретању небеске сфере, Сунце привидно мења и свој положај међу звездама, што се да лако приметити по померању његових тачака излаза и залаза у летњој половини године ка северу, а у зимској ка југу, по томе што његова подневна висина у летњој половини године расте, а у зимској опада, по томе што оно излази или залази сваки дан са другом звездом и што се у току године изглед звезданог неба мења.

Ако са одређене станице с географском ширином  $\varphi$  меримо из дана у дан његове зенитске даљине у тренутку пролаза кроз меридијан, можемо извести његове деклинације по обрасцу

$$\delta = \varphi - z_m. \quad (179)$$

Исто тако, ако одређујемо свакодневно тренутак  $T_{\odot}$  пролаза средишта његова котура кроз меридијан нашег места, а затим тренутак  $T_*$  пролаза неке сјајне звезде која пролази кроз меридијан убрзо после њега, можемо из једнакости

$$\tau = T_* - T_{\odot} = \alpha_* - \alpha_{\odot}, \quad (180)$$

знајући ректасцензије неколико најсјајнијих звезда, израчунати и Сунчеве ректасцензије у току године:

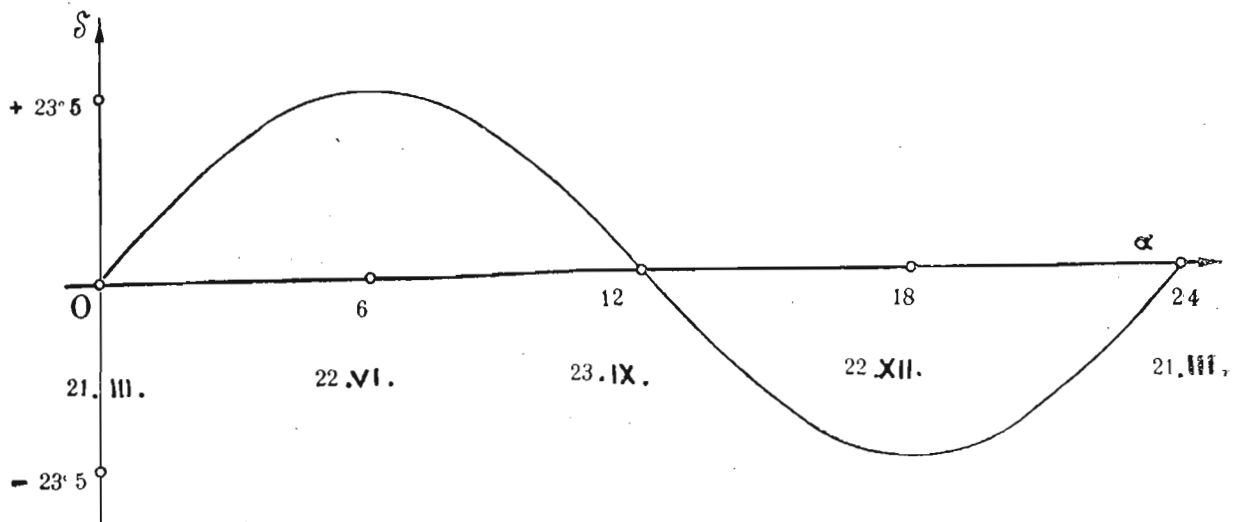
$$\alpha_{\odot} = \alpha_* + \tau. \quad (181)$$

Ево неколико парова његових небеских екваторских координата у току године:

	$\alpha_{\odot}$	$\delta_{\odot}$
21 марта	0h	0°
22 јуна	6	+23,5
23 септембра	12	0
22 децембра	18	-23,5
21 марта	24	0

Промена Сунчевих екваторских координата у току године графички је приказана на сл. 21.

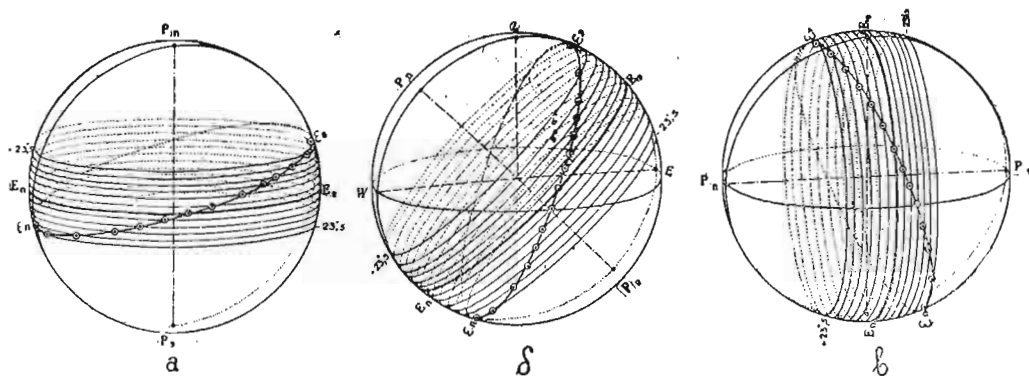
Ако нанесемо његове свакодневне положаје на звездани глобус или карту, видећемо да је пројекција Сунчеве привидне годишње путање на небеску сферу један велики круг, чија раван пролази кроз Земљино средиште, а са небеским екватором заклапа угао од око  $23^{\circ},5$



Сл. 21. Промена Сунчевих екваторских координата у току године

и да се Сунце по њему привидно креће у директном смеру, са запада на исток (за посматрача са северне Земљине полулопте). Овај велики круг назива се *еклиптика*. Она пролази по небеској сфери кроз тз. *зодијачки појас*, састављен од сазвежђа која углавном носе животињска имена: Ован ( $\gamma$ ), Бик ( $\delta$ ), Близанци ( $\chi$ ), Рак ( $\alpha$ ), Лав ( $\omega$ ), Девујка ( $\pi\rho$ ), Вага ( $\zeta$ ), Скорпија ( $\sigma$ ), Стрелац ( $\theta$ ), Јарац ( $\epsilon$ ), Водолија ( $\var�$ ) и Рибе ( $\lambda$ ).

Комбиновано са привидним дневним кретањем, привидно годишње кретање Сунца, посматрано са северног Земљиног пола, из средњих ширина и са екватора, приказано је на сл. 22а, б, в. Скренемо ли



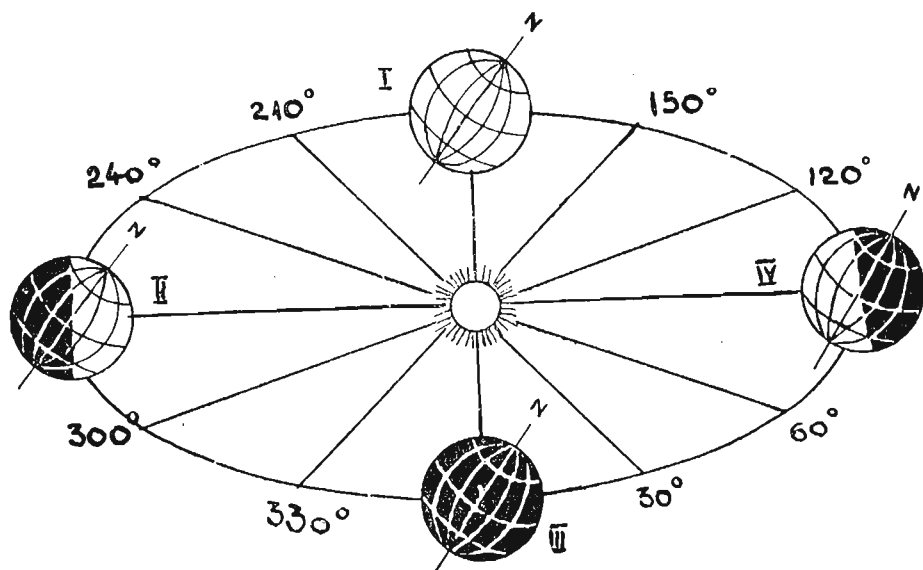
Сл. 22. Привидно годишње кретање Сунца посматрано са Земљиног пола, из средњих ширина и са екватора

пажњу на то да дужина лука Сунчеве привидне дневне путање изнад хоризонта одговара дужини дана, а дужина њена лука под хоризонтом дужини ноћи, ове слике довољно јасно приказују и промену



у дужини дана и ноћи, како на једном месту у току године, тако и на разним местима на Земљи у једном тренутку (*прва последица Сунчева привидног годишњег кретања*).

21. марта и 23. септембра Сунце се привидно налази у тачкама пресека еклиптике са екватором, дневни лук му је једнак ноћном, по чему су и ове *тачке* добиле назив *равнодневичке*, а ови дани *равнодневице*. 22. јуна Сунце достиже највећу висину над екватором и почиње да се спушта према овоме, зато се ова тачка назива *северна повратна тачка* или *тачка летњег солстиција*. 22. децембра Сунце достиже најмању висину над хоризонтом и почиње да се враћа ка екватору. Ова се тачка зато зове *јужна повратна тачка* или *тачка зимског солстиција*. Небески паралели који пролазе кроз повратне тачке називају се *небески повратници*. Њима на Земљи, на ширинама  $\pm 23^{\circ},5$ , одговарају *Земљини повратници*. Они обухватају тз. *жарки појас*. Земљини паралели удаљени  $23^{\circ},5$  од полова зову се *поларни кругови*. Између њих и повратника пружају се *умерени појаси*. Калоте ограничене поларним круговима представљају *Земљине ледене појасе*. Сви ови појаси носе називе према својој клими, која је првенствено условљена нагибом Сунчевих зракова према површини тла у току године. Ово је очигледно приказано на сл. 23. (*друга последица Сунчева привидног годишњег кретања*).



Сл. 23. Различито осунчавање разних Земљиних топлотних појаса и у разна годишња доба

Време између два узастопна Сунчева пролаза кроз тачку пролећне равнодневице или  $\gamma$  тачку назива се *тројска година*. Њена дужина, утврђена мерењем, износи  $365,24219878 \dots$  дана (и то средњих сунчаних дана, ближу дефиницију в. у § 1.2.3). Равнодневичким и повратним тачкама привидна годишња путања Сунца дели се на 4 сегмента, а година на 4 годишња доба, која одговарају временским размацима што их Сунце употреби док превали ове сегменте. Због различитог Земљиног осунчавања у току сваког од њих имају они и познате

своје посебне временске карактеристике (шрећа последица Сунчева привидног годишњег кретања).

Положај еклиптике према екватору одређује се положајем  $\gamma$  тачке и нагибом  $\varepsilon$  еклиптике према екватору. У летњем и зимском солстицију (сл. 24) меридијанска зенитна даљина Сунца  $z_{m1}$ , односно  $z_{m2}$  везана је за нагиб еклиптике изразима

$$z_{m1} = \varphi - \varepsilon$$

и

$$z_{m2} = \varphi + \varepsilon$$

из којих се изводи нагиб еклиптике

$$\varepsilon = \frac{1}{2}(z_{m2} - z_{m1}). \quad (182)$$

Ако, даље, измеримо Сунчеву деклинацију  $\delta_{\odot}$ , можемо из троугла  $S\gamma M$  (сл. 25) наћи његову ректасцензију из израза

$$\sin \alpha_{\odot} = \operatorname{ctg} \varepsilon \operatorname{tg} \delta_{\odot}, \quad (183)$$

а затим нам израз (180) може дати ректасцензију једне одређене звезде посматране у Сунчевој близини на небеској сфери,

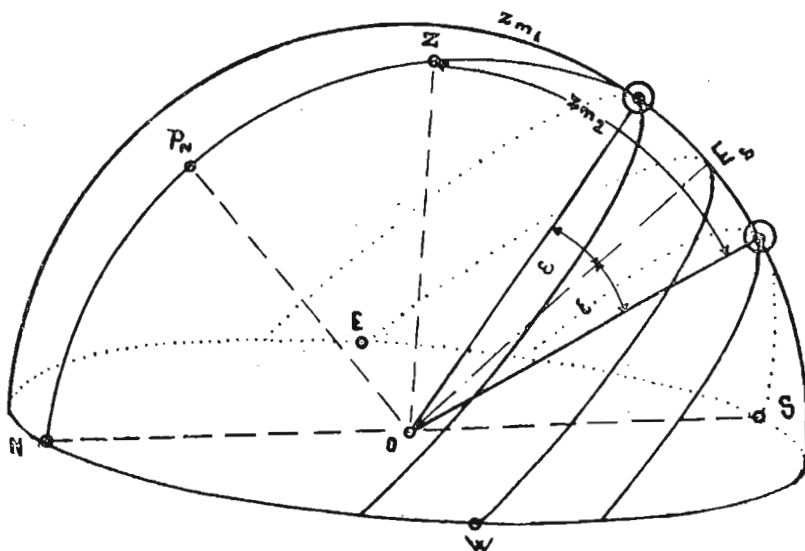
$$\alpha_* = \alpha_{\odot} + \tau, \quad (184)$$

тј. угловну даљину  $\gamma$  тачке од деклинацијског круга посматране звезде, којом је одређен и положај  $\gamma$  тачке.

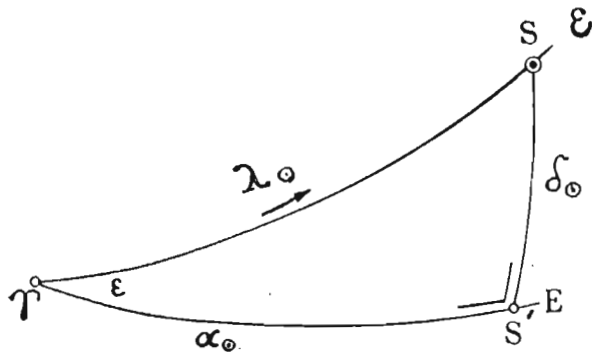
Услед појаве *прецесије* (в. ближе у тачки 1.3.4.1)  $\gamma$  тачка се помера ретроградно по  $50''{,}2$  годишње по еклиптици, дакле

у сусрет Сунцу. Зато је тропска година  $T$  нешто краћа од временског размака  $S$  Сунчева привидног обиласка целе путање, који се назива *сидеричка година*. Очигледно је

$$\begin{aligned} \frac{S}{T} &= \frac{360^\circ}{360^\circ - 50''{,}2} = \frac{360^\circ - 50''{,}2}{360^\circ - 50''{,}2} + \frac{50''{,}2}{360^\circ - 50''{,}2} = \\ &= 1 + \frac{1}{25\,700} \text{ ср. сун. дана,} \end{aligned} \quad (185)$$



Сл. 24. Зенитна даљина Сунца у летњем и зимском солстицију и одређивање нагиба еклиптике



Сл. 25. Израчунавање Сунчеве ректасцензије из мерене деклинације и одређивање положаја  $\gamma$  тачке

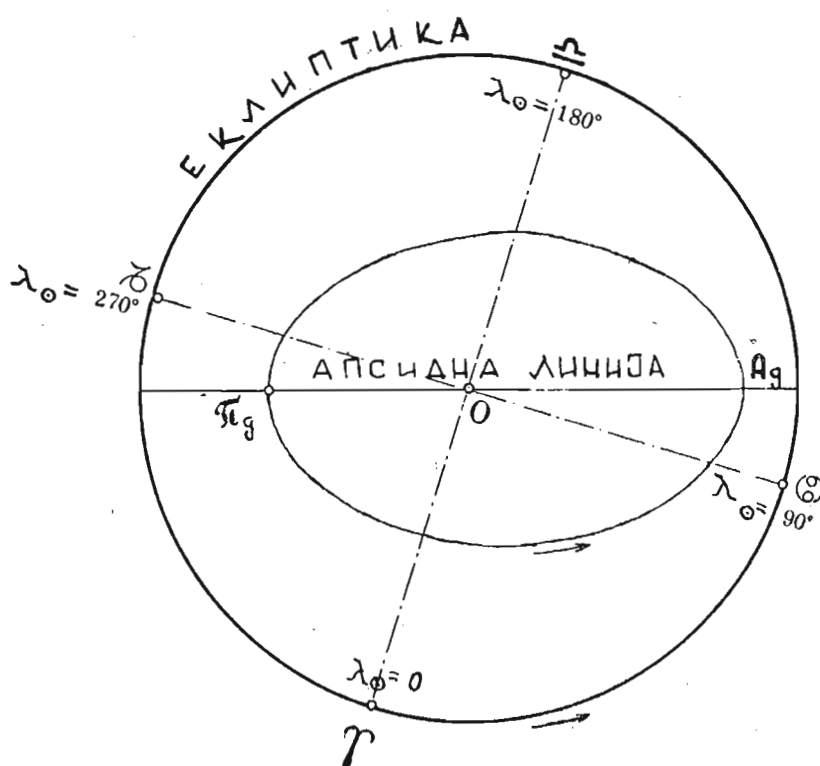
па за дужину сидеричке године добијамо

$$S = 365,242 2... + 0,0142 = 365,2564... \text{ ср. сун. дана.} \quad (186)$$

Сунчево привидно годишње кретање служи и за основу нашег данашњег календара. Договорним увођењем простих година од 365 ср. сун. дана и преступних (чији је број дељив са 4) од 366 ср. сун. дана у јулијанском календару (стари стил) дужина фиктивне грађанске или календарске године утврђена је уствари на 365,25 ср. сун. дана. Ово је било потребно да би се избегла несамерљивост између тропске године и средњег сунчаног дана и тако календарско бројање дана и датума довело у склад с током природних појава. Но и тада је грађанска година дужа од тропске за 0,00780 ср. сун. дана, па је у грегоријанском календару (нови стил), који за дужину грађанске године узима 365,24258 ср. сун. дана овај склад још боље постигнут и знатно дуже обезбеђен. Практично се у овом календару то постиже на тај начин што се и даље узима свака четврта година за преступну, но са изузетком секуларних година (1900, 2000, 2100, ...). Од њих се узимају за преступне само оне чији је број векова дељив са 4.

Облик саме Сунчеве привидне годишње путање у равни еклиптике може се одредити ако се мери његов угловни или привидни пречник  $R_{\odot}$ , а из одређених екваторских координата израчунава у исто време његова лонгитуда  $\lambda_{\odot}$  по једном од израза (сл. 25):

$$\sin \lambda_{\odot} = \frac{\sin \delta_{\odot}}{\sin \varepsilon}, \quad \cos \lambda_{\odot} = \cos \sigma_{\odot} \cos \delta_{\odot}, \quad \operatorname{tg} \lambda_{\odot} = \frac{\operatorname{tg} \alpha_{\odot}}{\cos \varepsilon}. \quad (187)$$



Сл. 26. Привидна Сунчева годишња путања у равни еклиптике

Како је привидни пречник обрнуто сразмеран Сунчевој даљини од Земљина средишта, тзв. геоцентричној даљини  $\Delta$ , то се из његових мерења могу извести у извесној размери вредности Сунчевих геоцентричних даљина.

Ако са свакодневним вредностима лонгитуде и релативне геоцентричне даљине као поларним координатама с почетком у Земљину средишту, конструисемо Сунчеву привидну годишњу путању (сл. 26), може се показати да је

она елипса у чијој је једној жижи Земља. Тачка на овој путањи најближа Земљи зове се *перигеум* П, а најдаља од ње *апогеум* А. Око 3. јануара Сунце је у перигеуму. Дневна промена Сунчеве лонгитуде  $\lambda_{\odot}$  тада је највећа и износи око  $61'$ , а његов привидни пречник  $R_{\odot}$  је такође највећи и износи око  $32'36''$ . Око 4. јула оно је у апогеуму. Тада му је дневна промена лонгитуде најмања, око  $57'$ , и привидни пречник најмањи, око  $31'32''$ . Одсечак праве који спаја перигеум с апогеумом велика је осовина елипсе и зове се *апсидна линија*. Она се не поклапа с правом која спаја солстиције, већ с овом заклапа угао од око  $11^{\circ}$ , Мерење такође показује да се Сунчеве лонгитуде у току године не мењају равномерно, већ највише око перигеума, а најмање око апогеума.

Због ексцентричности Сунчеве годишње путање, непоклапања апсидне линије са линијом солстиција и неравномерности његова кретања по путањи произилази *неједнакост* годишњих доба: пролеће траје 92,8 дана, лето 93,6, јесен 89,8 а зима 89,0 (*четврта последица Сунчева привидног годишњег кретања*).

**1.2.2 Право Земљино годишње кретање око Сунца. Кеплерови закони.** — Није тешко показати да остају исти, како величина и облик путање, тако исто и смер и начин кретања и општи изглед појаве, било да је Сунчево годишње кретање привидно или право, тако да из напред описане појаве не можемо извести закључак да ли Земља обилази око Сунца или Сунце око Земље, све док не уведемо у поглед неко треће тело, рецимо једну звезду. Због ове тешкоће и због непознавања закона Механике, стари астрономи су сматрали да је Земља у средишту Васионе и да Сунце, Месец и планете обилазе око ње, па да се око ње напослетку обрће и читав сфера звезда „некретница“. Иако је велики александријски астроном *Арисџарх* већ у III веку пре н. е. био измерио даљине Сунца и Месеца и величине ових небеских тела и извео закључак да Сунцу, као неупоредиво већем од свију, припада место у средишту Васионе, а да Земља и све планете обилазе око њега, и тако био поставио *први хелиоцентрични систем*, учења великог филозофа *Арисџошела* и астронома *Хиџарха*, подржана верским тежњама да у средиште Света ставе Земљу и Човека, преовладала су, па је геоцентрични систем са Земљом око које обилазе Сунце и све планете стекао право грађанства у Старом веку. Велики зборник *Астрономије* *Клаудија Птолемеја*, од Арапа назван *Алмагест*, који садржи сва астрономска знања Старог века, већ у почетку садржи ставове по којима је и данас *геоцентрични систем* свега познат као *Птолемејев*:

1. Небо има изглед сфере и обрће се као она.
  2. По свом облику и наша Земља је лоптаста.
  3. Својим положајем Земља заузима средиште небеске сфере.
  4. По величини и удаљености од звезда Земља се може сматрати за једну тачку.
  5. Земља нема кретања које би изазвало промену њена положаја.
- У Средњем веку овај систем је још више био подржаван од онда свемоћне Хришћанске цркве.

У доба Ренесансе стари грчки списи беху допрли до Средње Европе и беху преведени на европске језике, па је почео да васкрсава и *Арисџархов* поглед на свет. Својим бесмртним делом *De revolutionibus orbium coelestium*, 1543, пољски астроном *Никола Којерник* поставио је основе нашег данашњег хелиоцентричног система. По њему Земља врши три разна кретања:

1. Дневно обртање око своје осовине са запада на исток, услед кога настаје привидно дневно обртање целе небеске сфере са истока на запад.

2. Годишње обилажење (транслаторно кретање) Земљино око Сунца са запада на исток, услед кога настаје привидно годишње кретање Сунца у истом смеру.

3. Конично кретање Земљине осовине око нормале на равни еклиптике у супротном смеру од прва два Земљина кретања.

4. Остале планете обилазе око Сунца на различитим даљинама, док се звезде налазе на тако великим удаљеностима да је њихово привидно (тз. паралактичко) померање које настаје као последица Земљина кретања око Сунца немерљиво мало.

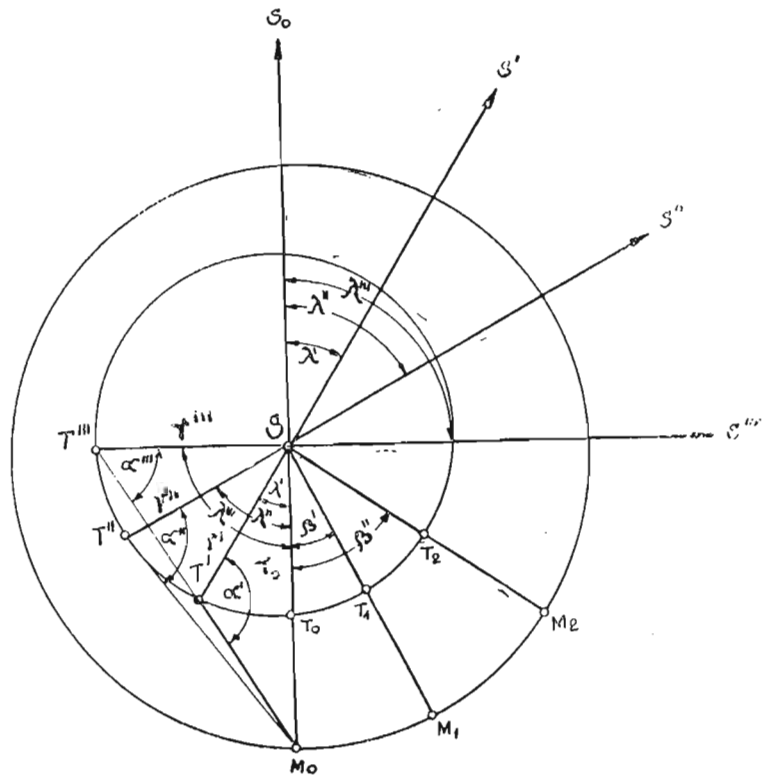
Иако су егзактни докази за Земљино обилажење око Сунца нађени тек знатно доцније, кад је проучена појава аберације светлости (в. тач. 1.3.3.2) и усавршењем астрономских инструмената омогућено откриће годишње паралаксе звезда (в. тач. 1.3.2.3), већ је сам *Којерник* свој хелиоцентрични систем подупро врло јаким посредним доказима. Поред Сунчеве величине за то су га определиле и друге чињенице: да се Меркур и Венера никада на небеској сфери не удаљују много од Сунца, да су све планете привидно највеће и најсјајније кад су у опозицији, тј. кад им се геоцентрична лонгитуда разликује од Сунчеве за  $180^\circ$  и др. Најјачи је доказ био међутим у томе што су се сложене епицикличне привидне путање планета на небеској сфери, чије је објашњење у геоцентричном систему било врло сложено и увек доводило до неслагања између посматраних и рачуном предвиђених положаја, дале у хелиоцентричном систему просто објаснити.

Кад је *Галилеј* 1609. и 1610. год. извршио прва посматрања новим моћним оруђем астромске науке — дурбином, *Којерников* хелиоцентрични систем добио је своју прву опипљиву научну потврду. *Галилеј*, наиме, беше открио да планете показују мене сличне Месечевим, што је једино могуће ако обилазе око Сунца. Затим је открио четири Јупитерова сателита и њихово обилажење око планете, што је говорило да Земља није једини центар свих кретања. Открио је затим да на Месецу има планина и премерио њихове висине, што је говорило да није једина Земља која се одликује овим карактеристикама и најзад извршио још читав низ открића која су ишла у прилог *Којерниковом* хелиоцентричном систему. Своја открића и њихово тумачење у одбрану у оно време од цркве угрожене *Којерникове* науке *Галилеј* је на занимљив начин изнео у својој чувеној расправи *Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo, Tolemaico e Copernicano* (1632.), која га је извела пред суд Инквизиције и изложила доживотном прогонству. Нешто пре њега због одбране сличних погледа спаљен је жив филозоф *Ђордано Бруно*, но каснија открића и радови, а наро-

чито *Кейлерови* и *Њуџнови* дали су за право *Коперниковом* систему, који је и данас у основи астрономске науке.

27 Велики дански астроном *Тихо Брахе* беше у последњој четвртини XVI в. извршио на својој знаменитој опсерваторији „*Uraniborg*“ велики број одређивања положаја Сунца, Месеца и планета, а нарочито Марса, и то са дотле недостигнутом тачношћу, која је достигала 1'. Његов млади сарадник *Јохан Кейлер*, који је од њега био наследио овај посматрачки материјал, утрошио је 18 година истраживачког рада да открије законитости у кретању планета, па и Земље. Притом је он пошао од претпоставке да се кретања врше онако како је тврдила *Коперникова* теорија и своја испитивања започео на Марсовој путањи која је нагнута само 1°51' према равни еклиптике (раван слике 27). Да бисмо при-

казали како је *Кейлер* из посматрања извео своје знамените законе планетског кретања, уочимо у тој равни Земљину и Марсову путању око Сунца  $S$  са њиховим полазним положајима  $T_0$  и  $M_0$  у једној Марсовој опозицији са Сунцем. Пошто се Земља као што посматрања показују, креће брже од Марса, то док он обиђе своју путању и врати се у тачку  $M_0$ , Земља своју обиђе скоро два пута и дође у положај  $T'$ . Из истог разлога после наредног Марсовог повратка у  $M_0$



Сл. 27. Извођење првог *Кейлеровог* закона

Земља ће стићи у  $T''$ , после још једног у  $T'''$  итд. Угловима  $\alpha'$ ,  $\alpha''$ ,  $\alpha'''$ , *Кейлер* је располагао, јер они нису ништа друго до разлике геоцентричних лонгитуда Сунца и Марса, а ми смо већ видели како се лонгитуде могу израчунати из посматрања. Углови, пак,  $\lambda'$ ,  $\lambda''$ ,  $\lambda'''$ , ..., били су му такође познати из мерења, јер они, као што се и са слике лако види, нису ништа друго до разлике геоцентричних лонгитуда Сунчевих одређених из Земљиних положаја  $T_0$  и  $T'$ , односно  $T_0$  и  $T''$ ,  $T_0$  и  $T'''$  итд. *Кейлер* је зато могао из ових углова да израчуна стране  $r_0$ ,  $r'$ ,  $r''$ , ... односних троуглова, које нису ништа друго до радијус-вектори Земља-Сунце у функцији једне средње Земљине даљине  $r$  од Сунца. Са радијус-векторима  $r_0$ ,  $r'$ ,  $r''$ , ... и централним угловима  $\lambda'$ ,  $\lambda''$ ,  $\lambda'''$ , ... могао је он конструисати у извесној размери Земљину путању око Сунца и испитати њен геометријски облик. Пошто је то

учинио и за Марсову путању, могао је одредити и њен обли даљине Марса изразити средњом Земљином даљином од Сунца. Т. је он дошао до свог првог закона планетских кретања: планете описује око Сунца елипсичне путање; у заједничкој жижи тих елиписа налази се Сунце. Савременим математичким језиком он се изражава поларно једначином елипсе

$$r = \frac{p}{1 + e \cos v}, \quad (18)$$

где је  $r$  — радијус-вектор планете, нпр. Земље,  $v$  њена права аномалија или поларни угао рачунат од перихелла, тј. од правца најмање Земљине даљине од Сунца,  $p$  параметар, а  $e$  ексцентричност њене елипсичне путање око Сунца.

После дугогодишњих покушаја и после многих узалудних напора Кејлер је исто тако утврдио правилност приказану следећом таблицом где ознаке  $r$  и  $\lambda$  имају раније значење.

Таблица 1.

Датум	$r^2$	$r^2 \Delta \lambda$
2. I.	0,9669	3548
2. II.	0,9710	3547
2. III.	0,9821	3547
2. IV.	0,9990	3547
2. V.	1,0157	3548
2. VI.	1,0287	3548
2. VII.	1,0337	3548
2. VIII.	1,0300	3547
2. IX.	1,0181	3547
2. X.	1,0018	3547
2. XI.	0,9847	3547
2. XII.	0,9720	3547

Непроменљивост израза  $r^2 \Delta \lambda$  формулисао је Кејлер у виду свог другог закона: радијус вектор Сунце-планета описује у једнаким временским размацама једнаке површине. Он показује и како се планете, па и Земља, крећу по својим путањама око Сунца. Данас се он представља изразом

$$\frac{1}{2} r^2 \frac{dv}{dt} = C, \quad (189)$$

где  $r$  и  $v$  имају раније значење. У њему је  $\frac{1}{2} r^2 dv$  површина бесконачно уског троугла између два радијус-вектора и лука елипсе, а  $\frac{1}{2} r^2 \frac{dv}{dt}$  тз. секторска брзина кретања Земљина, одн. планетина, по елипси око Сунца, која је по овом закону стална. Оба закона Кејлер је објавио у свом знаменитом делу *Astronomia nova*... 1609. г.

Но још дуго година он је вршио даље безуспешне покушаје да пронађе заједничку законитост која повезује међу собом кретања свих планета око Сунца, а коју је он наслућивао и називао хармонијом света. Најзад је дошао до односа приказаних у доњој табlici за све онда познате планете, у којој је  $a$  велика полуосовина путање изражена у средњој даљини Земља-Сунце као јединици, а  $T$  време обилажења изражено временом Земљина обилажења око Сунца као јединицом.

Таблица 2.

	♀	♀	♁	♂	♃	♅
$a$	0,387	0,723	1	1,524	5,203	9,539
$T$	0,241	0,615	1	1,881	11,860	29,460
$a/T$	1,607	1,176	1	0,810	0,439	0,324
$a^2/T$	0,622	0,850	1	1,235	2,282	3,088
$a^3/T^2$	1,000	1,000	1	1,000	1,001	1,000

Непроменљивост израза  $a^3/T^2$  формулисао је *Кејлер* у виду свог *шрећег закона*: Квадрати времена обилажења планета око Сунца сразмерни су кубовима великих полуосовина њихових путања. Он се данас представља изразом

$$\frac{a^3}{T^2} = k, \quad (190)$$

где је  $k$  један исти број за све планете. Касније се показало да овај закон важи и за системе сателита сваке планете, само је за сваки систем константа  $k$  различита. Овај закон *Кејлер* је саопштио у своме делу *Harmonices mundi* 1619. г.

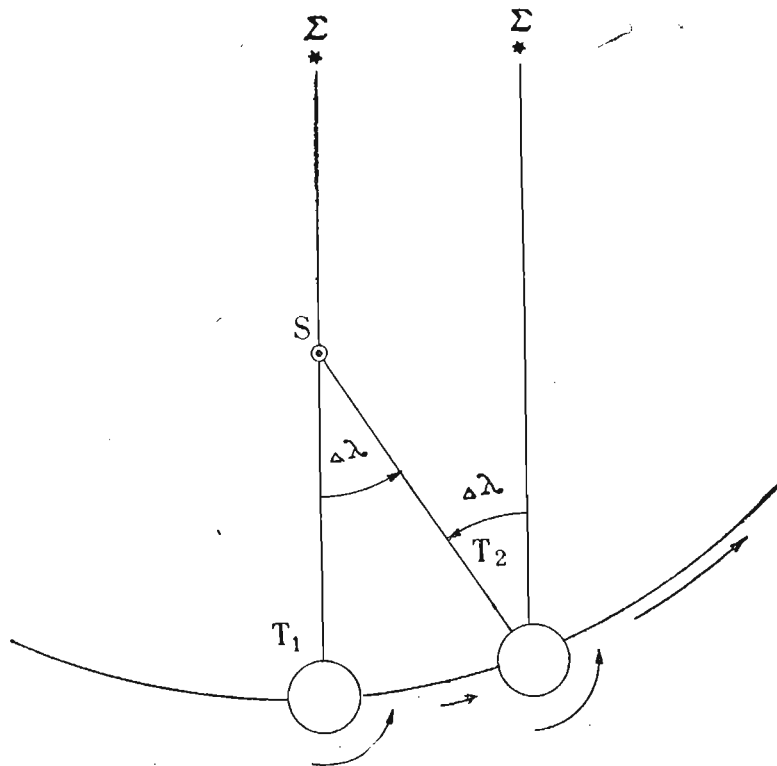
Познавање *Кејлерових* закона ударило је темеље Теоријској астрономији, која је касније омогућила да се из посматраних положаја једне планете, комете или сателита израчуна њихова путања, и обрнуто, да се из познатих елемената путање израчуна *ефемерида* дотичног небеског тела, тј. низ његових узастопних положаја на небеској сфери у по вољи одабраним тренуцима у прошлости или будућности.

**1.2.3. Право, средње и грађанско време.** — У параграфу 1.1.3. дефинисали смо основну јединицу за време — *звездани дан* и видели да се *звездано време* мери часовним углом  $\gamma$  *шачке*. Због практично равномерног Земљиног обртања у звезданом дану је нађена временска јединица која задовољава основни услов сваке јединице за мерење — *сталност*. Но како се горња кулминација  $\gamma$  тачке, тј. почетак звезданог дана не догађа увек у истом тренутку према горњој кулминацији Сунца, већ се, као што ћемо одмах видети, у току године помера према њој, то он ипак није подесан за практичне потребе, јер се природне појаве и догађаји нашег свакодневног живота, који се понављају из дана у дан у исте тренутке према Сунцу, догађају сваки дан у другим тренуцима звезданог времена. Зато је за астрономска посматрања везана за Сунце и за потребе свакодневног живота још од давнина била усвојена друга јединица за време, која се дефинише аналого звезданом дану. То је прави сунчани дан или временски размак између две узастопне горње кулминације средишта Сунчева привидна кошура. Часовним углом *правог Сунца* мери се *право сунчано време* или



кратко *право време*. Почетак правог сучаног дана пада у тренутак (чезва горњег пролаза кроз меридијан и зове се *право подне*. Трену његова доњег пролаза кроз меридијан назива се *права поноћ*. Ово време да лако израчунати из Сунчеве висине. Она је у Старом в мерена *гномоном* — вертикалним стубом који баца сенку на равну п логу, а од III века пре н. е. појавио се у Риму за ову сврху сунч часовник који се задржао у употреби све до Новог века, јер је ност његова показивања била довољна за тадашње стање произв них снага и друштвених односа.

Међутим прави сунчани дан није се могао одржати као једи ца за мерење времена јер не задовољава онај основни услов о к



Сл. 28. Разлика у дужинама звезданог и правог сунчаног дана

дан мали угао  $\Delta\lambda$ , па да се и Сунце  $S$  поново нађе у меридијану м ста  $M$ . Одавде се види да је прави сунчани дан због Земљиног кр тања око Сунца увек дужи од звезданог.

Угао  $\Delta\lambda$  није ништа друго до дневни прираштај Сунчеве лонг туде. Ми међутим знамо из другог *Кејлеровог* закона да се Земља к креће једнаком брзином око Сунца, тј. да се прираштаји  $\Delta\lambda$  из дан у дан мењају. Но и кад би они били стални, не би биле сталне њ хове пројекције на раван екватора или прираштаји  $\Delta t$  часовног угл који служи за мерење времена, због тога што је раван еклиптике на нута према равни екватора ( $\epsilon \approx 23^\circ,5$ ).

Да би мера за време остала везана за Сунце, према чијем се кр тању управља целокупна човекова делатност, а да би се отклонио прв недостатак који онемогућује његову употребу за мерење времен

је напред било  
вора — његова се,  
жина мења у то  
године. И доиста,  
на сл. 28 замисли  
Земљу у  $T_1$  на н  
ној путањи  $T_1, T_2$  о  
Сунца  $S$  и прети  
ставимо да се у г  
ложају њеном  $T_1$  и  
шла једновремено  
меридијану  $T_1, M$   
Сунцем  $S$  и нека зв  
зда  $\Sigma$ , по истеку ј  
дног звезданог дан  
или једног Земљин  
обрта Земља ће  
померити на свој  
путањи из  $T_1$  у  
и звезда  $\Sigma$ , као пр  
ктично бескрајно  
даљена тачка, оп  
ће проћи кроз ист  
меридијан. Но Земљ  
ће бити потребно д  
се обрне још за ј

уведена је једна фиктивна тачка названа *средње еклиптичко сунце*, која се креће равномерно по еклиптици, а пролази кроз перигеј и апогеј заједно с правим Сунцем. Лонгитуда његова  $\lambda_m$  једнака је средњој лонгитуди правог Сунца. Разлика између средње и праве лонгитуде Сунца, тз. *изједначење центира*, познато из Теоријске астрономије,

$$\lambda_m - \lambda_{\odot} = -2e \sin(\lambda_m - \tilde{\omega}) - \dots, \quad (191)$$

где  $e$  је ексцентричност Земљине путање, а  $\tilde{\omega}$  лонгитуда њеног перихела, показује да оно достиже највећу и најмању вредност од  $\pm 7^m, 7$ . Но средње еклиптичко сунце још увек има други недостатак правог Сунца. Да би се и он отклонио уведен је појам *средњег екваторског сунца* или кратко *средњег сунца*, као тачке која се равномерно креће по екватору, а пролази кроз тачке пролећне и јесење равнодневице заједно са средњим еклиптичким сунцем. Разлика између лонгитуде и ректасцензије правог Сунца, тз. *свођење на екватор*, од кога и долази ова друга неједнакост, износи као што нас Теоријска астрономија учи.

$$\lambda_{\odot} - \alpha_{\odot} = \text{tg}^2 \frac{\varepsilon}{2} \sin 2\lambda_m - \dots \quad (192)$$

и достиже највећу и најмању вредност од  $\pm 9^m, 9$ . Због равномерног кретања средњег еклиптичког и екваторског сунца и једновременог њиног пролаза кроз  $\gamma$  тачку ректасцензија средњег екваторског сунца  $\alpha_s$  увек је једнака лонгитуди средњег еклиптичког сунца, тј. средњој лонгитуди правог Сунца:

$$\alpha_s = \lambda_m. \quad (193)$$

Јединица за време дефинисана употребом средњег сунца по аналогiji на прави дан биће очигледно стална. То је *средњи сунчани дан* или кратко *средњи дан* као временски размак између две узастопне горње кулминације средњег сунца. У првом приближењу он је једнак средњој вредности правих сунчаних дана у тропској години. *Средње време* мери се часовним углом средњег сунца. Почетак средњег дана пада у тренутак горњег пролаза средњег сунца кроз меридијан и зове се *средње подне*. Тренутак његова доњег пролаза кроз меридијан назива се *средња поноћ*.

Иако идеална мера за време због своје сталности, средњи сунчани дан је због свог почетка у средње подне уносио незгоде у свакодневни живот, јер је прва половина дана припадала једном, а друга другом датуму. Да би се ово избегло прешло се на рачунање почетка средњег дана од средње поноћи и тако се дошло до појма *грађанског времена*, које није ништа друго до средње време рачунато од претходне средње поноћи.

Како се време мери увек часовним углом, ми ћемо за ознаке правог, средњег и грађанског времена усвојити  $t_p$ ,  $t_s$ ,  $t_g$ .

Са наглим развојем производних снага почетком Новог века и са започињањем капиталистичких привредних односа нагло се повећала и потреба за тачнијим познавањем времена, па је пронађен и низ

справа за одржавање времена. Тако је 1500. Хенлајн пронашао џепни часовник са опругом, 1602. Галилеј открио изохроност клатна, 1657. Хајгенс пронашао часовник с клатном, 1658. Хук пронашао џепни часовник с балансом, 1715. Грехем усавршио часовник с клатном увођењем тз. „ешапмана“, а 1736. Харисон пронашао хронометар. Право време већ није задовољавало по тачности ни потребе јавног живота, а камоли науке. 1780. уводи Женева у јавну употребу грађанско време, а почетком XIX в. поступно и све европске земље. Средње време коришћено је у Астрономији до 1925., а отада је и она прешла на грађанско време.

**1.2.4. Месно, зонско и указно време** — Почети свих до сад дефинисаних временских јединица налазе се у меридијану једног уоченог места, зато се каже да су, како звездано, тако и право, средње и и грађанско време, *месна времена*. Међутим, већ је из њихових дефиниција јасно да сва места на једном истом меридијану имају у једном тренутку иста звездана, иста права, иста средња и иста грађанска времена. Са сл. 8 се јасно види да се звездано време два разна места на Земљи у истом тренутку разликује за разлику географских дужина та два места. Уочимо ли место  $\gamma$  тачке, право или средње сунце, на исти начин ћемо доћи до закључка и да се права, односно средња или грађанска времена два места у истом тренутку разликују за разлику њиних географских дужина. Зато можемо рећи и обрнуто, да је разлика географских дужина два места, изражена у часовној мери, бројно једнака разлици њихових месних времена у *једном истом тренутку*:

$$s_B - s_G = \lambda_G - \lambda_B, \quad (194)$$

$$t_{pB} - t_{pG} = \lambda_G - \lambda_B, \quad (195)$$

$$t_{sB} - t_{sG} = \lambda_G - \lambda_B, \quad (196)$$

$$t_{gB} - t_{gG} = \lambda_G - \lambda_B. \quad (197)$$

Смер одузимања с десне стране утврђен је договором. Међународним договором је 1883. године усвојен меридијан места  $G$  (Гриниц) за почетни у рачунању географских дужина, па је  $\lambda_G = 0$ , тако да се може написати

$$s_G - s_B = \lambda_B, \quad (198)$$

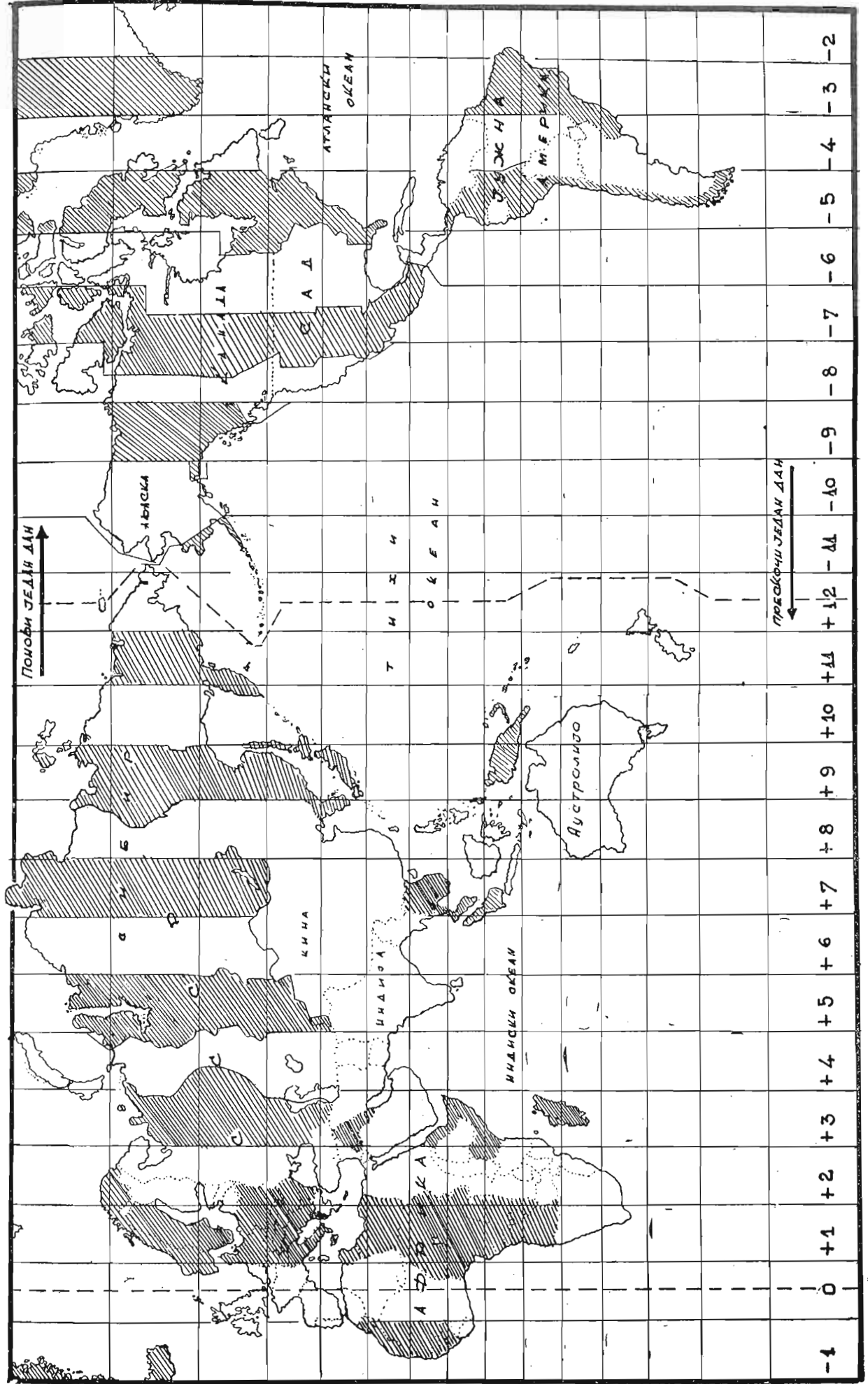
$$t_{pG} - t_{pB} = \lambda_B, \quad (199)$$

$$t_{sG} - t_{sB} = \lambda_B, \quad (200)$$

$$t_{gG} - t_{gB} = \lambda_B. \quad (201)$$

Са сл. 8 је јасно, у складу са описаном појавом привидног дневног обртања небеске сфере, да је у источним местима у истом тренутку месно време увек веће него у западним, а из горњих израза тада излази да *географске дужине места источно од гриничког меридијана треба сматрати негативним, а географске дужине места западно од њега позитивним.*

Из постављених израза се још види да у једном истом тренутку једно место има утолико мање месно време уколико је западније од



Сл. 29. Часовне зоне и датумска граница

почетног меридијана, а утолико веће месно време уколико је источније од њега. У местима на меридијану супротном од гриничког, т. с. географском дужином  $180^\circ$ , биће онда у једном истом тренутку месно време и  $12^h$  веће и  $12^h$  мање од гриничког, према томе да смо на овај меридијан доспели идући источно или западно од почетног меридијана. Да би се ова тешкоћа избегла, међународним договором је утврђена у близини овог меридијана једна линија која иде морима и океанима (в. сл. 29) и која је названа *дајшумска граница*.

Морепловци који је прелазе путујући са запада на исток броје у својим дневницима двапут један исти датум и седмични дан, а они који је прелазе путујући са истока на запад изостављају по један датум и седмични дан.

Узрок је појаве у томе, што путник кога Земља носи при свом обртању још и сам обилази око ње, па ако је обиђе са запада на исток, у смеру у коме се и она сама обрће онда је начинио један обрт више од Земље и за њега ће Сунце изићи једампут више но за непокретног Земљиног становника. При путовању на запад, он се креће супротно од Земљина обртања, па при обиласку Земље начини један обрт мање но она сама, зато ће за њега Сунце изићи једампут мање но за непокретног Земљиног становника.

Управљање по грађанском времену, које је за свако место у једном истом тренутку различито, почело је изазивати неочекивано велике сметње у саобраћају, средствима за везу и другим међународним односима, са наглим развојем капиталистичке производње и размене у XIX веку. Ова је тешкоћа једно време избегавана на тај начин што су се поједине земље на целој својој територији управљале по месном времену престонице. Но с још већим развојем међународних привредних и економских веза и ово генерализање времена није било довољно. Сједињене Америчке Државе, као јака индустријска земља, а знатно протегнута по географској дужини, прве су осетиле ове тешкоће, па је на њихов предлог међународним споразумом усвојен 1884. г. систем *зонског времена*. Читава Земља подељена је меридијанима на 24 „кришке“, тз. *часовне зоне*, а сва места у једној зони управљају се по грађанском времену средњег меридијана у зони. За почетну, тз. нулту зону, усвојена је она која се по географској дужини протеже  $7\frac{1}{2}^\circ$  или  $30^m$  источно и западно од гриничког меридијана. Она се још назива и западно-европска зона, јер јој припадају све западно-европске државе, а сва места у њој управљају се по гриничком грађанском времену. Оно се још назива и *свешско време* и обележава са  $t_0$ . С обзиром на раније усвојене ознаке имамо сада

$$t_{gG} = t_0. \quad (202)$$

Источно од ове налази се прва или средње-европска зона, којој припада и СФРЈ. Сва места у њој управљају се по грађанском времену средње-европског меридијана, чија је географска дужина  $-15^\circ$  или  $-1^h$ . Он пролази близу Дравограда и Задра. Идући даље на исток долази источно-европска зона, којој припадају источно-европске земље, као

Румунија, Бугарска и европски део СССР. Остале часовне зоне ређају се даље на исток и запад, као што се види са приложене карте на сл. 29. Свака има свој редни број и своје име. Границе ових зона не иду увек меридијанима, већ одступају помало у једну или другу страну држећи се територијалне поделе и принципа да подручје које чини једну економску или другу какву целину иде у једну часовну зону.

Увођењем часовних зона, од бескрајно много месних времена у једном истом тренутку на Земљи, прешло се само на 24 званична времена. Користи од оваквог начина рачунања времена веома су велике. Саобраћај и средства за везу при регистровању времена немају потребе да познају географску дужину сваког места, већ само редни број његове часовне зоне, јер се време у једном тренутку од зоне до зоне разликује за по један цео час, док минуте, секунде и делови остају исти. Путујући на запад, путник при прелазу границе сваке зоне помера казаљку свог часовника за по 1<sup>h</sup> уназад, а путујући на исток за по 1<sup>h</sup> унапред. Овим је олакшана и обрада разноврсних геофизичких, астрономских и других података.

Зонско време поступно су прихватиле почетком овог века све европске земље, а затим и остале, данас безмало све. (Тачне податке о свим земљама види у књизи трећој.)

У даљим рачунима обележаваћемо зонско време са  $t_i$ ,  $i=0, 1, 2, \dots, 23$ , где индекс означава редни број зоне.

Најзад, за време Првог светског рата и после њега многе су земље, руковођене економским разлозима (уштеда у гориву и осветљењу, повећање радног учинка итд.) завеле тз. *указно време*  $t_u$  издајући наредбу да се казаљке свих часовника помере унапред према зонском времену за 1<sup>h</sup> или 2<sup>h</sup>, а у изузетним случајевима и за 3<sup>h</sup>. Данас је указно време с померањем од 1<sup>h</sup> према зонском усвојено у многим државама. У неким од њих само у летњем периоду (*летње време*). У СФРЈ је још увек званично средње-европско време.

**Пример 20.** — Наћи гриничко звездано време кад је у Београду 10<sup>h</sup> 20<sup>m</sup> 40<sup>s</sup>,3 месног звезданог времена. Географска дужина Београда је  $\lambda = -1^h 22^m 3^s,2$ .

$$\begin{array}{r} s \quad 10^h 20^m 40^s,3 \\ \lambda \quad -1 \quad 22 \quad 3,2 \\ \hline s \quad 8^h 58^m 37^s,1 \end{array}$$

**Пример 21.** — Наћи звездано време у Београду, када је у Греницу 18<sup>h</sup> 13<sup>m</sup> 16<sup>s</sup>,8 месног звезданог времена.

$$\begin{array}{r} s \quad 18^h 13^m 16^s,8 \\ -\lambda \quad +1 \quad 22 \quad 3,2 \\ \hline s \quad 19^h 35^m 20^s,0 \end{array}$$

**Пример 22** — Наћи њујоршко грађанско време када је у Београду 3<sup>h</sup> 42<sup>m</sup> 16<sup>s</sup>,8 грађанског времена 20. марта. Географска дужина Њујорка од Греница је  $\lambda_N = +4^h 55^m 40^s,0$  а Београда  $\lambda_B = -1^h 22^m 3^s,2$ .

$$\begin{array}{r} -\lambda_B \quad -1^h 22^m 3^s,2 \\ \lambda_N \quad -4 \quad 55 \quad 40,0 \\ \hline \Delta\lambda \quad -6^h 17^m 43^s,2 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 20. \text{ марта } t_{gB} \quad 3^h 42^m 16^s,8 \\ \Delta\lambda \quad -6 \quad 17 \quad 43,2 \\ \hline 19. \text{ марта } t_{gN} \quad 21^h 24^m 33^s,6 \end{array}$$

**1.2.5. Везе између правог, средњег, грађанског, зонског и указног времена.** — Од свих досад дефинисаних врста времена одређује се астрономским мерењима само звездано, а изузетно и право, а са њих се на сва остала прелази рачунски, као што ће бити објашњено у овом и наредном параграфу.

Разлика између правог и средњег времена у сваком тренутку,

$$\eta = t_p - t_s,$$

назива се *временско изједначење*. Оно се може рашчланити ако везу између месног и небеског екваторског система

$$s = \alpha + t$$

применимо на право и средње сунце. Тада добивамо

$$s = \alpha_{\odot} + t_p, \quad s = \alpha_s + t_s,$$

а упоређењем

$$\alpha_{\odot} + t_p = \alpha_s + t_s.$$

Видели смо, међутим, у параграфу 1.2.3. да је ректасцензија средњег сунца  $\alpha_s$  једнака средњој лонгитуди правог сунца  $\lambda_m$ , па горњу једнакост можемо написати

$$\alpha_{\odot} + t_p = \lambda_m + t_s.$$

Одатле је

$$\eta = t_p - t_s = \lambda_m - \alpha_{\odot}.$$

Ако последњем изразу додамо и одузмемо лонгитуду правог Сунца  $\lambda_{\odot}$ , добићемо за временско изједначење израз

$$\eta = (\lambda_m - \lambda_{\odot}) + (\lambda_{\odot} - \alpha_{\odot}). \quad (203)$$

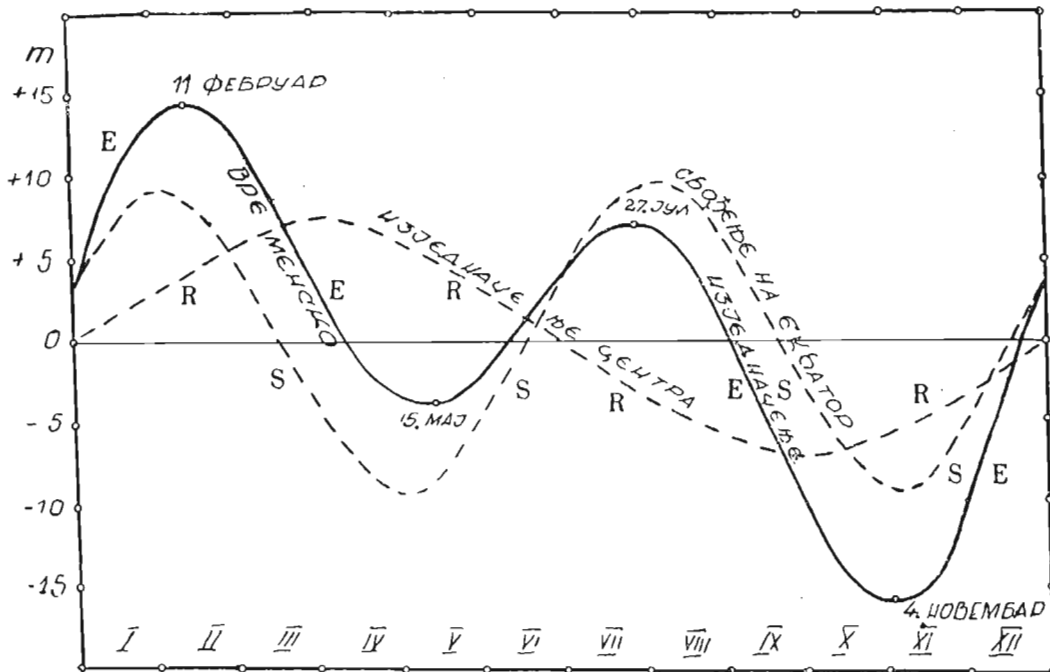
Оно се тако распало на две компоненте. Прва је уствари *изједначење центра* и долази, као што смо видели, од Сунчева неравномерног годишњег кретања, а друга је *свођење на екватор* и долази од нагиба еклиптике према екватору. Прва представља синусоиду с годишњом, а друга синусоиду с полугодишњом периодом и, ако унесемо бројне вредности за њихове изразе (191) и (192) из параграфа 1.2.3, за временско изједначење добивамо следећи бројни израз који му обезбеђује тачност од  $0^m.1$ :

$$\eta = -7^m.7 \sin(\lambda_m + 79^\circ) + 9^m.9 \sin 2\lambda_m. \quad (204)$$

Ставимо ли место  $\lambda_m$  његове бројне вредности за сваки први у месецу, добивамо бројне вредности за први и други члан и за њихов збир, тј. за временско изједначење, које су дате у доњој табlici.

Таблица 3.

Датум	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	1.10	1.11	1.12
I. чл.	+0 <sup>m</sup> ,2	-3 <sup>m</sup> ,9	-6 <sup>m</sup> ,6	-7 <sup>m</sup> ,7	-6 <sup>m</sup> ,7	-3 <sup>m</sup> ,9	-0 <sup>m</sup> ,2	+3 <sup>m</sup> ,6	+6 <sup>m</sup> ,5	+7 <sup>m</sup> ,7	+6 <sup>m</sup> ,8	+4 <sup>m</sup> ,2
II. чл.	-3, 5	-9, 8	-6, 2	+3, 8	+9, 8	+6, 2	-3, 4	-9, 8	-6, 7	+2, 5	+9, 7	+6, 8
η	-3, 3	-13, 7	-12, 8	-3, 9	+3, 1	+2, 3	-3, 6	-6, 2	-0, 2	+10, 2	+16, 5	+11, 0



Сл. 30. Крива промене временског изједначења у току године са кривим његових компонената

Са овим вредностима је нацртана крива промене временског изједначења у току године на сл. 30. Са ње се види да се временско изједначење у току године мења по једној резултујућој сложеној таласној кривој са два максимума и два минимума са следећим вредностима:

$$\begin{array}{ll}
 \text{око 12 фебруара} & -14^m,4, \\
 \text{„ 15 маја} & +3,8, \\
 \text{„ 27 јула} & -6,4, \\
 \text{„ 4 новембра} & +16,4.
 \end{array}
 \quad (205)$$

Четири пута у години: око 15 априла, 14 јуна, 1 септембра и 25 децембра оно је једнако нули. Тачније податке за сваки датум у 0<sup>h</sup> светског времена даје сваки астрономски годишњак (в. тачку 1.3.5.3), одакле се могу интерполовати и користити за прелаз са правог на средње или са средњег на право време у сваком тренутку.



Пођемо ли сад од правог времена које се одређује из посматрања и држимо ли се дефиниција датих у параграфима 1.2.3 и 1.2.4, можемо за једно место с географском дужином  $\lambda$ , које припада часовној зони  $i$ , у коме је указом померена унапред часовна казаљка за  $u$  часова, поставити следеће просте везе за рачунање средњег, грађанског, светског, зонског и указног времена:

$t_s = \underbrace{t_p - \eta},$	(206)
$t_g = \underbrace{t_s + 12^h},$	(207)
$t_o = \underbrace{t_g + \lambda},$	(208)
$t_i = \underbrace{t_o + i},$	(209)
$t_u = \quad \quad \quad t_i + u.$	(210)

Из ових веза, које непосредно произилазе из дефиниција, могу се сад лако извести и везе којима се може свака поједина од ових 5 врста времена изразити свима осталим:

$$t_s = t_p - \eta, \quad (211) \qquad t_g = t_p - \eta + 12^h, \quad (216)$$

$$t_s = t_g - 12^h, \quad (212) \qquad t_g = t_s + 12^h, \quad (217)$$

$$t_s = t_o - \lambda - 12^h, \quad (213) \qquad t_g = t_o - \lambda, \quad (218)$$

$$t_s = t_i - i - \lambda - 12^h, \quad (214) \qquad t_g = t_i - i - \lambda, \quad (219)$$

$$t_s = t_u - u - i - \lambda - 12, \quad (215) \qquad t_g = t_u - u - i - \lambda, \quad (220)$$

$$t_o = t_p - \eta + 12^h + \lambda, \quad (221) \qquad t_i = t_p - \eta + 12^h + \lambda + i, \quad (226)$$

$$t_o = t_s + 12^h + \lambda, \quad (222) \qquad t_i = t_s + 12^h + \lambda + i, \quad (227)$$

$$t_o = t_g + \lambda, \quad (223) \qquad t_i = t_g + \lambda + i, \quad (228)$$

$$t_o = t_i - i, \quad (224) \qquad t_i = t_o + i, \quad (229)$$

$$t_o = t_u - u - i, \quad (225) \qquad t_i = t_u - u, \quad (230)$$

$$t_u = t_p - \eta + 12^h + \lambda + i + u, \quad (231)$$

$$t_u = t_o + 12^h + \lambda + i + u, \quad (232)$$

$$t_u = t_g + \lambda + i + u, \quad (233)$$

$$t_u = t_o + i + u, \quad (234)$$

$$t_u = t_i + u. \quad (235)$$

Уведемо ли појам зонског одсјујања

$$\vartheta = t_i - t_g = \lambda + i, \quad (236)$$

као разлике између зонског и грађанског времена, и појам временског изједначења увећаног за  $12^h$ ,

$$E = \eta + 12^h, \quad (237)$$

који користе поморци и чија се вредност такође налази за сваки датум у многим астрономским годишњацима, онда се изрази (211)—(235) могу још више упростити:

$$t_s = t_p - \eta, \quad (238) \qquad t_g = t_p - E, \quad (243)$$

$$t_s = t_g - 12^h, \quad (239) \qquad t_g = t_s + 12^h, \quad (244)$$

$$t_s = t_o - \lambda - 12^h, \quad (240) \qquad t_g = t_o - \lambda, \quad (245)$$

$$t_s = t_l - \vartheta - 12, \quad (241) \qquad t_g = t_l - \vartheta, \quad (246)$$

$$t_s = t_u - u - \vartheta - 12^h, \quad (242) \qquad t_g = t_u - u - \vartheta, \quad (247)$$

$$t_o = t_p - E + \lambda, \quad (248) \qquad t_l = t_p - E + \vartheta, \quad (253)$$

$$t_o = t_s + 12^h + \lambda, \quad (249) \qquad t_l = t_s + 12^h + \vartheta, \quad (254)$$

$$t_o = t_g + \lambda, \quad (250) \qquad t_l = t_g + \vartheta, \quad (255)$$

$$t_o = t_l - i, \quad (251) \qquad t_l = t_o + i, \quad (256)$$

$$t_o = t_u - u - i, \quad (252) \qquad t_l = t_u - u, \quad (257)$$

$$t_u = t_p - E + \vartheta + u, \quad (258)$$

$$t_u = t_s + 12^h + \vartheta + u, \quad (259)$$

$$t_u = t_g + \vartheta + u, \quad (260)$$

$$t_u = t_o + i + u, \quad (261)$$

$$t_u = t_l + u. \quad (262)$$

Изрази (211)—(235), односно (238)—(262) омогућују прелазе између свих врста сунчаног времена. Ваља напоменути да све ове изразе не треба памтити, јер се могу лако извести ако знамо основне (206)—(210), а њих можемо увек написати ако знамо дефиниције дате у претходним параграфима. Треба још приметити да се може догодити да се алгебарским сабирањем по горњим изразима дође до негативног броја. У том случају треба резултату додати  $24^h$ . Деси ли се, пак, да се добије износ већи од  $24^h$ , треба од њега одузети  $24^h$ .

**Пример 23.** — Дато је средње време  $t_s = 18^h 10^m 25^s,4$  у једном месту. Наћи грађанско време у истом тренутку и у истом месту.

Према изразу (207) биће

$$\begin{array}{r} t_s \quad 18^h 10^m 25^s,4 \\ -12^h \quad -12 \\ \hline t_g \quad 6^h 10^m 25^s,4 \end{array}$$

**Пример 24.** — Дато је светско време  $t_o = 16^h 18^m 14^s,5$ . Наћи колико ће бити у том тренутку зонског времена у Москви (2. зона).

Према изразу (209) биће

$$\begin{array}{r} t_o \quad 16^h \ 18^m \ 14^s,5 \\ l \quad \quad 2 \\ \hline t_l \quad 18^h \ 18^m \ 14^s,5. \end{array}$$

**Пример 25.** — У једном тренутку било је у Београду  $t_l = 14^h \ 12^m \ 13^s,5$  средње-европског времена (зонског времена 1. зоне). Колико ће бити указног времена ако је указом померена казаљка за  $1^h$  унапред.

Према изразу (210) биће:

$$\begin{array}{r} t_l \quad 14^h \ 12^m \ 13^s,5 \\ u \quad \quad 1 \\ \hline t_u \quad 15^h \ 12^m \ 13^s,5 \end{array}$$

**Пример 26.** — У једном тренутку било је у неком месту  $t_g = 14^h \ 13^m \ 18^s,2$  [грађанског времена. Наћи средње време у истом тренутку и истом месту.

Према изразу (212) биће:

$$\begin{array}{r} t_g \quad 14^h \ 13^m \ 18^s,2 \\ -12^h \quad -12 \\ \hline t_s \quad 2^h \ 13^m \ 18^s,2 \end{array}$$

**Пример 27.** — У тренутку  $t_o = 15^h \ 13^m \ 10^s,5$  светског времена наћи средње време у Београду ( $\lambda = -1^h \ 22^m \ 3^s,2$ ).

Према изразу (213) биће:

$$\begin{array}{r} t_o \quad 15^h \ 13^m \ 10^s,5 \\ -\lambda \quad + \ 1 \ 22 \ 3,2 \\ -12^h \quad -12 \\ \hline t_s \quad 1^h \ 51^m \ 7^s,3 \end{array}$$

**Пример 28.** — Наћи средње време у тренутку  $t_2 = 7^h \ 2^m \ 48^s,9$  зонског времена у Москви ( $\lambda = -2^h \ 30^m \ 39^s,6$ ).

Према изразу (214) биће:

$$\begin{array}{r} t_2 \quad 7^h \ 2^m \ 48^s,9 \\ -l \quad -2 \\ \hline \quad \quad 5 \ 2 \ 48,9 \\ -\lambda \quad +2 \ 30 \ 39,6 \\ \hline \quad \quad 7 \ 33 \ 28,5 \\ -12^h \quad -12 \\ \hline t_s \quad 19^h \ 33^m \ 28^s,5 \end{array}$$

Исти задатак може се решити и по изразима (236) и (241):

$$\begin{array}{r} \lambda \quad -2^h \ 30^m \ 39^s,6 \\ +l \quad +2 \\ \hline \vartheta \quad - \ 30^m \ 39^s,6 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} t_2 \quad 7^h \ 2^m \ 48^s,9 \\ -\vartheta \quad + \ 30 \ 39,6 \\ \hline \quad \quad 7 \ 33 \ 28,5 \\ +24 \quad +24 \\ \hline \quad \quad 31 \ 33 \ 28,5 \\ -12 \quad -12 \\ \hline t_s \quad 19^h \ 33^m \ 28^s,5 \end{array}$$

**Пример 29.** — Наћи средње време у тренутку  $t_u = 11^h \ 24^m \ 36^s,7$  указног времена у Москви ( $\lambda = -2^h \ 30^m \ 39^s,6$ ,  $u = +1^h$ ).

Према изразу (215) имаћемо:

$$\begin{array}{r}
 t_u \quad 11^h 24^m 36^s,7 \\
 -u-l \quad -3 \\
 \hline
 \quad \quad 8 \ 24 \ 36,7 \\
 -\lambda \quad +2 \ 30 \ 39,6 \\
 \hline
 \quad \quad 10 \ 55 \ 16,3 \\
 -12 \quad -12 \\
 \hline
 t_s \quad 22^h 55^m 16^s,3
 \end{array}$$

**Пример 30.** — Наћи грађанско време Крагујевца ( $\lambda_k = -1^h 23^m 40^s,2$ ) и Љубља-не ( $\lambda_L = -0^h 58^m 5^s,2$ ) у тренутку  $t_1 = 16^h 14^m 15^s,8$  средње-европског времена (зонског времена 1. зоне).

Према изразу (129) биће:

$$\begin{array}{r}
 t_1 \quad 16^h 14^m 15^s,8 \\
 -l \quad -1 \\
 -\lambda_k \quad +1 \ 23 \ 40,2 \\
 \hline
 t_{gk} \quad 16^h 37^m 56^s,0 \\
 \vartheta_k \quad + \quad 23^m 40^s,2
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 t_1 \quad 16^h 14^m 15^s,8 \\
 -l \quad -1 \\
 -\lambda_L \quad +0 \ 58 \ 5,2 \\
 \hline
 t_{gL} \quad 16^h 12^m 21^s,0 \\
 \vartheta_L \quad - \quad 1^m 54^s,8
 \end{array}$$

**Пример 31.** — Наћи грађанско време у Пулкову ( $\lambda = -2^h 1^m 18^s,57$ ,  $i=2$ ,  $u=1$ ), у тренутку  $t_u = 8^h 16^m 23^s,8$  његовог указног времена.

Према изразу (220) биће

$$\begin{array}{r}
 t_u \quad 8^h 16^m 23^s,80 \\
 -u-i \quad -3 \\
 \hline
 \quad \quad 5 \ 16 \ 23,80 \\
 -\lambda \quad +2 \ 1 \ 18,57 \\
 \hline
 t_g \quad 7^h 17^m 42^s,37
 \end{array}$$

**Пример 32.** — Колико је средње-европско време у Београду ( $\lambda = -1^h 22^m 3^s,2$ ) 8. марта 1961. год. у тренутку  $3^h 14^m 8^s,6$  правог времена?

$\eta_0$  је дато за сваки датум у гриничку поноћ у Годишњаку нашег неба за 1961. (стр. 83). Зато најпре треба интерполацијом наћи  $\eta$  за дати тренутак. Да бисмо то могли, најпре ћемо наћи приближну вредност за  $t_i$  користећи  $\eta_0$ , да бисмо са добивеним размаком времена  $t_i$  прешли са  $\eta_0$  на  $\eta$ . Затим ћемо користећи  $\eta$  за дати тренутак и израз (226) наћи тражену тачну вредност  $t_i$ .

$$\begin{array}{r}
 t_p \quad 3^h 14^m 8^s,6 \\
 -\eta_0 \quad +11 \ 0,9 \\
 \hline
 \quad \quad 3 \ 25 \ 9,5 \\
 +12^h \quad 12 \\
 \hline
 \quad \quad 15 \ 25 \ 9,5 \\
 +\lambda \quad -1 \ 22 \ 3,2 \\
 \hline
 \quad \quad 14^h \ 3^m \ 6^s,3 = \\
 \quad \quad = 0,585 \text{ дана}
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 \eta_0 \text{ за 8. 3. 1961} \\
 \Delta\eta \text{ за 0,585} \\
 \eta \\
 -11^m \ 0^s,9 \\
 +8,7 \\
 -10^m \ 52^s,2
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 t_p \quad 3^h 14^m 8^s,6 \\
 -\eta \quad +10 \ 52,2 \\
 \hline
 \quad \quad 3 \ 25 \ 0,8 \\
 +12 \quad 12 \\
 \hline
 \quad \quad 15 \ 25 \ 0,8 \\
 +\lambda \quad -1 \ 22 \ 3,2 \\
 \hline
 \quad \quad 14 \ 2 \ 57,6 \\
 +i \quad +1 \\
 \hline
 t_i \quad 15^h 2^m 57^s,6
 \end{array}$$

**Пример 33.** — Колико је правог времена у Београду ( $\lambda = -1^h 22^m 3^s,2$ ) 8. марта 1961. г. у  $15^h 2^m 57^s,6$  средње-европског времена.

Као у претходном примеру наћи ћемо интерполацијом  $\eta$  за дати тренутак, а затим применом израза (226) решеног по  $t_p$  наћи тражено право време у датом тренутку  $t_1$ .

$$\begin{array}{r}
 t_0 = 14^h 2^m 57^s, 6 = \\
 = 0^d, 585. \\
 \eta = -10^m 52^s, 2
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 t_1 \quad 15^h 2^m 57^s, 6 \\
 + \eta \quad \underline{-10 \quad 52, 2} \\
 \quad 14 \quad 52 \quad 5, 4 \\
 -12^h \quad \underline{-12} \\
 \quad 2 \quad 52 \quad 5, 4 \\
 -\lambda - l \quad \underline{+22 \quad 3, 2} \\
 t_p \quad 3^h 14^m 8^s, 6
 \end{array}$$

**Пример 34.** — Наћи зонско време у Дубровнику ( $\lambda = -1^h 12^m 26^s, 9$ ;  $l = +1$ ) у тренутку  $t_s = 7^h 6^m 13^s, 5$  средњег времена.

Према изразу (227) биће

$$\begin{array}{r}
 t_s \quad 7^h \quad 6^m \quad 13^s, 5 \\
 +12^h \quad \underline{+12} \\
 \quad 19 \quad 6 \quad 13, 5 \\
 +\lambda + l \quad \underline{-0 \quad 12 \quad 26, 9} \\
 t_1 \quad 18^h \quad 53^m \quad 46^s, 6
 \end{array}$$

**Пример 35.** — Наћи указно време у тренутку  $t_g = 6^h 9^m 10^s, 6$  грађанског времена у Вашингтону ( $\lambda = +5^h 8^m 15^s, 78$ ;  $l = +19$ ;  $u = +1$ ).

Према изразу (233) биће

$$\begin{array}{r}
 t_g \quad 6^h \quad 9^m \quad 10^s, 60 \\
 +\lambda \quad + 5 \quad 8 \quad 15, 78 \\
 +l \quad +19 \\
 +u \quad + 1 \\
 t_u \quad \underline{7^h \quad 17^m \quad 26^s, 38}
 \end{array}$$

**Пример 36.** — Наћи указно време у Москви ( $i = +2$ ,  $u = +1$ ) у тренутку  $t_0 = 13^h 15^m 16^s, 8$  светског времена.

Према изразу (234) биће

$$\begin{array}{r}
 t_0 \quad 13^h \quad 15^m \quad 16^s, 8 \\
 +i + u \quad \underline{+ 3} \\
 t_u \quad 16^h \quad 15^m \quad 16^s, 8
 \end{array}$$

**1.2.6. Прелаз са звезданог на грађанско и са грађанског на звездано време.** — Често је у пракси потребно да се нађе у датом тренутку месног звезданог времена у једном одређеном месту, с познатом географском дужином  $\lambda$ , колико је грађанско време, и обрнуто. Овај прелаз се назива *претварање времена* и врши се у две *еџаје*. Прво је потребно да знамо колико је звезданог времена  $s_0$  у средњу поноћ у датом месту, а друго, да знамо како се може један размак протеклог времена, рецимо од поноћи до датог тренутка, изражен јединицама средњег времена, претворити у јединице звезданог времена или обрнуто, један дати размак изражен јединицама звезданог времена претворити у јединице средњег времена. Претварање времена може се вршити на више начина.

**1° Први начин.** Да видимо најпре како се могу претворити временски размаци изражени јединицама средњег времена у јединице звезданог времена и обратно.

Из великог броја мерења Ханзен и Леверије су нашли да дужина тропске године износи 365,24 220... средњих дана. Вратимо ли се сл. 28, лако можемо видети да у току једне тропске године Сунчева лонгитуда прирасте за 360°. Отуда основна једнакост

$$365,24\ 220 \text{ ср. дана} = 366,24\ 220 \text{ зв. дана.} \quad (263)$$

Поделимо ли целу једнакост њеном левом страном, добивамо

$$1 \text{ ср. дан} = (1 + \mu) \text{ зв. дана,} \quad (264)$$

где је константа  $\mu = \frac{1}{365,24\ 220}$ . Како се и средњи и звездани дан

деле на ситније јединице у истом односу, то очевидно веза (264) важи не само за дане, већ и за часове, минуте, секунде и њихове делове, тј. ма за какве размаке времена, па се уопште може написати

$$i_s = i_m (1 + \mu), \quad (265)$$

где је  $i_m$  произвољан временски размак изражен јединицама средњег времена, а  $i_s$  исти размак изражен јединицама звезданог времена.

Поделимо ли једнакост (263) њеном десном страном, добивамо везу

$$1 \text{ зв. дан} = (1 - \nu) \text{ ср. дана,} \quad (266)$$

где је константа  $\nu = \frac{1}{366,24\ 220}$ . Из истог разлога као и горе ова веза

важи и за ситније јединице, па и за произвољне временске размаке, тако да се може написати

$$i_m = i_s (1 - \nu), \quad (267)$$

где величине  $i_m$  и  $i_s$  имају значење као и у изразу (265).

Из израза (265) и (267) види се да се сваки размак времена изражен јединицама средњег времена може претворити у размак изражен јединицама звезданог времена ако се помножи константом  $(1 + \mu)$ , а сваки размак времена изражен јединицама звезданог времена у размак изражен јединицама средњег времена ако се помножи константом  $(1 - \nu)$ . За ово претварање постоје у свима астрономским годишњацима помоћне таблице. Њих има углавном две врсте. У једнима је дат за сваки цео час, минут и секунду средњег времена односни размак звезданог времена (в. Годишњак нашег неба). У другима је дата само поправка  $i_m \cdot \mu$ , одн.  $i_s \cdot \nu$  (в. нпр. *Connaissance des Temps*), јер се изрази (265) и (267) могу написати и овако:

$$i_s = i_m + i_m \cdot \mu, \quad (265')$$

$$i_m = i_s - i_s \cdot \nu. \quad (267')$$

Да бисмо могли претварати време потребно је још да знамо звездано време  $s_0$  у месну средњу поноћ. Сви астрономски годишњаци дају звездано време  $S_0$  у средњу гриничку поноћ, из простог разлога што не могу давати овај податак за свако место, а са овога се може

прећи на звездано време  $s_0$  у месну средњу поноћ следећим расуђивањем. Ако је  $S_0$  звездано време у гриничку поноћ, у  $1^h$  средњег времена после поноћи биће у Греницу  $S_0 + 1^h (1 + \mu)$  звезданог времена, у  $2^h$  средњег времена после поноћи биће у Греницу  $S_0 + 2^h (1 + \mu)$  звезданог времена и у  $\lambda^h$  средњег времена после поноћи биће у Греницу  $S_0 + \lambda^h (1 + \mu)$  звезданог времена. Међутим кад је у Греницу  $1^h$  ср. времена после поноћи, поноћ је у местима чија је географска дужина  $1^h$  западно од Греница. Значи, у тим местима ће у средњу поноћ бити  $S_0 + 1^h (1 + \mu)$  звезданог времена. На исти начин у местима која се налазе на  $2^h$  западно од Греница биће у средњу поноћ  $S_0 + 2^h (1 + \mu)$  звезданог времена, а у местима која се налазе на географској дужини  $\lambda$  од Греница, биће у поноћ

$$s_0 = S_0 + \lambda \cdot \mu \text{ звезданог времена.} \quad (268)$$

Сада се лако може дато грађанско време  $t_g$  у једном месту с географском дужином  $\lambda$  претворити у месно звездано  $s$  на тај начин, што ће се најпре из ефемерида наћи звездано време  $S_0$  у гриничку поноћ тог датума и поправити за величину  $\lambda \cdot \mu$ , па тако наћи звездано време у средњу поноћ истог датума у датом месту по изразу (268). Затим ће се дато грађанско време, које није ништа друго до размак протеклог времена од средње поноћи до датог тренутка изражен јединицама средњег времена, претворити помоћу израза (265) у односни размак изражен јединицама звезданог времена:

$$i_s = t_g + t_g \cdot \mu. \quad (265'')$$

Да бисмо добили месно звездано време у тренутку  $t_g$ , остаје да додамо на месно звездано време у средњу поноћ  $s_0$  размак протеклог времена од поноћи до тренутка  $t_g$  изражен јединицама звезданог времена

$$s = S_0 + t_g + t_g \cdot \mu, \quad (269)$$

или с обзиром на (268),

$$s = S_0 + \lambda \cdot \mu + t_g + t_g \cdot \mu. \quad (270)$$

Исто тако се лако може извршити и обрнуто претварање. Ако је дато месно звездано време  $s$  у месту с географском дужином  $\lambda$ , па се тражи грађанско време у том тренутку, опет треба прво наћи, као и горе, месно звездано време у средњу поноћ у датом месту према изразу (268). Затим према изразу (267) треба размак звезданог времена  $s - s_0$  протеклог од средње поноћи до датог тренутка изразити у јединицама средњег времена:

$$t_g = (s - s_0) - (s - s_0) \cdot \nu \quad (267'')$$

Са грађанског се лако може прећи на средње-европско време, као што је показано у претходном параграфу.

2° Други начин. Може се са средње-европског времена прећи на месно звездано и непосредно. Датом средње-европском времену алгебарски се дода географска дужина средње-европског меридијана и тако пређе на светско време:

$$t_1 - 1 = t_0. \quad (271)$$

$t_0$  је уједно и протекло средње време од поноћи. Оно се претвори у звездане јединице према изразу (265), тј. помоћу односних таблица:

$$S - S_0 = t_0 (1 + \mu). \quad (272)$$

Додамо ли протеклом звезданом времену од поноћи до датог тренутка звездано време  $S_0$  у гриничку поноћ, добивамо звездано време у Гринуицу у датом тренутку:

$$S = S_0 + t_0 (1 + \mu). \quad (273)$$

Да бисмо добили звездано време у истом тренутку у датом месту, довољно је још само одузети од горњег географску дужину тога места:

$$s = S - \lambda = S_0 + t_0 (1 + \mu) - \lambda \quad (274)$$

или

$$s = S_0 + (t_1 - 1) (1 + \mu) - \lambda \quad (275)$$

Ако је за место у средње-европској зони с географском дужином  $\lambda$  дато звездано време, па се, обрнуто, тражи колико је у том тренутку средње-европског времена у том месту, најпре се са датог звезданог времена  $s$  алгебарским додавањем географске дужине датог места прелази на звездано време у Гринуицу у истом тренутку:

$$S = s + \lambda. \quad (276)$$

Одбијемо ли од тог времена звездано време у гриничку поноћ  $S_0$ , добивамо временски размак од поноћи до датог тренутка у Гринуицу изражен звезданим временским јединицама:

$$S - S_0 = s + \lambda - S_0. \quad (277)$$

Према изразу (267) или уз помоћ односних таблица овај се размак може изразити јединицама средњег времена, па се тако добива протекло светско време од поноћи до датог тренутка:

$$t_0 = (S - S_0) (1 - \nu) = (s + \lambda - S_0) (1 - \nu). \quad (278)$$

Одузимањем географске дужине средње-европског меридијана ( $\lambda = -1$ ) прелазимо најзад на средње-европско време у датом тренутку:

$$t_1 = t_0 + 1^h = (S - S_0) (1 - \nu) + 1^h \quad (279)$$

или

$$t_1 = (s + \lambda - S_0) (1 - \nu) + 1^h \quad (280)$$



3° *Приближни начин.* Често се дешава да нам је довољно да извршимо претварање звезданог времена у грађанско или обратно с малом тачношћу, но брзо и усмено. Ово се најчешће јавља при оријентацији на Земљи и при припреми посматрачког програма. За ту сврху је довољно запамтити да месно звездано време у средњу поноћ износи:

Таблица 4

22.9	0 <sup>h</sup>	23.3	12 <sup>h</sup>
22.10	2	22.4	14
21.11	4	23.5	16
22.12	6	22.6	18
21.1	8	23.7	20
20.2	10	22.8	22

(281)

као и то да се за један дан ово време повећа за  $4^m - 4^s$ , тј. да се за месец дана повећа приближно за  $2^h$ . Кад смо нашли приближно звездано време у поноћ, другу фазу претварања времена, тј. претварање временског размака протеклог од поноћи до датог тренутка из једних јединица у друге можемо извршити приближно множењем горњом константом. Види ниже последња два примера.

**Пример 37.** — Дато је грађанско време  $t_g = 20^h 30^m 46^s, 80$  Москве ( $\lambda = -2^h 30^m 39^s, 60$ ) 20. марта 1961. г. Наћи у истом тренутку московско звездано време.

Послужимо се изразом (270), а за податке  $S_0$ ,  $\lambda_\mu$  и  $t_{g\mu}$  таблицама у Годишњаку нашег неба

$S_0$	$11^h 49^m 8^s, 50$	$2^h$	19,71	$20^h$	$3^m 17^s, 13$
$\lambda_\mu$	—	$30^m$	4,93	$30^m$	4, 93
$s_0$	$11 48 43, 75$	$39^s$	0,11	$46^s$	0, 13
$t_g$	$20 30 46, 80$	$0^s, 60$	0,00	$0^s, 80$	0, 00
$t_{g\mu}$	$+ 3 22, 19$	$\lambda_\mu$	$-24^s, 75$	$t_{g\mu}$	$+3^m 22^s, 19$
$s$	$8^h 22^m 52^s, 74$				

**Пример 33.** — Наћи звездано време у Београду ( $\lambda = -1^h 22^m 3^s, 2$   $l=1$ ) 16. марта 1961. г. у тренутку  $t_1 = 15^h 13^m 18^s, 60$  средње-европског времена.

Послужимо се изразима (219) и (270), а за податке  $S_0$ ,  $\lambda_\mu$  и  $t_{g\mu}$  таблицама у Годишњаку нашег неба.

$t_l$	$15^h 13^m 18^s, 60$	$-l-\lambda$	$+22^h 3^s, 2$	$15^h$	$2^m 27^s, 85$
$-l-\lambda$	$+22 3, 20$			$35^m$	5, 75
$t_g$	$15^h 35^m 21^s, 80$	$1^h$	$9^s, 86$	21	0, 06
		$22^m$	3, 61	$0^s, 8$	0, 00
$S_0$	$11^h 33^m 22^s, 30$	$3^s$	0, 01	$t_{g\mu}$	$2^m 33, 66$
$\lambda_\mu$	—	$0^s, 2$	0, 00		
$s_0$	$11 33 8, 82$	$\lambda_\mu$	$-13^s, 48$		
$t_g$	$15 35 21, 80$				
$t_{g\mu}$	$+ 2 33, 66$				
$s$	$3^h 11^m 4^s, 28$				

**Пример 39.** — Претходни пример решити за Љубљану ( $\lambda = -0^h 58^m 5^s, 2$ ).

$t_l$	15 <sup>h</sup> 13 <sup>m</sup> 18 <sup>s</sup> ,60	$-t$	-1 <sup>h</sup>
$-t-\lambda$	-1 54,80	$-\lambda$	+0 <sup>h</sup> 58 <sup>m</sup> 5 <sup>s</sup> ,2
$t_g$	15 <sup>h</sup> 11 <sup>m</sup> 23 <sup>s</sup> ,80	$-t-\lambda$	+ 1 <sup>m</sup> 54 <sup>s</sup> ,8
$S_0$	11 <sup>h</sup> 33 <sup>m</sup> 22 <sup>s</sup> ,30		0 <sup>h</sup> 0 <sup>s</sup> ,00
$\lambda_\mu$	- 9,54		58 <sup>m</sup> 9,53
$s_0$	11 33 12,76		5 <sup>s</sup> 0,01
$t_g$	15 11 23,80		0 <sup>s</sup> .2 0,00
$t_g \mu$	+ 2 29,72		$\lambda_\mu$ -9 <sup>s</sup> ,54
$s$	2 <sup>h</sup> 47 <sup>m</sup> 6 <sup>s</sup> ,28		
			15 <sup>h</sup> 2 <sup>m</sup> 27 <sup>s</sup> ,85
			11 <sup>m</sup> 1,81
			23 <sup>s</sup> 0,06
			0 <sup>s</sup> ,8 0,00
			$t_g \mu$ 2 <sup>m</sup> 29 <sup>s</sup> ,72

На основи израза (194) и (197) можемо написати

$$s_B - s_L = \lambda_L - \lambda_B \quad \text{и} \quad t_{gB} - t_{gL} = \lambda_L - \lambda_B.$$

Они у овом случају могу да нам послуже за проверавање резултата:

$s_B$	3 <sup>h</sup> 11 <sup>m</sup> 4 <sup>s</sup> ,28	$t_{gB}$	15 <sup>h</sup> 35 <sup>m</sup> 21 <sup>s</sup> ,80	$\lambda_L$	-0 <sup>h</sup> 58 <sup>m</sup> 5 <sup>s</sup> ,2
$s_L$	2 47 6,28	$t_{gL}$	15 11 23,80	$\lambda_B$	-1 22 3,2
$s_B - s_L$	23 <sup>m</sup> 58 <sup>s</sup> ,00	$t_{gB} - t_{gL}$	23 <sup>m</sup> 58 <sup>s</sup> ,00	$\lambda_L - \lambda_B$	23 <sup>m</sup> 58 <sup>s</sup> ,0

Одавде се сем тога види да је доиста разлика географских дужина двају места једнака разлици њихових истоимених месних времена у истом тренутку, ма о којој се врсти времена радило.

**Пример 40.** — Наћи звездана времена у Београду ( $\lambda_B = -1^h 22^m 3^s, 2$ ) и у Љубљани ( $\lambda_L = -0^h 58^m 5^s, 20$ ) 16. марта 1961. г. у  $t_1 = 15^h 13^m 18^s, 60$  средње-европског времена држећи се другог начина за претварање времена.

Послужимо се изразом (275), а за податке  $S_0$  и  $t_0 \mu$ , одн.  $(t_1 - 1) \mu$  таблицама у Годишњаку нашег неба за 1961. г.

$t_l$	15 <sup>h</sup> 13 <sup>m</sup> 18 <sup>s</sup> ,60		14 <sup>h</sup> 2 <sup>m</sup> 17 <sup>s</sup> ,99
$t_l - 1 = t_0$	14 13 18,60		13 <sup>m</sup> 2,14
			18 <sup>s</sup> 0,05
$S_0$	11 <sup>h</sup> 33 <sup>m</sup> 22 <sup>s</sup> ,30		0 <sup>s</sup> .60 0,00
$t_0$	14 13 18,60		$t_0 \cdot \mu$ 2 <sup>m</sup> 20 <sup>s</sup> ,18
$t_0 \mu$	+ 2 20,18		
$S$	1 49 1,08		$S$ 1 <sup>h</sup> 49 <sup>m</sup> 1 <sup>s</sup> ,08
$-\lambda_B$	+ 1 22 3,20		$-\lambda_L$ +0 58 5,20
$s_B$	3 <sup>h</sup> 11 <sup>m</sup> 4 <sup>s</sup> ,28		$s_L$ 2 <sup>h</sup> 47 <sup>m</sup> 6 <sup>s</sup> ,28

**Пример 41.** — Колико је средње-европско време 16. марта 1961. г. у тренутку  $s = 3^h 14^m 48^s, 28$  месног звезданог времена у Скопљу ( $\lambda = -1^h 25^m 47^s, 20$ )?

Послужимо се изразима (228), (268) и (267''), а за податке  $S_0$ ,  $\lambda, \mu$  и  $(s-s_0)v$  таблицама из Годишњака нашег неба.

$S_0$	11 <sup>h</sup> 33 <sup>m</sup> 22 <sup>s</sup> ,30	$1^h$	9 <sup>s</sup> ,86
$\lambda, \mu$	— 14,10	$25^m$	4, 11
$s_0$	11 33 8,20	$47^s$	0, 13
$s$	3 14 48,28	$0^s,20$	0, 00
$s-s_0$	15 41 40,08	$\lambda \cdot \mu$	—14 <sup>s</sup> ,10
$(s-s_0)v$	— 2 34,27	$15^h$	2 <sup>m</sup> 27 <sup>s</sup> ,44
$t_g$	15 39 5,81	$41^m$	6,72
$\lambda+i$	— 25 47,20	$40^s$	0,11
$t_1$	15 <sup>h</sup> 13 <sup>m</sup> 18 <sup>s</sup> ,61	$0^s,08$	0,00
		$(s-s_0)v$	2 <sup>m</sup> 34 <sup>s</sup> ,27
		$\lambda$	—1 <sup>h</sup> 25 <sup>m</sup> 47 <sup>s</sup> ,20
		$i$	+1
		$\lambda+i$	— 25 <sup>m</sup> 47 <sup>s</sup> ,20

**Пример 42.** — Претходни пример решити по другом начину за претварање времена.

Послужимо се изразом (279), одн. (280), а за податке  $S_0$  и  $(S-S_0)(1-v)$  таблицама у Годишњаку нашег неба.

$s$	3 <sup>h</sup> 14 <sup>m</sup> 48 <sup>s</sup> , 28	$14^h$	13 <sup>h</sup> 57 <sup>m</sup> 42 <sup>s</sup> , 39
$\lambda$	—1 25 47, 20	$15^m$	14 57, 54
$S$	1 49 1, 08	$38^s$	37, 90
$S_0$	11 33 22, 30	$0^s,78$	0, 78
$S-S_0$	14 <sup>h</sup> 15 <sup>m</sup> 38 <sup>s</sup> , 78	$(S-S_0)(1-v)=t_0$	14 <sup>h</sup> 13 <sup>m</sup> 18 <sup>s</sup> , 61

$$t_1 = 15^h 13^m 18^s,61.$$

**Пример 43.** — Израчунати приближно звездано време у једном месту 30. јуна у 12<sup>h</sup> грађанског времена.

Из таблице 4. види се да је 22. јуна у средњу поноћ звездано време 18<sup>h</sup>. Од 22. до 30. јуна протекло је 8 дана. За то време звездано време у средњу поноћ изменило се за

$$8(4^m - 4^s) = 32^m - 32^s = 31^m 28^s.$$

Према томе, 30. јуна звездано време у поноћ износи

$$18^h 31^m 28^s.$$

Од поноћи до датог тренутка протекло је 12<sup>h</sup> средњег времена или у звезданом времену

$$12^h + 2^m - 2^s = 12^h 1^m 58^s.$$

Тражено звездано време је, дакле,

$$\begin{array}{r} 18^h 31^m 28^s \\ + 12 \quad 1 \quad 58 \\ \hline 6^h 33^m 26^s \end{array}.$$

**Пример 44.** — Наћи грађанско време у једном месту 1. августа у 18<sup>h</sup> звезданог времена у истом месту.

Из таблице 4. се види да је звездано време у средњу поноћ 23. јула  $20^h$  Од 23 јула до 1. августа прошло је 9 дана. За то време изменило се звездано време у средњу поноћ за

$$9(4^m - 4^s) = 36^m - 36^s = 35^m 24^s \text{ зв. вр.}$$

Звездано време у средњу поноћ 1. августа ће зато бити

$$20^h 35^m 24^s.$$

Од поноћи до  $18^h$  звезданог времена 1. августа протекло је у звезданом времену

$$\begin{array}{r} 18^h \\ - 20^h 35^m 24^s \\ \hline 21^h 24^m 36^s \text{ зв. вр.} \end{array}$$

$$\frac{21(4^m - 4^s)}{24} = \frac{7}{8}(4^m - 4^s) = \frac{28^m}{8} - \frac{28^s}{8} = 3^m,5 - 3^s,5 = 3^m 26^s.$$

Дакле,

$$\begin{array}{r} 21^h 24^m 36^s \\ - \quad 3 \quad 26 \\ \hline 21^h 21^m 10^s \text{ гр. вр.} \end{array}$$

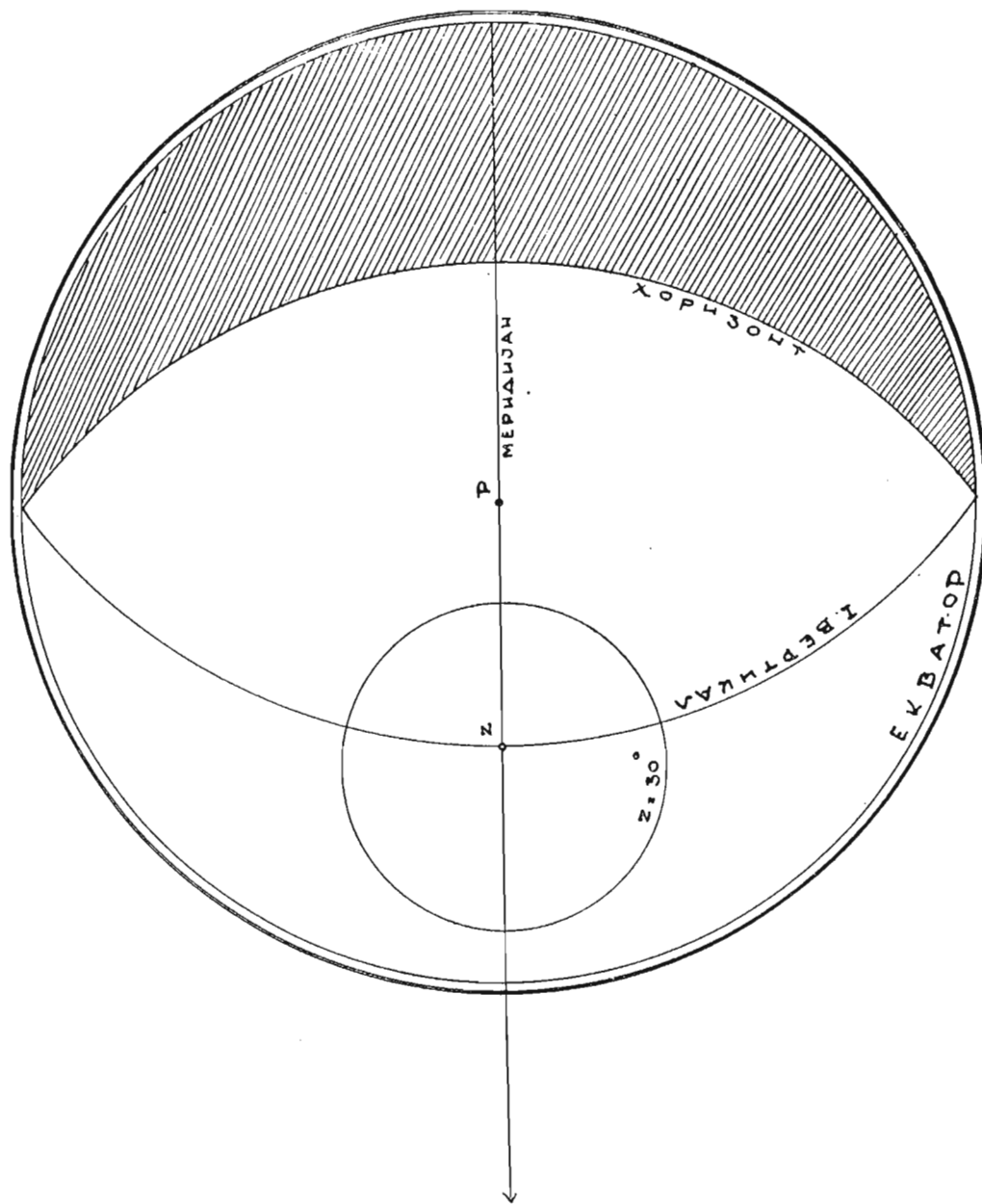
**1.2.7. Одређивање изгледа звезданог неба.** — Често је у пракси потребно, на пример код припреме посматрања, одредити изглед звезданог неба над хоризонтом датог места (с географском ширином  $\varphi$  и дужином  $\lambda$ ) у одређеном тренутку зонског времена  $t_z$ . Ово се може најлакше обавити уз помоћ звездане карте.

Ако располажемо таквом картом у стереографској пројекцији, са северним небеским полом у средишту и у небеском екваторском систему, онда на њеном ободу читамо ректасцензије (које расту у ретроградном смеру због огледалске слике карте), а на полупречницима деклинације. Да бисмо овакву карту могли успешно користити, морамо израдити за место ( $\varphi$ ,  $\lambda$ ) које нас интересује олеату на провидној хартији или пластичној маси с координатном мрежом хоризонтског система у истој пројекцији и размери као што је и сама карта. За постављени задатак биће довољно ако извучемо паралел којим је ограничена и сама карта, обележимо његово средиште и извучемо један његов пречник који ће представљати меридијан датог места и затим на њему пронађемо зенит тог места као тачку у којој је  $\delta = \varphi$  и, најзад, из ове тачке као средишта опишемо круг — хоризонт датог места, полазећи другим краком шестара од тачке на меридијану у којој је  $\delta = -(90^\circ - \varphi)$  (в. сл. 31).

Претворимо ли затим дато зонско време  $t_z$  у месно звездано  $s$ , као што је у претходном параграфу показано, наћи ћемо за дати датум и тренутак лако све звезде које се налазе у меридијану датог места. Пошто је у меридијану  $s = \alpha$ , потражићемо на ободу карте ректасцензију чија вредност износи колико нађено месно звездано време  $s$ , а затим ћемо положити преко карте олеату да им се средишта покlope, а да меридијан места прође кроз означену ректасцензију. Звезде које се налазе на правој која представља меридијан датог места биће у датом тренутку зонског времена у његовом меридијану. Звезде с ма-

њом ректасцезијом западно, а с већом ректасцензијом источно од њега. Звезде у унутрашњости круга који представља хоризонт налазиће се изнад хоризонта датог места у тренутку  $t_i$  и представљаће у том тренутку изглед неба за дато место.

Често је потребно у пракси, код припреме посматрања, знати приближно још и које се звезде у датом тренутку налазе у првом вертикалу и на алмукантару  $z = 30^\circ$ . Да бисмо и ово видели са карте, треба



Сл. 31. Скица олеате за одређивање изгледа неба у датом тренутку  $t_i$

још на олеати извући први вертикал и поменути алмукантар. Како су у стереографској пројекцији сви кругови небеске сфере кругови и на карти, то је довољно наћи по три тачке за сваки овакав круг, па га моћи лако извући. За први вертикал изабраћемо ове три тачке: зенит, који је већ обележен на олеати, и још тачке у којима први вертикал сече хоризонт, а то су тачке на кругу који представља хоризонт у

којима је азимут, а исто тако и часовни угао, једнак  $90^\circ$ , одн.  $270^\circ$ . Њих ћемо добити ако одмеримо од меридијана дуж хоризонта на олати прав угао. Алмукантар  $z=30^\circ$  још је лакше конструисати. Пресеке његове с меридијаном лако је наћи, а њихов размак је пречник тог круга.

**Пример 45.** — Одредити изглед звезданог неба у Београду ( $\varphi=44^\circ 48', 2$ ,  $\lambda = -1^h 22^m 3^s, 20$ ) 21. марта 1961. г. у  $21^h$  средње-европског времена.

Послужимо се изразом (275), а за податке  $S_0$  и  $t_0$   $\mu$ , одн.  $(t_1-1) \mu$  таблицама у Годишњаку нашег неба за 1961. г.

$t_i$	$21^h$	$0^m$	$0^s, 0$
$t_0$	20	0	0, 0
$S_0$	11	53	5, 0
$t_0 \mu$	20	0	0, 0
$t_0 \mu$	+	3	17,13
$S$	7	56	22,13
$+\lambda_B$	-1	22	3,20
$s$	<u>6<sup>h</sup> 34<sup>m</sup> 18<sup>s</sup>,93</u>		

Звезде чије су ректасцензије  $\alpha=6^h 34^m 18^s,9$  налазе се 21. марта 1961. г. у  $21^h$  средње-европског времена у меридијану Београда. Звезде с већим ректасцензијама су источно, а с мањим западно од меридијана. Звезде у пољу које није шрафирано на сл. 31. представљају изглед неба изнад Београда у датом тренутку.

На слици су извучени још први вертикал и алмукантар са зенитном даљином  $z=30^\circ$  тако да се са карте виде и звезде које су у истом тренутку у првом вертикалу и на датом алмукантару Београда, онд. у њиховој близини.

### 1.2.2

**1.2.8. Извођење закона опште гравитације из Кеплерових закона и основних принципа Механике.** — Хајгенс је 1673. у свом делу *Horolgium oscillatorium* први пут указао да материјална тачка, која се ма и равномерно креће по кругу, трпи због свог криволинијског кретања убрзање  $w$  наперено ка средишту круга, које је он назвао центрипеталним убрзањем. За њ је нашао да је управно сразмерно квадрату линијске брзине кретања тачке  $v$ , а обрнуто сразмерно полупречнику  $r$  кружне путање, тј. да је

$$w = \frac{v^2}{r}. \quad (282)$$

Убрзо после тог Рен, Хук и Халеј су, независно један од другог, применили ову теорему на кретање планета, па и Земље, под претпоставком да су њихове путање кружне. Под том претпоставком је

$$v = \frac{2\pi r}{T},$$

где је  $T$  време планетина обиласка њене путање око Сунца. Зато су за њихово центрипетално убрзање нашли израз

$$w = 4\pi^2 \cdot \frac{r}{T^2}. \quad (283)$$

Користећи, дакле, трећи *Кејлеров* закон, из кога је

$$\frac{r}{T^2} = \frac{k}{r^2},$$

дошли су они до израза за центрипетално убрзање планета:

$$w = 4\pi^2 k \frac{1}{r^2}, \quad (284)$$

који казује да свака планета у сваком свом положају има убрзање наперено према Сунцу, а обрнуто сразмерно квадрату њена одстојања од Сунца.

У свом бесмртном делу *Philosophiae naturalis principia mathematica*, 1687., Њуџн је доказао, полазећи од *Кејлерових* закона, да овај закон важи и за елиптичне путање, планета. Но он је пошао још један корак даље у тежњи да испита природу силе која изазива ово убрзање. Претпоставио је да иста сила изазива слободно падање тела на Земљиној површини и Месечево центрипетално убрзање на његовој путањи око Земље. Да би ово доказао, израчунао је он, с једне стране, убрзање слободног падања на Месечевој даљини од Земље, а, с друге стране, центрипетално Месечево убрзање на његовој путањи око Земље и упоредио их.

*Галилеј* је још био нашао да убрзање слободног падања на Земљиној површини износи  $g = 981 \text{ cm/sec}^2$ , као и закон по коме ово убрзање опада с квадратом даљине од Земљина тежишта. Ако обележимо са  $r$  Земљин полупречник, са  $g_1$  убрзање слободног падања на Месечевој даљини од Земљина тежишта, а са  $R$  Месечеву даљину од њега, биће

$$\frac{g}{g_1} = \frac{r^2}{R^2}.$$

Узмемо ли да је  $r = 1$ , врло приближно је  $R = 60$ , па је на Месечевој даљини убрзање слободног падања

$$g_1 = \frac{981}{3600} = 0,273 \text{ cm/sec}^2. \quad (285)$$

С друге стране, линијска брзина  $v$  Месечева кретања по кружној путањи око Земље, коју он обиђе за време  $T$ , износи

$$v = \frac{2\pi R}{T},$$

па је према *Хајгенсовом* изразу, његово центрипетално убрзање на путањи око Земље

$$w = \frac{4\pi^2 R}{T^2}.$$

Како је  $R = 384\,000$  km,  $T = 27,3$  дана, то се за Месечево центрипетално убрзање добива

$$w = 0,273 \text{ cm/sec}^2. \quad (286)$$

Дознавши тако да су ова два убрзања идентична:

$$\boxed{g_1 = w,} \quad (287)$$

Њуџн је потврдио своју претпоставку.

Увидевши да исто тело трпи различито убрзање, тј. да има различиту тежину, на разним даљинама од Земљина тежишта, иако му се при том количина материје не мења, Њуџн је увео за количину материје појам *маса*  $m$  и овај појам раздвојио од појма тежине  $P$ , као силе којом Земља привлачи дотичну масу. Тежину, одн. силу је дефинисао као производ масе и убрзања, као што и експерименти показују, и тако дошао до свог знаменитог *принципа независности дејства силе*:

$$P = mw, \quad (288)$$

а одмах затим и до трећег основног принципа Механике — *принципа акције и реакције*. Сада је могао наћи израз за силу којом Сунце привлачи планете да обилазе око њега.

Множењем израза за центрипетално убрзање планете њеном масом  $m$ , нашао је за ту силу израз

$$P = 4\pi^2 k \frac{m}{r^2}. \quad (289)$$

Али према принципу акције и реакције мора и планета привлачити Сунце силом исте јачине, а супротна смера. Та је сила производ из масе Сунца  $M$  и његова убрзања. Зато ако уведемо једну нову величину  $f$ , дефинисану сменом

$$f = \frac{4\pi^2 k}{M}$$

или сменом

$$f = 4\pi^2 \frac{r^3}{T^2} \frac{1}{M},$$

с обзиром на напред наведену вредност за константу  $k$ , која је иста за све планете и позната из трећег *Кеплеровог* закона, израз за  $P$  добива облик

$$\boxed{P = f \frac{Mm}{r^2}.} \quad (290)$$



Коефицијент пропорционалности  $f$  се показао исти и за Месец и за Земљу, дакле константа која изражава једну општу особину материје у целом Сунчевом Систему.

Увидевши ово, Њуџн је свој закон узајамног привлачења Сунца и планете проширио и на свака два делића материје у Васиони чије су масе  $m_1$  и  $m_2$ , а међусобно растојање  $r$  и тако дошао до најопштијег природног закона — закона ојшће гравитације:

$$F = f \frac{m_1 m_2}{r^2}, \quad (291)$$

свака два делића материје у Васиони узајамно се привлаче силом сразмерном производу њихових маса, а обрнуто сразмерном квадрату њихова растојања. При том је  $f$  једна универзална константа. Овај су закон потврдила и сва каснија искуства и из њега се развила цела Небеска механика.

Њиме је објашњена не само вековна загонетка кретања Земље и других планета око Сунца, већ су објашњене и све појединости у овом кретању (поремећаји), објашњено је Земљино прецесионо и нутационо кретање (в. параграфе 1.3.4. и 1.3.5), њена спљоштеност, појава плиме и осеке, кретања других небеских тела у Васиони и омогућено праћење ових кретања у далеку прошлост и њихово догледање у далекој будућности.

**1.2.9. Привидно и право Месечево кретање око Земље.** — Привидно Месечево кретање око Земље може се изучити као и Сунчево, ако се што чешће врше одређивања Месечевих екваторских координата  $\alpha_{\odot}$ ,  $\delta_{\odot}$ . Ректасцензија се одређује из тренутка Месечева пролаза кроз меридијан, а декланација из мерене зенитне даљине, као и за Сунце. Но овде се посматра само осветљена Месечева ивица, па се применом његова привидног (угловног) полупречника прелази на координате његова средишта. Овај се полупречник може извести из мерена размака међу Месечевим „роговима“ микрометром или још тачније посебним инструментом — хелиометром, но пошто је данас овај пречник врло тачно познат, обично се узима из табличних података који постоје за Месец.

Да би се испитало привидно Месечево кретање треба прећи са његових екваторских координата  $\alpha_{\odot}$ ,  $\delta_{\odot}$ , на еклиптичке  $\lambda_{\odot}$ ,  $\beta_{\odot}$ , по обрасцима које смо извели у параграфу 1.1.7. Искористимо за то податке дате у доњој табlici за месец мај 1961. године за сваки други датум у месецу узете из Астрономическог јежегодњика.

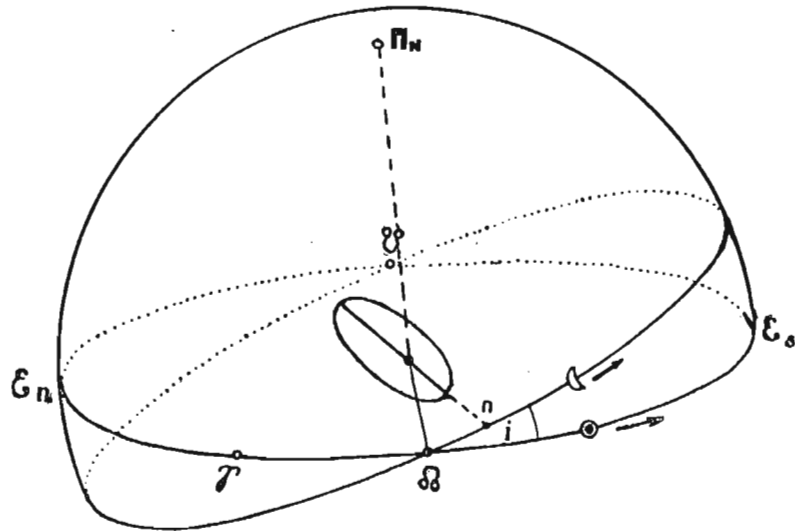
Ови се подаци из месеца у месец периодично понављају. Ако координате  $\lambda_{\odot}$ ,  $\beta_{\odot}$  нанесемо на један Декаршов координатни систем, и то  $\lambda_{\odot}$  по апсцисној а  $\beta_{\odot}$  по ординатној осовини, добићемо за привидну Месечеву путању једну синусоиду. Савијемо ли раван цртежа у кружни цилиндар да се додирну тачке у којима је  $\beta_{\odot} = 0$  на почетку и на крају синусоидног таласа, па овај цилиндар навучемо на звездани глобус тако да се велики круг настао од апсцисне осовине поклопи

Таблица 5

Датум	$\lambda_{\zeta}$	$\beta_{\zeta}$	$R_{\zeta}$	$L_{\zeta}$	$d_{\zeta}$
1	223° 10'	+4° 43'	15' 43",5	223° 14'	0,992
3	250 48	+5 0	15 59,5	250 46	0,975
5	279 4	+4 6	16 8,2	278 57	0,967
7	307 26	+2 13	16 9,8	307 21	0,965
9	335 38	+0 13	16 5,8	335 39	0,969
11	3 30	-2 33	15 56,8	3 36	0,978
13	30 53	-4 16	15 43,0	30 59	0,992
15	57 31	-5 0	15 25,4	57 32	1,011
17	83 6	-4 41	15 7,2	83 1	1,032
19	107 39	-3 31	14 52,9	107 32	1,048
21	131 28	-1 45	14 46,7	131 24	1,055
23	155 7	+0 18	14 51,1	155 8	1,050
25	179 20	+2 21	15 6,2	179 26	1,033
27	204 44	+4 2	15 29,5	204 51	1,007
29	231 44	+4 57	15 54,7	231 46	0,980
31	260 8	+4 44	16 14,1	260 4	0,961

са еклиптиком, видећемо да ће се за привидну Месечеву путању на небеској сфери добити такође један велики круг чија раван пролази кроз Земљино средиште и који је нагнут према еклиптици за  $i = 5^{\circ} 9'$  (сл. 32).

Он сече еклиптику у двама супротним тачкама  $\Omega$  и  $\vartheta$ . У првој Месец у свом кретању прелази с јужне на северну страну еклиптике и зове се узлазни чвор Месечеве путање. У другој прелази са северне на јужну њену страну и зове се силазни чвор Месечеве путање. Истим се знацима обе-



Сл. 32. Права и привидна Месечева путања на небеској сфери

лежавају и њихове лонгитуде. Лонгитуда узлазног чвора износи, по Брауну,

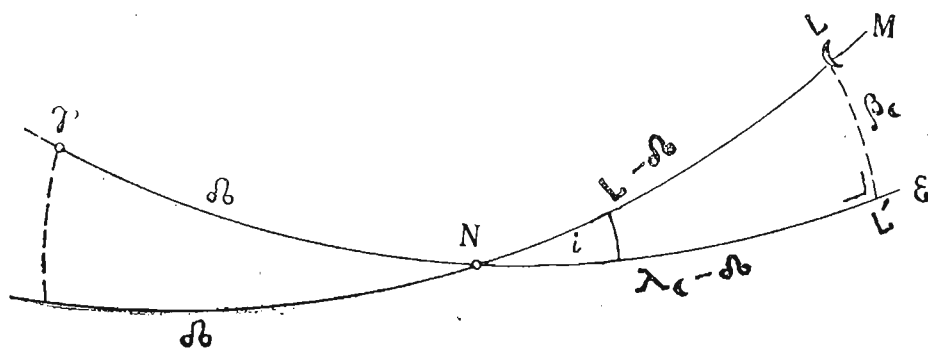
$$\Omega = 259^{\circ} 10' 59'', 79 - 1934^{\circ} 8' 31'', 23T + 7'', 48T^2 + 0'', 0080T^3, \quad (292)$$

где је  $T$  време у столећима рачунато од 1900. г. По својој привидној путањи Месец се креће у директном смеру, смеру све већих ректасцензија.

Трећи податак у горњој табlici је Месечев привидни полупречник. Из таблице се види да се он периодично повећава и смањује у истом периоду у коме се и Месечеве координате враћају на своје полазне вредности. Ово указује на то да се Месечева даљина од Земље периодично мења, тј. да се он уствари не креће по кругу.

Да бисмо испитали право Месечеве кретање око Земље искористићемо два последња податка  $L_{\text{C}}$ ,  $d_{\text{C}}$  из горње таблице.  $L_{\text{C}}$  представља Месечеву лонгитуду на путањи, тј. његово угловно одстојање од узлазног чвора надовезано на лонгитуду овог чвора или лук  $OL$  на сл. 33, и она се може добити из троугла  $NLL'$  по обрасцу

$$\operatorname{tg}(L_{\text{C}} - \Omega) = \frac{\operatorname{tg}(\lambda_{\text{C}} - \Omega)}{\cos i}. \quad (293)$$



Сл. 33. Месечева лонгитуда на путањи

$d_{\text{C}}$  представља релативну Месечеву даљину од Земље када се узме за јединицу једна његова средња даљина  $d_0$ , која одговара средњој вредности Месечеве привидна полупречника  $R_0 = 15' 35'', 89$ , тако да је

$$d_{\text{C}} = \frac{\frac{1}{R_{\text{C}}}}{\frac{1}{R_0}} = \frac{R_0}{R_{\text{C}}}. \quad (294)$$

Због малог нагиба  $i$  путање,  $L_{\text{C}}$  се разликује од  $\lambda_{\text{C}}$  највише за неколико угловних минута.

Ако у равни привидне Месечеве путање узмемо Земљино средиште за координатни почетак и с поларним координатама  $\lambda_{\text{C}}$ ,  $d_{\text{C}}$  конструишемо праве Месечеве положаје према Земљи, добићемо за

његову праву путању око Земље елијсу с великом полуосовином  $a = 1,006$ , ексцентричношћу  $e = \frac{1}{22,5}$  и лонгитудом перигеја  $\tilde{\omega} = 95^\circ,4$ .

Ако на исти начин испитујемо право Месечево кретање око Земље из разних временских периода, добиваћемо за елементе његове путање ( $\Omega, i; a, e, \tilde{\omega}$ ) увек различите вредности. Подробним испитивањима је утврђено да се они периодично мењају. Тако се линија чворова обрће ретроградно и опише пун угао за 18,6 година. У истом периоду колеба се и нагиб путање  $i$  у границама од  $5^\circ 0'$  до  $5^\circ 16'$ . Велика осовина путање обрће се директно и опише пун угао за 8,8 година. Зато се периодично мења и велика полуосовина  $a$  и ексцентричност  $e$  између  $\frac{1}{23}$  и  $\frac{1}{14}$ . Временски период после кога се

Месец поново враћа на своје лонгитуде  $\lambda_{\odot}$  зове се *шројски месец* и из великог броја одређивања његова вредност је утврђена на 27,321 средњих дана. Средње дневно кретање Месечево у лонгитуди износи  $13^\circ 10' 35'',0$  и разликује се од правог у датом тренутку. Ова разлика не може се изразити тако простим изразом као код Сунца, већ захтева многе поправке. Отуд је изведен закључак да је Месечево право кретање око Земље, када се тражи висока тачност, веома сложено и да његово описано кретање представља тек грубу прву апроксимацију. Разлике Месечевих координата изведених у првој апроксимацији и тачних његових координата зову се *неједнакост* Месечева *кретања* и долазе од разноврсних *поремећаја* које у његовом кретању око Земље, које се врши под њеним гравитационим дејством, изазивају својим привлачним силама Сунце и планете.

Временски размаци после којих се Месец враћа у своје старе положаје према звездама, према чворовима своје путање, према свом перигеју или апогеју и, најзад, према Сунцу, зову се респективно: *сидерички (S), драконићички (D), аномалистички (A) и синодички (C) месец*. Њихова трајања, укључујући и *шројски месец (T)* у јединицама средњег сунчаног времена износе:

$$T = 27^d, 321\ 5817 = 27^d\ 7^h\ 43^m\ 4^s, 7, \quad (295)$$

$$S = 27, 321\ 6610 = 27\ 7\ 43\ 11, 5, \quad (296)$$

$$D = 27, 212\ 2200 = 27\ 5\ 5\ 35, 8, \quad (297)$$

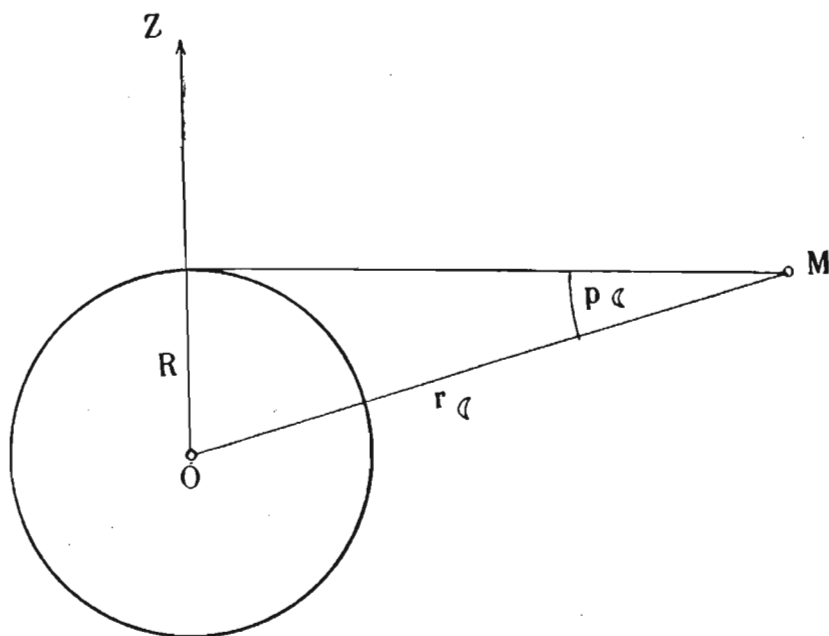
$$A = 27, 554\ 5505 = 27\ 13\ 18\ 33, 1, \quad (298)$$

$$C = 29, 530\ 5882 = 29\ 12\ 44\ 2, 8. \quad (299)$$

И она се помало мењају услед поремећаја.

Синодички месец (C) је у исто време и циклус Месечевих мена или фаза. У мени *младог месеца* налази се он када му је лонгитуда једнака Сунчевој, у мени *пуног месеца* када му се лонгитуда разликује од Сунчеве за  $180^\circ$ , а у *четврћима* када му се лонгитуда разликује од Сунчеве за  $\pm 90^\circ$ .

Најзад, Месечева даљина од Земље  $OM = r_{\zeta}$  (сл. 34) може се израчунати, ако претпоставимо да је Земља лопта, из величине Земљина полупречника  $R$  и угла  $p_{\zeta}$  под којим се са Месеца види Земљин по-



Сл. 34. Месечева хоризонтска паралакса

лупречник када се Месец налази у хоризонту нашег места на Земљи, а који се зове Месечева хоризонтска паралакса. И доиста је из троугла на сл. 34.

$$r_{\zeta} = \frac{R}{\sin p_{\zeta}}. \quad (300)$$

Угао, пак,  $p_{\zeta}$  може се одредити ако се са два довољно удаљена места на Земљи измере у једном тренутку Месечеве координате, како је то објашњено у тачки 1.3.2.2 за тела Сунчева Система. Месечева паралакса дата је у астрономским годишњацима (ефемеридима) за сваки датум или за извесне стандардне датуме и креће се у границама од 53',9 до 61',5.

**1.2.10. Утицаји Месеца и Сунца на вертикалну и хоризонталну компоненту силе Земљине теже.** — На сваку тачку на Земљи делује сила Земљине гравитације, која потиче од привлачења те тачке читавом Земљином масом, и центрифугална сила, која потиче од Земљиног обртног кретања. Резултанта ових сила је вектор чији интензитет представља јачину силе Земљине теже, а правац — правац вертикале у датој тачки. Овај вектор није константан зато што је поље Земљине гравитације непрекидно поремећено, јер се у њему крећу небеска тела од којих нека имају и знатне масе, а друга су веома близу Земљи. У прва спада Сунце, а у друга Месец. Код њих долази до промена како у вертикалној, тако и у хоризонталној компоненти силе Земљине теже, које нису занемарљиве с обзиром на тачност са-

времених инструмената. Промене вертикалне компоненте ове врсте испољавају се у периодичним променама интензитета силе Земљине теже реда величине 0,2 милигала, које се могу мерити прецизним гравиметрима. Промене, пак, хоризонталне компоненте ове врсте испољавају се у периодичним одступањима вертикале с амплитудом до  $0'',02$ .

Како се периодично мења правац вертикале, као нормале на еквипотенцијалним површинама потенцијала Земљине теже, то се очигледно мења и сам облик ових површина периодично у току времена у зависности од Месечева и Сунчева кретања. Зато се периодично мења и облик геоида, као једне од ових еквипотенцијалних површина, те се о геоиду као Земљиним облику може говорити само уколико се он веже за једну одређену епоху.

Како се углом који правац вертикале заклапа са равни Земљина екватора дефинише географска ширина, то се с променом правца вертикале мењају и географске ширине места. Ову врсту њених промена први је недавно открио *Т. Шида* у Јапану. Правцима вертикале и небеске поларне осовине дефинише се раван меридијана једнога места, а углом диедром између његове равни и равни почетног меридијана географска дужина. Отуда промена правца вертикале изазива и мале промене у географској дужини, које нису још практично измерене ни анализирани.

Ход прецизних астрономских часовника с клатнима зависи од тренутне вредности јачине силе Земљине теже, па њена периодична промена уноси и периодичне промене у ходовима ових часовника. Ову су појаву теоријски проанализирали 1939. год. *Браун и Брауер*, а ови се утицаји данас могу и из мерења истаћи ако се на једном прецизном хронографу упоређују часовници с клатнима са кварцним часовницима на које не утиче сила Земљине теже.

Дугопериодични чланови поремећаја силе Земљине теже утичу, како је *Цефрејс* још 1928. год. предвидео, и на промену у брзини Земљина обртања. *В. Марковић* је недавно овај утицај с амплитудом од  $0^s,011$  и експериментално потврдио.

Сем тога, поремећаји силе Земљине теже, као што Небеска механика показује, делују као кочнице за једно веома благо прогресивно успорење Земљина обртања.

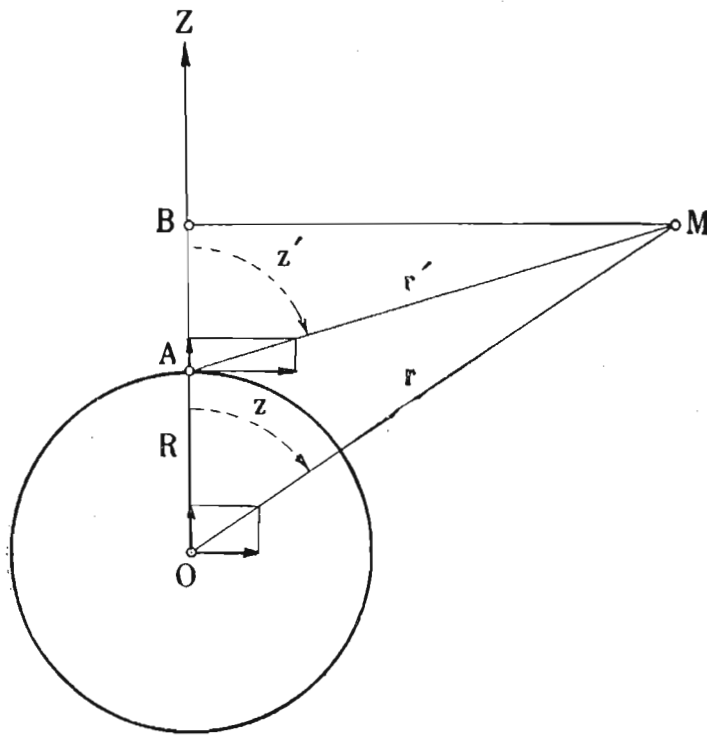
Утицај ових поремећаја на нивелман високе тачности открио је *Нерлунд* хидростатичким нивелманом, а данас постоје већ и аналитички изрази којима се овај утицај може елиминисати.

Најзад, утицај промена у интензитету силе Земљине теже мора се обрачунати и при прецизним гравиметријским радовима.

Гравитационе силе Месеца и Сунца, које изазивају периодичне промене у јачини и правцу силе Земљине теже, доводе до појаве *џлиме и осеке* Земљиних океана и мора, па и до знатно мање *џлиме и осеке* и саме Земљине коре, зато што ова није потпуно чврста, већ еластична и вискозна. Данас постоји читава мрежа станица у свету на којима се прецизним гравиметрима мере ове врсте промена у интензитету силе Земљине теже, а хоризонталним клатнима fine промене

правца вертикале. Њихово мерење, затим хармонијска анализа, од велика су значаја и за испитивање састава и физичког стања Земљине унутрашњости, као и за проучавање низа других појава.

Нас овде интересују изрази за промену вертикалне и хоризонталне компоненте силе Земљине теже, као и ред њихове величине, са гледишта њихових практичних примена у напред побројаним радовима из Геодеске астрономије и Више геодезије, како би се мерења ослободила систематских утицаја ове врсте и дала резултате више тачности.



Сл. 35. Разлика привлачног дејства небеског тела на дату тачку и Земљино тежиште

Усвојмо за нашу сврху довољну претпоставку да је Земља апсолутно чврста и лоптаста. Поред убрзања које привлачна сила једног небеског тела саопштава Земљиним тежишту и услед кога долази до поремећаја у Земљиним кретањима, ова привлачна сила саопштава још и неједнака убрзања различитим тачкама Земљиним у поређењу с убрзањем које саопштава тежишту. Нас интересује овај последњи утицај који представља промену силе Земљине теже у једној тачки и који је једнак разлици између привлачног дејства уоченог небеског тела на дату тачку и на Земљино тежиште.

Небеска механика нас учи да Месец и Сунце, чији је облик веома близак лопти, можемо, када је у питању њихово гравитационо дејство, заменити материјалним тачкама у којима је усредсређена читаву масу  $m$  сваког од њих. Нека на сл. 35.  $M$  представља такву материјалну тачку,  $O$  Земљино тежиште, а  $A$  тачку на Земљи за коју желимо да одредимо промену силе Земљине теже услед дејства Месеца или Сунца  $M$ . Ако раставимо гравитационе силе којим тело  $M$  привлачи тачку  $O$  и  $A$  на компоненте, од којих се прва пружа дуж вертикале, а друга стоји управно на њој, добићемо за вертикалну компоненту поремећаја силе Земљине теже израз

$$\Delta g = -\frac{f m}{r'^2} \cos z' + \frac{f m}{r^2} \cos z, \quad (301)$$

а за хоризонталну израз

$$\Delta h = \frac{f \cdot m}{r'^2} \sin z' - \frac{f m}{r^2} \sin z. \quad (302)$$

Напишемо ли израз (301) за вертикалну компоненту у облику

$$\Delta g = fm \left( \frac{r}{r^3} \cos z - \frac{r'}{r'^3} \cos z' \right) \quad (303)$$

и приметимо ли (в. сл. 35) да је

$$r' \cos z' = r \cos z - R,$$

где је  $R$  полупречник Земље, као и то да се због мајушности угла  $M$  може с довољном тачношћу написати

$$r' = r - R \cos z,$$

добивамо да је

$$\frac{1}{r'^3} = \frac{1}{r^3} \left( r - \frac{R}{r} \cos z \right)^{-3} = \frac{1}{r^3} \left( 1 + 3 \frac{R}{r} \cos z \dots \right),$$

па израз (303) добива облик

$$\Delta g = \frac{fmR}{r^3} \left( 1 - 3 \cos^2 z + 3 \frac{R}{r} \cos z \dots \right). \quad (304)$$

Из претходног параграфа знамо да се даљина  $r$  небеског тела може изразити његовом екваторском хоризонтском паралаксом  $p$  на следећи начин:

$$r = \frac{R}{\sin p}.$$

Исто тако из параграфа 1.3.8 знамо да је за тачку на Земљиној површини

$$g = \frac{f \cdot M}{R^2},$$

где је  $M$  Земљина маса, а  $R$  њен полупречник. Зато израз (304) за вертикалну компоненту добива облик

$$\Delta g = g \cdot \frac{m}{M} \sin^3 p (1 - 3 \cos^2 z + 3 \sin p \cos z \dots) \quad (305)$$

или, с обзиром на занемарљиву вредност последњег члана, следећи прост и довољно тачан облик

$$\Delta g = g \cdot \frac{m}{M} \sin^3 p (1 - 3 \cos^2 z). \quad (306)$$

Из њега се види да сила теже трпи највеће смањење кад се небеско тело налази у зениту, смањење од  $2 \frac{m}{M} \sin^2 p$  пута, а највеће повећање када се небеско тело налази у надиру, повећање од  $2 \frac{m}{M} \sin^2 p$



пута. Када се небеско тело налази у хоризонту сила теже се повећава  $\frac{m}{M} \sin^3 \rho$  пута.

Конкретно, за Месец, чија је маса  $m_{\text{C}} = M/81,56$ , а средња вредност екваторске хоризонтске паралаксе  $\rho_{\text{C}} = 57' 2'', 7$ , максимални износ поремећаја вертикалне компоненте Земљине теже износи

$$2 \frac{m_{\text{C}}}{M} \sin^3 \rho_{\text{C}} = \frac{1}{8\,925\,000}. \quad (307)$$

За Сунце, чија је маса  $m_{\text{O}} = 333\,510$ , а  $\rho_{\text{O}} = 8'', 80$ , тај износ је

$$2 \frac{m_{\text{O}}}{M} \sin^3 \rho_{\text{O}} = \frac{1}{19\,310\,000}. \quad (308)$$

Поремећаји који долазе од планета немерљиво су мали.

Код редовних мерења силе теже, чија је релативна тачност  $10^{-6} g$ , према томе, о овом утицају не треба водити рачуна, али при мерењима високе тачности ( $10^{-7} g$ ) о њему се мора водити рачуна.

На сличан се начин може доћи и до коначног израза за хоризонталну компоненту, ако се она најпре напише у облику

$$\Delta h = fm \left( \frac{r'}{r'^3} \sin z' - \frac{r}{r^3} \sin z \right). \quad (309)$$

Са сл. 35. је очигледно

$$r \sin z = r' \sin z',$$

па се зато горњи израз може упростити на овај начин:

$$\Delta h = fm r \sin z \left( \frac{1}{r'^3} - \frac{1}{r^3} \right) = \frac{fm}{r^2} \sin z \left( 1 + 3 \frac{R}{r} \cos z - 1 \right) = 3 \frac{fm}{r^3} R \sin z \cos z,$$

тј.

$$\Delta h = \frac{3g}{2} \cdot \frac{m}{M} \sin^3 \rho \sin 2z. \quad (310)$$

Ако израз поделимо са  $g$ , добићемо угао  $\chi$ —одступања вертикале у правцу тела које изазива поремећај:

$$\chi'' \sin 1'' = \frac{3}{2} \frac{m}{M} \sin^3 \rho \sin 2z. \quad (311)$$

Максималан износ вертикалско одступање достиже када се небеско тело налази на зенитним даљинама  $z = 45^\circ$  и  $z = 135^\circ$ , тај износ је

$$\chi_{\text{max}} = \pm \frac{3}{2} \frac{m}{M} \frac{\sin^3 \rho}{\sin 1''}. \quad (312)$$

За Месец он износи  $\pm 0'',017$ , а за Сунце  $\pm 0'',008$ . Њихов здружени највећи утицај је  $\pm 0'',02$ , дакле врло мали. Но при свем том он се у извесним случајевима амплификује и долази до осетног утицаја код неких појава. Тако на пример ово одступање повлачи за собом исти толики нагиб нивоских површина, па дакле и океанских. Међутим на дужини од 6000 km овај нагиб изазива разлику у нивоима од 60 cm, што је сасвим довољно да изазове океанску плиму, што приближно одговара и мерењима. У мањим и нарочито у затвореним морима јасно је сада зашто долази до знатно мањих плима. Код ове појаве још има знатног утицаја и конфигурација и састав терена.

Мерене, пак, океанске плиме достижу само  $2/3$  теоријских. Ово је објашњено тиме што Земља није чврсто тело, као што смо претпоставили, већ еластично и вискозно. И сама њена кора трпи плиме и осеке, но које достижу само  $1/3$  теоријских вредности изведених за водени омотач. Отуда и горње свођење океанских плима на  $2/3$  теоријских вредности. Појаве плиме и осеке Земљине коре данас се са успехом мере, као што смо већ поменули, хоризонталним клатнима.

Околност да Земљина кора није апсолутно чврста мења незнатно и износ вертикалне компоненте поремећаја силе Земљине теже, јер деформација коре изазива с једне стране промену потенцијалне функције силе теже, а с друге стране подиже и тачку мерења с једне нивоске површине на другу.

И сам плимски талас уноси промену у распореду Земљиних маса од које долазе поремећаји другог реда у обема компонентама силе теже, који може бити и осетан за вертикалну компоненту на обалама, а на хоризонталну нешто дубље на континенту. Зато су мерења вертикалских одступања поуздана само у местима довољно удаљеним од океанских и морских простора.

Из израза (306) и (310), одн. (311) могу се за праксу израчунати поремећаји у вертикалној и хоризонталној компоненти силе Земљине теже. Узећемо као пример поремећаје који долазе од Месеца. За дати тренутак месног звезданог времена  $s$ , који ваља претворити у средње-европско време  $t_1$ , односно светско време  $t_0$ , интерполују се из астрономских ефемерида (в. параграф 1.4.4) Месечеве координате  $\alpha_{\zeta}$  и  $\delta_{\zeta}$  и израчуна  $z_{\zeta}$  за дати тренутак. Из истих ефемерида узима се и  $p_{\zeta}$ . Постоје и разноврсне срачунате таблице за ове утицаје, од којих ћемо поменути на крају књиге једне таблице домаћег издања.

**Пример 46.** — Наћи утицај Месеца на вертикалну и хоризонталну компоненту Земљине теже у Београду, на тачки Астрономска опсерваторија ( $\varphi = +44^{\circ} 48' 10''$ ,  $\lambda = -1^{\text{h}} 22^{\text{m}} 3^{\text{s}},20$ ), 24. децембра 1961. г. у  $1^{\text{h}} 14^{\text{m}} 4^{\text{s}},40$  средње-европског времена.

$\alpha_{\zeta}$  и  $\delta_{\zeta}$  дате су за сваки час у *Астрономическом јежегодњику* за 1961. г., стр. 145. Интерполоване за дати тренутак с другим разликама оне износе:

$$\alpha_{\zeta} \quad 7^{\text{h}} 45^{\text{m}} 17^{\text{s}},094, \quad \delta_{\zeta} \quad +19^{\circ} 6' 24'',73.$$

Тражене утицаје рачунаћемо машином, према изразима (306), (310) и (311). Зато још треба наћи  $p_{\zeta}$  и  $z_{\zeta}$  у датом тренутку, који треба претворити у месно звездано време  $s$ .

$\rho_{\odot}$  добивамо интерполацијом за дати тренутак из таблица на стр. 55 истог годишњака

$$\rho_{\odot} = 55' 7''{,}8.$$

Ако дато средње-европско време претворимо у месно звездано, као у примеру 39 или 41, добивамо

$$s = 7^h 45^m 17^s{,}11.$$

Из  $s$  и  $\alpha$  тада добивамо  $t = 0^h 0^m 0^s{,}02$ , што значи да је у датом тренутку Месец практично у меридијану дате станице. Зато  $z_{\odot}$  нећемо рачунати по косинусној теорему, већ по простом обрасцу  $z_{\odot} = \varphi - \delta_{\odot}$ . Тако добивамо у датом тренутку

$$\begin{array}{r} \varphi \quad 44^{\circ} 48' 10'' \\ - \delta_{\odot} \quad -19 \quad 6 \quad 25 \\ \hline z_{\odot} \quad 25^{\circ} 41' 45'' \end{array}$$

После тога тражене утицаје добивамо непосредном применом израза (306), (310) и (311), као што следи:

$\frac{g}{M}$	980 574,04 mgl	$\cos z_{\odot}$	0,90 101
$\frac{m_{\odot}}{M}$	$\frac{1}{81,45} = 0,001 227 747$	$\cos^3 z_{\odot}$	0,73 145
$\frac{g \cdot m_{\odot}}{M}$	12 038,96 836	$3 \cos^3 z_{\odot}$	2,19 436
$\frac{g \cdot m_{\odot}}{M} \sin^3 \rho$	0,04 960	$1 - 3 \cos^3 z_{\odot}$	-1,19 436
$\Delta g$	0,059 mgl	$\sin 2 z_{\odot}$	0,78 142
$\frac{3}{2} g \cdot \frac{m_{\odot}}{M}$	18 058,45 254	$\sin \rho_{\odot}$	0,01 603
$\frac{3}{2} g \frac{m_{\odot}}{M} \sin^3 \rho$	0,07 440	$\sin^3 \rho_{\odot}$	0,000 004 12
$\Delta h$	0,058 mgl		
$\frac{1}{g \sin 1''}$	0,21 035		
$x''$	0'',012		

Добивени утицаји у складу су с напред изнетом дискусијом употребљених израза и с вредностима које се добивају непосредним интерполовањем из таблица за луни-соларни утицај на компоненте Земљине теже.

Ниже су дате такве таблице у веома скраћеном облику. Прва даје поправке за утицај Сунца, а друга за утицај Месеца на силу Земљине теже. Поправке су изражене у хиљадитим деловима милигала

Таблица 6

$\delta$ $t$	$\circ$ +0	$\circ$ +4	$\circ$ +8	$\circ$ +12	$\circ$ +16	$\circ$ +20	$\circ$ +23,5	$\delta$ $t$
$\circ$ 0	+16	+22	+28	+34	+40	+45	+49	$\circ$ 180
10	+14	+20	+27	+33	+38	+43	+47	170
20	+10	+16	+22	+28	+33	+38	+42	160
30	+4	+10	+15	+21	+26	+31	+34	150
40	-4	+1	+6	+12	+17	+21	+25	140
50	-12	-7	-3	+2	+6	+10	+15	130
60	-19	-16	-12	-8	-4	0	+3	120
70	-25	-23	-20	-17	-14	-10	-8	110
80	-29	-28	-26	-24	-22	-19	-16	100
90	-31	-30	-30	-29	-27	-25	-23	90
100	-29	-30	-30	-31	-30	-29	-28	80
110	-25	-27	-29	-30	-30	-30	-30	70
120	-19	-22	-25	-27	-28	-29	-30	60
130	-11	-15	-19	-22	-25	-27	-29	50
140	-4	-8	-13	-17	-20	-24	-28	40
150	+4	-2	-7	-12	-16	-20	-24	30
160	+10	+4	-2	-7	-12	-17	-22	20
170	+14	+8	+2	-4	-10	-15	-19	10
180	+16	+9	+3	-3	-9	-14	-18	0
$t$ $\delta$	$\circ$ -0	$\circ$ -4	$\circ$ -8	$\circ$ -12	$\circ$ -16	$\circ$ -20	$\circ$ -23,5	$t$ $\delta$

Таблица 6

$\delta$ $t$	$\circ$ +0	$\circ$ +4	$\circ$ +8	$\circ$ +12	$\circ$ +16	$\circ$ +20	$\circ$ +24	$\circ$ +28	$\delta$ $t$
$\circ$ 0	+32	+45	+59	+71	+83	+94	+104	+113	$\circ$ 180
10	+29	+42	+55	+68	+80	+90	+100	+109	170
20	+20	+33	+45	+57	+69	+80	+90	+98	160
30	+ 7	+19	+31	+42	+54	+64	+73	+82	150
40	- 9	+ 1	+12	+23	+34	+44	+53	+61	140
50	-26	-17	- 8	+ 2	+11	+21	+30	+38	130
60	-42	-35	-27	-19	-11	- 3	+ 6	+14	120
70	-55	-50	-44	-38	-32	-24	-17	- 9	110
80	-63	-60	-57	-53	-48	-42	-36	-29	100
90	-66	-66	-64	-62	-59	-55	-51	-45	90
100	-63	-65	-66	-66	-65	-64	-61	-55	80
110	-53	-59	-61	-64	-66	-66	-65	-63	70
120	-40	-47	-52	-57	-62	-64	-66	-66	60
130	-24	-32	-40	-47	-53	-59	-62	-65	50
140	- 6	-17	-26	-36	-44	-51	-56	-61	40
150	+11	- 1	-13	-24	-34	-43	-50	-56	30
160	+24	+11	- 2	-14	-25	-35	-44	-52	20
170	+33	+19	+ 6	- 7	-20	-31	-41	-49	10
180	+36	+22	+ 9	- 5	-18	-29	-39	-48	0
$t$ $\delta$	-C	$\circ$ -4	$\circ$ -8	$\circ$ -12	$\circ$ -16	$\circ$ -20	$\circ$ -24	$\circ$ -28	$t$ $\delta$

са знацима с којима их треба алгебарски додати мереним вредностима. Таблице су дате, примера ради, за географску ширину Београда ( $\varphi = +44^{\circ}, 48', 2$ ) и могу се користити без осетне грешке у опсегу од 80—100 km северно и јужно од ове географске ширине. Таблице имају два улаза: деклинацију  $\delta$  и часовни угао  $t$ . С негативним деклинацијама Сунца, одн. Месеца, треба улазити у њих с десне стране а часовне углове у том случају читати оздо.

**1.2.11. Неравномерности Земљина обртања.** — Физичари су већ одавно настојали да израде диспозитиве који ће својом великом постојаношћу омогућити мерење времена и фреквенције с високом тачношћу, па су данас са кварцним часовницима високе тачности и нарочито с молекулским и атомским часовницима (амонијачним и цезијумским) у томе потпуно и успели. Но ипак се никад није одустајало од тога да се једна периодична астрономска појава, која се понавља у строго једнаким временским размацама, користи као временски еталон из разлога што једино она може загарантовати *непрекидност* у веома дугим временским размацама и тако омогућити свођење свих догађаја на исту временску скалу или јединствен координатни систем. Тако је још у Старом веку Земља са својим равномерним обртањем изабрана за „небески часовник“, а звездани дан, одн. звездана секунда и касније средњи сунчани дан, одн. средња секунда за основну временску јединицу.

Земљино обртање сматрао је *Птолемеј* униформним, па ову претпоставку уноси и *Коперник* у свој хелиоцентрични систем света. Она произилази несумњиво из претпоставке о чврстој Земљи непроменљива облика, која се задржала све до XIX века у астрономским теоријама, па је зато Земљино обртање још дуго сматрано равномерним. Још је *Кеплер* међутим исказивао сумњу у ову равномерност, а *Њуџн* је у *Принципијима* (1687.) писао: „Вероватно да не постоји ни једно сасвим равномерно кретање којим би се време могло мерити с високом тачношћу“. *Канџ* је 1754. сматрао да плимом издигнути делови океана и мора, који се померају по Земљиној површини у току њена обртања, морају изазивати трење, чији је ред величине довољан да помало али непрекидно успорава Земљино обртање. *Лаланд* је 1771. у својој *Астрономији* писао: „... претпоставља се да је Земљино обртање нужно равномерно, јер још није нађена ниједна појава која може унети неравномерности... Међутим, неравномерности Земљина обртања могу достићи и 2—3<sup>s</sup> годишње а да их ми нисмо у стању да измеримо“. Затим наводи механичке и геофизичке узроке који би могли уносити неравномерности у Земљино обртање и тако изазивати мале промене у дужини дана. Сличне су примедбе стављали касније *Ферел* и *Длоне*, но све до краја XIX в. признавана је једино прецесија у ректасцензији као узрок промене у дужини звезданог дана. Откриће појаве померања Земљиних полова (1888.) (в. параграф 1.3.8.) и појаве плиме и осеке Земљине коре (1902.—05.) (в. параграф 1.2.10.) утицале су да се већ крајем XIX в. озбиљно посумња да је Земља чврста и непроменљива облика, па је ово допринело да се већ тада помисли и на могућност Земљина неравномерна обртања.

Данас познајемо три врсте неравномерности у брзини Земљина обртања:

1° Прогресивно или секуларно успорење.

2° Неправилне флукуације.

3° Периодичне, сезонске промене.

1° *Прогресивно или секуларно успорење* Још је Халеј 1695., дискутујући посматрања Сунчевих помрачења сакупљена чак од Старог века, нашао да постоји извесно секуларно убрзање у Месечеву кретању око Земље. Оно је средином XVIII в. несумњиво потврђено. Месечеве лонгитуде одређене из посматрања и рачунате теоријски нису се слагале. Оне се могу написати у облику збира три прогресивна и једног периодичног члана:

$$\lambda_c = \lambda_0 + n t_0 + n' t_0^2 + P(t_0). \quad (313)$$

Коефицијент  $n'$  представља секуларно убрзање средњег Месечевог кретања које је открио још Лайлас и објаснио променом ексцентричности Земљине путање услед поремећаја. За њ је нашао Браун износ  $n'_c = + 7''$  1. Посматрања су међутим давала знатно већи износ  $n'_o = + 11'',9$ . Десишер је разлику раставио на три компоненте:

$$n'_o - n'_c = + 8'',4 + 0'',7 - 4'',3, \quad (314)$$

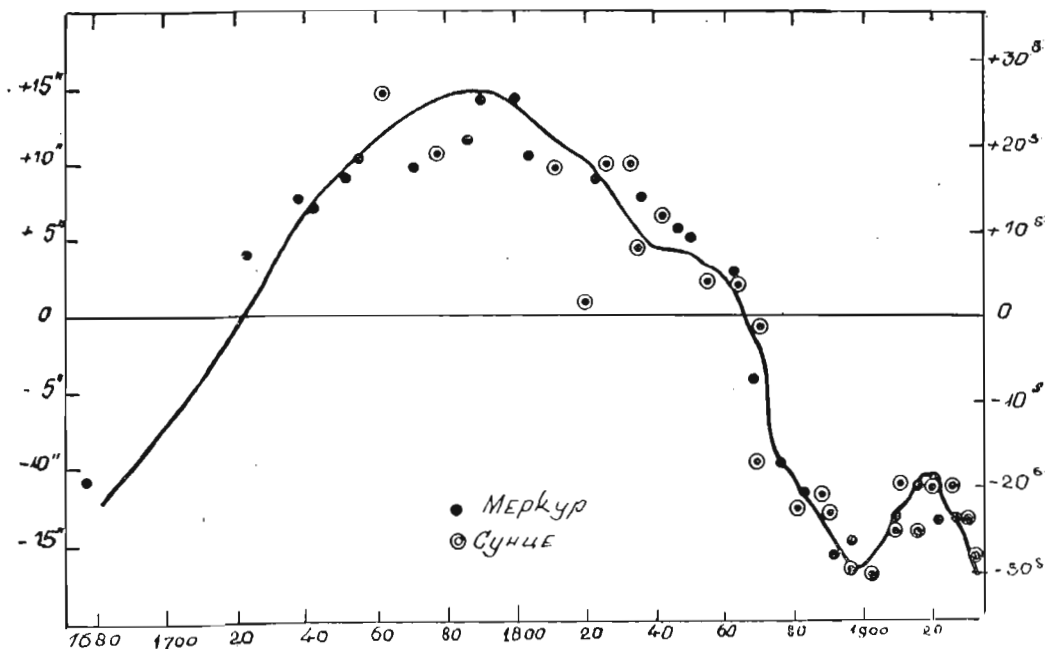
од којих су прве две привидне а трећа права. Прва је привидно убрзање које је последица секуларног успорења Земљина обртања изазваног трећем издигнутих делова Земљиног воденог омотача Месечевом плимом о подлогу. Друга је последица секуларног успорења Земљина обртања насталог од трења које изазива на Земљи Сунчева плима. Трећа је право успорење Месечева кретања изазвано привлачењем Месеца Земљиним плимским испупчењима. Од Њукомба на овамо многи небески механичари радили су затим на утврђивању односне разлике и код осталих небеских тела Сунчева Система.

1939. Сјенсер Цонс је открио привидно убрзање средњег дневног кретања и код Сунца (тј. код Земље) и код Меркура и код Венере, и то пропорционално њиховим средњим кретањима или обрнуто пропорционално њиховим даљинама од Земље. Како се код свих небеских тела на исти начин јавља секуларно убрзање средњег кретања, то се оно сматра привидним и само последицом правог секуларног успорења Земљина обртања. Цефрејсовим рачунима потврђено је да је енергија плимског трења реда величине који може изазвати нађено секуларно успорење Земљина обртања.

Како је ово успорење сразмерно квадрату времена, оно нагло расте у току векова, тако да изазива у Земљиним обртању за један век закашњење од  $16^s,58$ , за 2 века  $1^m 6^s$ , за 20 векова  $1^h 50^m$ , а за 72 века цео један средњи дан. Иако велики, овај се утицај због своје правилности да лако унапред доста тачно обрачунати.

Данас се сматра да секуларно успорење Земљина обртања не долази само од плимског трења, но да је оно сложене природе и да се у њему суперпонују утицаји више геофизичких појава, као што су: интерференција водене и ваздушне плиме, смањење Земљина пречника услед скупљања Земље, промене нивоа мора, нарочито плитких, уских и затворених итд. (В. Томсон, Холмберг, Паријски Мајерман, Јуриј, Цефрејс).

2° *Неправилне флукуације.* Кад је уклонио секуларни члан, па поново упоредио рачунате и из посматрања одређене средње Месечеве лонгитуде, Њукомб је 1878. открио да остају и даље одступања неправилног облика и знатне амплитуде, која су названа флукуацијама. Низ аутора (Браун, Кауел, Кромлин, Дајсон, Сјенсер Џонс), радио је затим на томе да слична одступања и на сличан начин открије и у Сунчеву (Земљину), Меркурову и Венерину кретању, па су она и нађена, опет сразмерна њиховим средњим дневним кретањима.



Сл. 36. Флукуације у средњој Месечевој лонгитуди

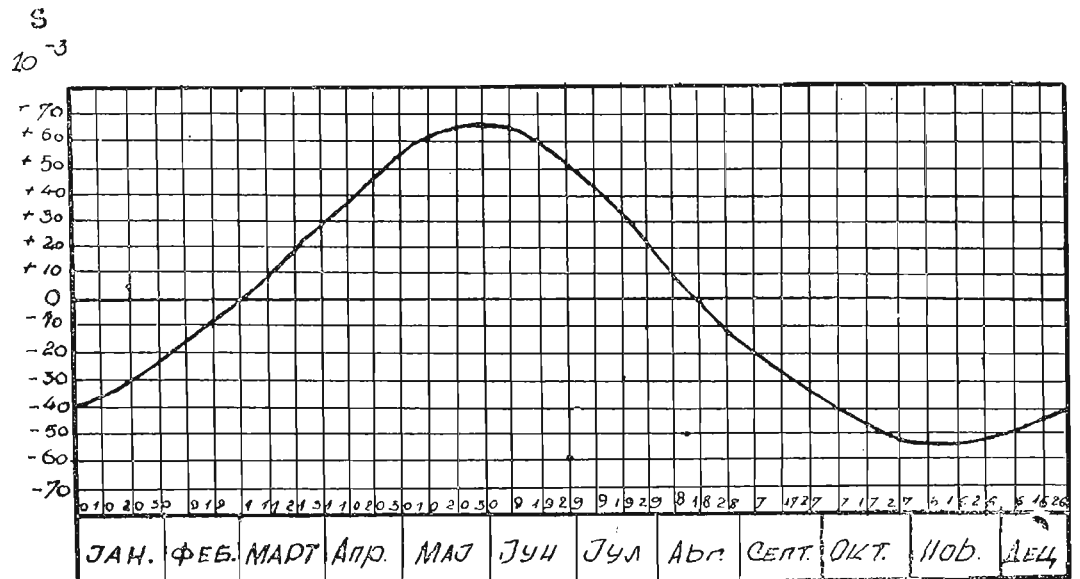
Крива на сл. 36. приказује облик неправилних флукуација у Месечевој средњој лонгитуди по Сјенсеру Џонсу од 1677.—1939. г., кружићима су приказане флукуације у Сунчевој (Земљиној), а тачкама у Меркуровој средњој лонгитуди. Лествица с леве стране даје њихов износ у угловним секундама, а она с десне неравномерности Земљина обртања изазване овим флукуацијама или стања Земље као „небеског часовника“ у временским секундама.

Зато што се на односан начин испољавају и на другим небеским телима а не само на Месецу, флукуације у средњим лонгитудама њиховим морају бити привидне, а заједнички њихов узрок треба тражити у неправилним променама у брзини Земљина обртања. Ове промене морају долазити од физичких промена у самој Земљиној унутрашњости. Њихов механизам још није потпуно разјашњен.



Усвајајући Браунову идеју Н. Сшојко сматра да постоји изнад сеизмичке зоне у Земљиној унутрашњости један танак слој материје у критичном стању. И слабије промене услова у Земљиној унутрашњости могле би довести до промене запремине овог слоја, а у вези с тим и до промене Земљиних момената инерције које би могле доводити до измерених флукуација у брзини њена обртања. Рачуни Паријског иду у прилог овој претпоставци. Други аутори траже узроке у геомагнетским појавама.

3<sup>о</sup> Периодичне, сезонске промене. Астроном Париске опсерваторије Н. Сшојко 1937. изучављујући ходове часовника с клатнима високе тачности Париске и Вашингтонске опсерваторије и кварцних часовника Физичко-техничког института у Берлину у размаку од 1934.—37. г. истакао је да је један годишњи талас заједнички за све њих. Због ове последње чињенице сумње није могло бити да је колебање часовничких ходова само привидно и да долази од правог сезонског колебања самог „небеског часовника“, тј. од промена у брзини Земљина обртања с годишњом периодом. Том приликом истакнут је и један полугодишњи талас с нешто мањом амплитудом. Скоро истовремено



Сл. 37. Сезонске промене у трајању Земљина обртања

потврдили су ово откриће Шајбе и Аделсбергер, а нешто касније и Уинк и Беме у Берлину. Ове резултате проверили су на материјалу од 1945.—47. Н. Сшојко и на материјалу од 1943.—49. Финч у Енглеској. У данашње време ходови амонијачних и цезијумских часовника недвосмислено показују ова привидна годишња колебања и тако јасно потврђују сезонске промене у Земљиним обртању.

На сл. 37. приказане су резултујуће сезонске промене Земљина обртања из три периода: 1934.—37. 1946.—47. и 1955.—57., све по рачунима Н. Сшојка. Из године у годину ови таласи се веома мало мењају, па је могуће сезонске промене екстраполовати с ви-

соком тачношћу. Израз за ово екстраполовање за 1956. г., по *Н. Сшојку* је

$$\Delta_s t = +0^s,022 \sin 2\pi t - 0^s,017 \cos 2\pi t - 0^s,007 \sin 4\pi t + 0^s,006 \cos 4\pi t, \quad (315)$$

где је  $t$  изражено у деловима године. Одатле се види да Земља закашњава у мају  $+0^s,0352$  у односу на њену средњу идеалну ротацију, а да жури према њој за  $-0^s,0281$  у октобру.

Узроке овим променама *Кокс*, *Дунген* и *Мигем* тражили су у променама ваздушног притиска и дејству опште циркулације атмосфере, док су *Паријски* и *Берљанд* испитивали утицаје 13 метеоролошких појава с годишњом периодом. Када је *Билимовић* испитао утицаје сезонског кретања водених и ледених токова, постало је јасно да узрок годишњем члану треба тражити у годишњој промени реда ваздушних и водених маса на Земљиној површини које изазивају промену Земљиног момента инерције у толикој мери да могу доводити до промена у интензитету Земљине угаоне брзине, чији ред величине достиже онај који је утврдио из посматрања *Н. Сшојко*. Полугодишњи члан *Н. Сшојко* је објаснио луни-соларним привлачењем Земље. Ближа испитивања ових појава још се врше.

**1.2.12. Ефемеридско време, његове јединице и његово одређивање.** — Средином овог века неравномерност Земљина обртања била је коначно доказана, па се није могло више задржати светско време, дефинисано Земљиним обртањем, са средњим даном и средњом секундом као временским еталоном, јер је овакав еталон изгубио основно својство које се од њега тражи — *непроменљивост*. С друге стране, са усавршењем технике инструмената почела се захтевати тачност у одређивању времена према којој се неравномерности Земљина обртања које уносе систематске промене у средњу секунду нису могле занемарити. Зато је Међународна конференција за фундаменталне астрономске константе, одржане у Паризу 1950. год. била већ предложила да се појава Земљина обртања замени појавом Земљина обилажења око Сунца, као много постојанијом, при избору нове временске јединице. После претреса овог питања на конгресима Међународне астрономске уније у Риму 1952., Даблину 1955. и Москви 1958, као и на конференцијама Међународног комитета за тегове и мере 1954., 1956, и 1957. год. одлучено је да се време Земљина обилажења око Сунца, које се практично слаже са временом које фигурише као независно променљива у једначинама кретања небеских тела узме у будуће за званично време и назове *ефемеридско време*, а да се његове јединице изведу из тропске године као временског размака у коме средња лонгитуда Сунца прирасте за  $360^\circ$ .

Из *Њукомбовог* израза за средњу лонгитуду Сунца

$$\lambda_\odot = 279^\circ 41' 48'',04 + 129\,602\,768'',13 T + 1'',089 T^2, \quad (316)$$

где је  $T$  време у јулијанским вековима, (од по 36 525 средњих дана), добива се за дужину тропске године израз

$$365^d,242\,198\,781\,17 - 0^d,000\,006\,138 T \quad (317)$$

где је  $T=0$  у 12<sup>h</sup> светског времена 0. јануара 1900. године. И њена вредност је, дакле, променљива, изко неосетно и равномерно. Зато се морала утврдити епоха за коју се узима тропска година као временски еталон. Тако је коначно усвојена као *полазна јединица за мерење ефемирдског времена шројска година за епоху 12<sup>h</sup> ефемирдског времена 0. јануара 1900. године*. Мања јединица за ефемеридско време је *ефемеридски дан* или 365, 242 198 78 — ми део горње тропске године. Још мања јединица *ефемеридска секунда* као 86 400 — ти део ефемеридског дана или 31 556 925, 974 7 — ми део горње тропске године. Ово је нова дефиниција секунде званичног времена у чијој се функцији од 1960. год. дају координате небеских тела у ефемеридима.

Приметимо ли, међутим, да се при посматрањима Сунца служимо светским (у суштини средњим) временом, остаје јасно да ће се у току времена појављивати све већа одступања  $\Delta\lambda_{\odot}$  између Сунчевих средњих лонгитуда изведених из посматрања и рачунатих теоријски по *Њукомбовом* изразу (316), због променљивости јединице којом смо мерили време. Из ових се одступања зато најлакше и одређује ефемеридско време  $t_E$ , тј. поправка  $\Delta t$  коју треба додати на светско време  $t_0$  у једном тренутку, па да се добије ефемеридско време за исти тренутак:

$$t_E = t_0 + \Delta t. \quad (318)$$

Анализом неравномерности Земљина обртања *Сјенсер Цонс* је нашао аналитички израз за горња одступања:

$$\Delta\lambda_{\odot} = +1'',00 + 2'',97 T + 1'',23 T^2 + 0,074 804 B'', \quad (319)$$

где је  $T$  време у јулијанским вековима рачунато од епохе новог временског еталона, а  $B$  неправилне флукуације у Месечевој средњој лонгитуди.  $B$  се може наћи из аналогног израза који важи за Месечево кретање:

$$B = \Delta\lambda_{\zeta} + 4'',65 - 12'',96 T - 5'',22 T^2, \quad (320)$$

где  $T$  има исто значење као и у изразу (319), а  $\Delta\lambda_{\zeta}$  представља разлику између средње Месечеве лонгитуде изведене из посматрања и изведене теоријски одн. из *Браунових шаблица*, ослобођене емпиријске поправке коју је у своје време увео *Браун* да би ускладио посматрање Месечево са теоријом не познајући још суштину овог одступања.

Што се тиче Месечеве лонгитуде добивене из посматрања, она се изводи из његових екваторских координата које се добијају мерењем на три начина:

1<sup>o</sup> Из посматраних тренутака окултација или покривања и откривања звезда Месецем,

2° Из мерења великим меридијанским кругом (в. параграф 1.4.1).  
или

3° Из Месечевих правоуглих координата са фото-плоче снимљене *Марковићево*м двојокрећном Месечевом комором. На овој плочи положај Месеца везује се за положаје околних звезда чије су кординате познате.

Питање је скоре будућности да се започне брже, непосредније и тачније одређивање поправке  $\Delta t$  из посматраних и рачунатих положаја вештачких сателита.

Кад је  $\Delta\lambda_{\odot}$  нађено преко израза (320) и (319), тражена поправка  $\Delta t$  налази се на следећи начин. Сунце за 1 тропску годину од 31 556 926 средњих секунда пређе по еклиптици лук од  $359^{\circ} 59' 10''$  или лук од  $1''$  Сунце пређе за 24,349 средњих секунда. То значи, кад се поправка средње лонгитуде Сунца  $\Delta\lambda_{\odot}$  измени за  $1''$ , да ће се поправка светског (у суштини средњег) времена  $\Delta t$  изменити за  $24^s, 349$ . Отуда се може написати

$$\frac{\Delta\lambda_{\odot}}{1'',00} = \frac{\Delta t^s}{24^s,349},$$

или

$$\Delta t^s = 24^s,349 \Delta\lambda_{\odot}. \quad (321)$$

Ставимо ли место  $\Delta\lambda_{\odot}$  израз (319) у коме су сада све саме познате величине, добићемо за тражену поправку  $\Delta t$  израз

$$\Delta t^s = 24^s,349 + 72^s,3165 T + 29^s,949 T^2 + 1^s,821 B. \quad (322)$$

Данас се ова поправка добива са закашњењем од године и више дана и публикује у часопису *Astronomical Journal*.

Пада у очи да поправка (322) за свођење светског (одн. средњег) на ефемеридско време садржи само два утицаја: прогресивну или секуларну неравномерност Земљина обртања и неправилну флукуацију, па се може написати у виду збира две поправке

$$\Delta t^s = \Delta_1 t + \Delta_2 t. \quad (323)$$

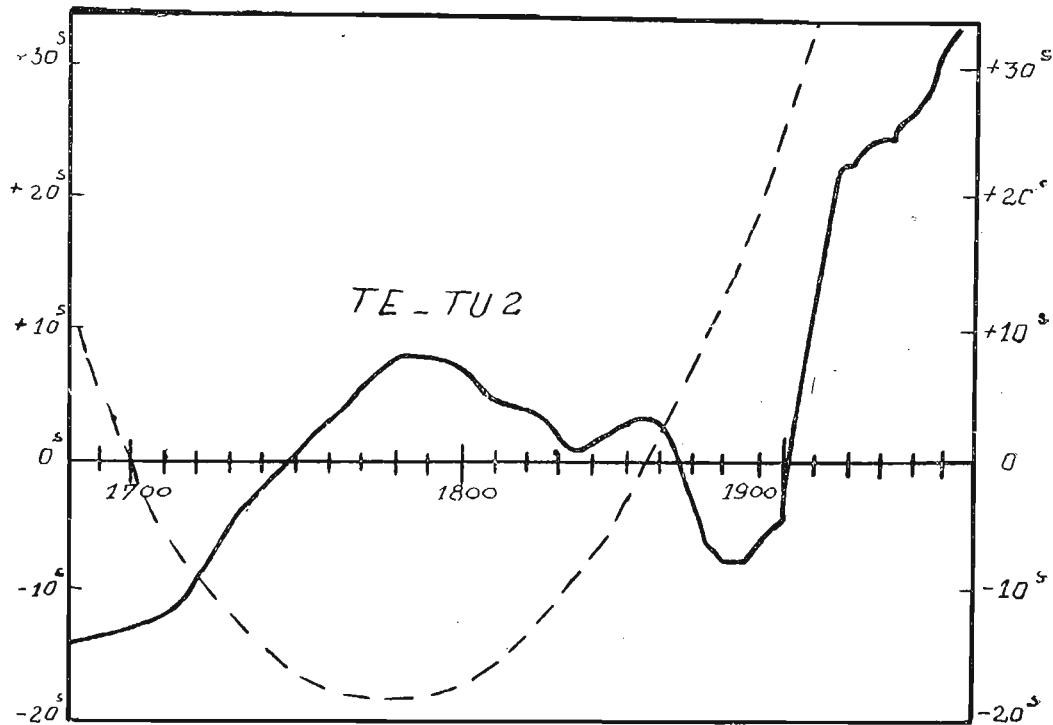
Трећа компонента  $\Delta_3 t$ , која долази од сезонских промена брзине Земљина обртања изостављена је, пошто је толико "правилна и тако се мало мења из године у годину, да се у међународној астрономској пракси даје с високом тачношћу на годину дана унапред (в. параграф 1.3.8.2).

У доњој табlici дате су по *Сџенсеру Цонсу* флукуације средње Месечеве лонгитуде  $B$ , поправке  $\Delta t$  за свођење светског на ефемеридско време од 1680.—1955. и разлике  $\Delta P$  у дужини средњег дана од 1770.—1955.

Таблица 7

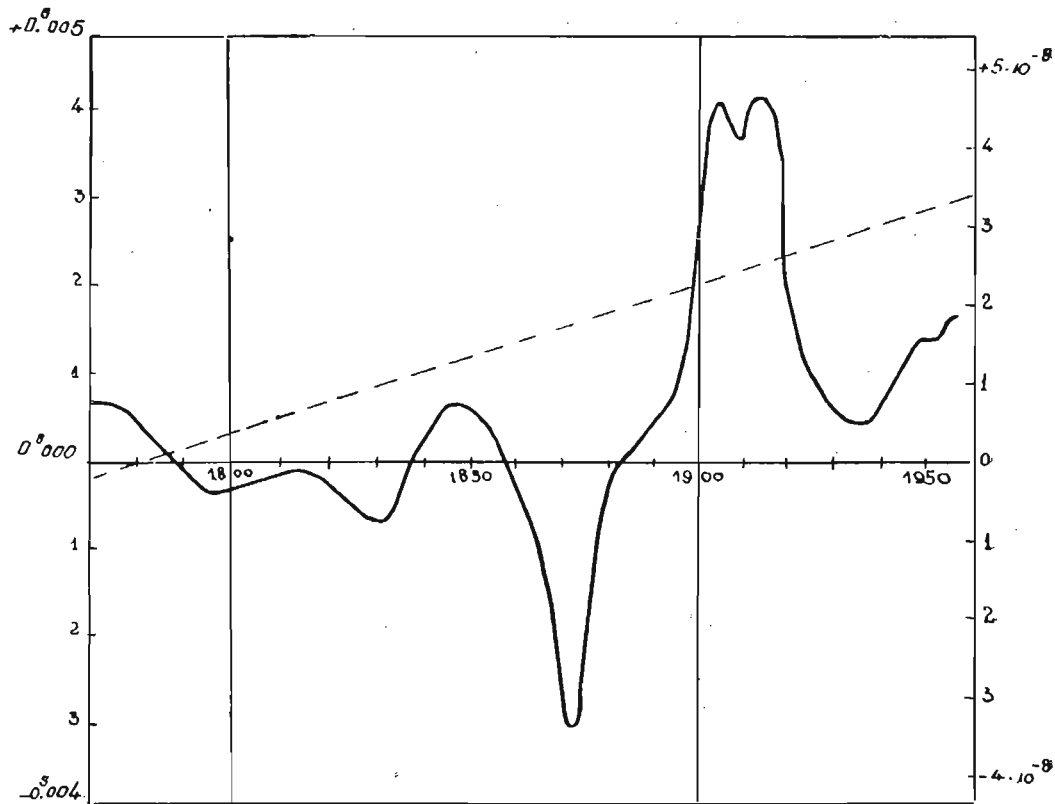
Год.	B	$\Delta t$	$\Delta P$	Год.	B	$\Delta t$	$\Delta P$	Год.	B	$\Delta t$	$\Delta P$
1681,0	-12,72	-13,6	$ms$	1857,5	+2,40	+3,4	$ms$	1924,5	-11,82	+22,34	$ms$
1710,0	-3,92	-12,1		62,5	+0,91	+3,1	-0,8	26,5	-12,11	+23,55	+0,5
27,0	+2,15	-7,2		67,5	-1,57	+1,2	-2,4	28,5	-12,90	+23,89	+0,4
37,0	+5,97	-3,1		72,5	-6,38	-4,9	-2,3	30,5	-13,83	+24,00	+0,3
47,0	+8,49	-0,7		77,5	-9,38	-7,5	-0,7	32,5	-14,81	+24,04	+0,3
55,0	+10,34	+1,3		82,5	-11,31	-8,0	-0,3	34,5	-15,98	+23,75	+0,4
71,0	+13,54	+5,6	+0,6	87,5	-13,05	-8,0	+0,3	36,5	-16,48	+24,72	+0,4
85,0	+14,84	+7,8	+0,1	91,5	-14,34	-7,7	+0,4	38,5	-17,51	+24,63	+0,5
92,0	+14,53	+7,7	-0,3	94,5	-15,23	-7,3	+0,6	40,5	-18,48	+24,89	+0,6
1801,5	+13,09	+6,0	-0,4	97,5	-15,99	-6,6	+1,5	42,5	-19,08	+25,75	+1,0
09,5	+11,80	+4,9	-0,3	1900,5	-15,87	-4,2	+3,5	44,5	-19,53	+26,89	+1,4
13,0	+11,28	+4,7	-0,3	03,5	-14,50	+0,5	+4,1	46,5	-20,22	+27,62	+1,5
21,8	+10,02	+4,4	-0,4	06,5	-13,43	+4,7	+3,4	48,5	-20,46	+29,19	+1,4
31,5	+6,85	+1,3	-0,9	09,5	-12,78	+8,2	+4,0	50,5	-21,13	+30,02	+1,4
37,4	+4,91	-0,2	0,0	12,5	-11,62	+12,7	+4,0	51,5	-21,48	+30,41	+1,4
43,1	+4,31	+0,8	+0,7	15,5	-10,35	+17,4	+4,0	52,5	-21,77	+30,92	+1,5
48,8	+3,97	+2,4	+0,6	18,5	-10,20	+20,2	+4,0	53,5	-22,02	+31,50	+1,5
52,5	+3,37	+2,9	+0,5	21,5	-10,18	+22,7	+1,5	54,5	-22,26	+32,11	+1,6
								55,5	-22,51	+32,71	+1,6

Поправке  $\Delta t$  са 1956., 1957., 1958., 1959., и 1960. износе респективно +32<sup>s</sup>, 33<sup>s</sup>, 34<sup>s</sup> и 35<sup>s</sup>.



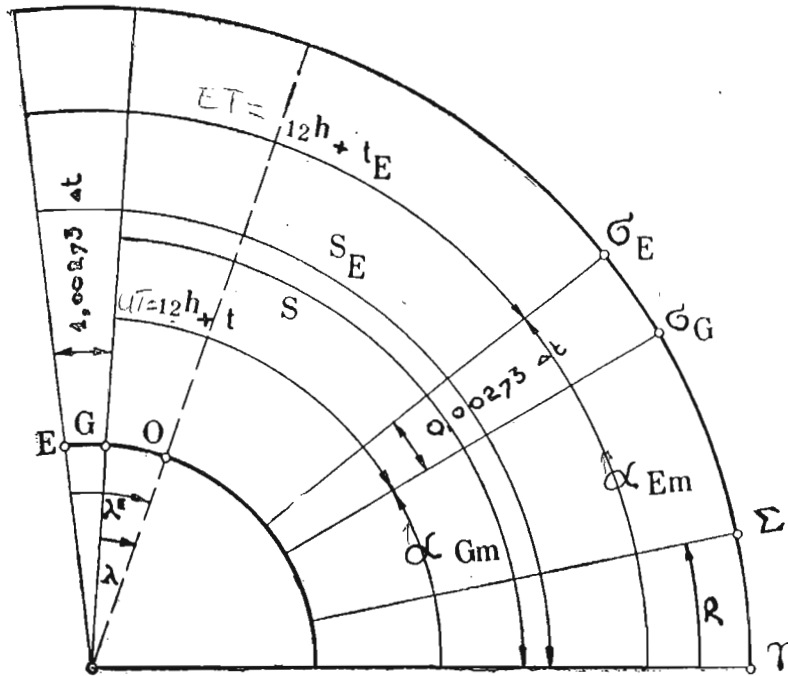
Сл. 38. Поправка  $\Delta t$  од 1680.—1955. г. (непрекидна крива) и њен прогресивни (секуларни) део (испрекидана крива)

На сл. 39. приказана је графички промена дужине средњег дана од 1770.—1955. г. Испрекиданом правом приказан је секуларни део ове промене.



Сл. 39. Промена дужине средњег дана од 1770.—1955. г. Скала лево у милисекундама, десно у деловима дана

1.2.13. Дефинисање јединица за ефемеридско време по аналогји на јединице за звездано и светско (одн. средње време) — Практична примена ефемеридског времена може се упростити ако се његове јединице дефинишу по аналогји на јединице светског и звезданог времена. Тада се могу упростити и везе ефемеридског времена са светским и са звезданим временом. У ту сврху уведимо по Д. Садлеру, појам *ефемеридског меридијана* који лежи  $1,00273 \Delta t$  источно од гриничког. Он представља положај у коме би се налазио гринички



Сл. 40. Везе између ефемеридског, светског и звезданог времена по уопштеним дефиницијама, по Д. Садлеру

меридијан да се Земља обртала равномерно. Угао између гриничког и ефемеридског меридијана представља у сваком тренутку збир промена у брзини Земљина обртања, па га зато треба сматрати за тренутан. Географске дужине места на Земљи, рачунате од ефемеридског меридијана, на зваћемо *ефемеридске географске дужине* и обележавати са  $\lambda^E$ . Ефемеридском меридијану одговара на небеској сфери *небески ефемеридски меридијан*. Часовне углове небеских тела

рачунате од овог меридијана назваћемо *ефемеридски часовни углови* и обележавати са  $t^E$ .

После увођења ових појмова можемо дефинисати *ефемеридско звездано време* као ефемеридски часовни угао  $\gamma$  тачке. Занемаримо ли изванредно малу дневну промену у положају ефемеридског меридијана, можемо дефинисати *ефемеридски звездани дан* као временски размак између два узастопна пролаза  $\gamma$  тачке кроз ефемеридски меридијан. Ефемеридско звездано време добићемо кад у везе између звезданог и светског времена унесемо место светског времена  $t_0$ , ефемеридско време  $t^E = t_0 + \Delta t$ .

Пролаз једне звезде кроз ефемеридски меридијан догодиће се када је њена ректасцензија једнака ефемеридском звезданом времену:

$$S^E = \alpha + t^E, \quad t^E = 0, \quad S^E = \alpha. \quad (324)$$

Пролаз њен кроз меридијан једног места с географском дужином  $\lambda$ , одн.  $\lambda^E$  догодиће се онда у тренутку када је

$$S - \lambda = \alpha, \quad (325)$$

одн.

$$S^E - \lambda^E = \alpha. \quad (326)$$

Из Небеске механике је познато да ректасцензија гриничког средњег сунца по *Њукомбу* износи

$$\alpha_{Gm} = 18^h 38^m 45^s, 836 + 8\,640\,184^s, 542 t_0 + 0^s, 0929 t_0^2, \quad (327)$$

где је  $t_0$  светско време у јулијанским вековима од 0,0 јануара 1900. г. Ставимо ли место  $t_0$ ,  $t_E$ , одн.  $t_0 + \Delta t$ , можемо створити појам *ефемеридског средњег сунца* дефинисаног ректасцензијом

$$\alpha_{Em} = 18^h 38^m 45^s, 836 + 8\,640\,184^s, 542 (t_0 + \Delta t) + 0^s, 0929 (t_0 + \Delta t)^2. \quad (328)$$

Тада можемо *свешко време* дефинисати као *гринички часовни угао гриничког средњег сунца увећан за  $12^h$* , а *ефемеридско време* као *ефемеридски часовни угао ефемеридског средњег сунца увећан за  $12^h$* .

На сл. 40. приказан је екваторски пресек Земље и небеске сфере, где су  $E$ ,  $G$ ,  $O$  респективно тачке на ефемеридском меридијану, гриничком меридијану и меридијану једне посматрачке станице. Тачке  $\sigma_E$  и  $\sigma_G$  представљају ефемеридско и гриничко средње сунце, а тачка  $\Sigma$  једну произвољну звезду.

Из постављених дефиниција и са сл. 40. јасно је да постоје везе

$$S = 12^h + t_0 + \alpha_{Gm}, \quad (329)$$

$$S_E = 12^h + t_E + \alpha_{Em} = 12^h + t_0 + \Delta t + \alpha_{Em}. \quad (330)$$

Разлика  $\alpha_{Em} - \alpha_{Gm}$  своди се практично на

$$8\,640\,184^s, 542 \Delta t \text{ (у јул. вековима)} = +0^s, 002\,73 \Delta t^s \quad (331)$$

када се  $\Delta t$ , које је реда величине  $30^s$ , изрази у јулијанским вековима. Чланови вишег реда у изразу за  $\alpha_{Em}$  могу се занемарити. Зато између  $S$  и  $S_E$  постоји проста веза

$$S_E = S + 1,002\,73 \Delta t. \quad (332)$$

Тада се светско и ефемеридско време могу представити још и изразима

$$t_0 = S - \alpha_{Gm} - 12^h, \quad (333)$$

$$t_E = S_E - \alpha_{Em} - 12^h, \quad (334)$$

који их везују за гриничко звездано, односно за ефемеридско звездано време.

Упоредимо ли најзад изразе (325) и (326) добивамо везу

$$\lambda^E = \lambda + (S_E - S) \quad (335)$$

која, с обзиром на (332) даје везу између географске и ефемеридске географске дужине

$$\lambda^E = \lambda + 1,002\,73 \Delta t, \quad (336)$$

којом је одређен и положај ефемеридског меридијана у односу на гринички, као што је речено на почетку параграфа.



## ПРОМЕНЕ ПОЛОЖАЈА

Многе природне појаве изазивају привидну или праву промену положаја небеских тела на небеској сфери и тако уносе систематске грешке у наша мерења. Да бисмо добили истините вредности положаја и истиниту слику о кретањима небеских тела, морамо изучити ове појаве и нарочито систематске утицаје њихове на положаје небеских тела. У овој глави биће кратко описане оне појаве које изазивају највеће промене у положајима небеских тела, као што су појаве: астрономске рефракције, дневне и годишње паралаксе, дневне и годишње аберације, прецесије, астрономске нутације и сопственог кретања звезда и биће изведени приближни изрази, довољни за астрономско-геодеску праксу, помоћу којих се мерени положаји звезда могу ослободити ових систематских утицаја.

На крају главе један параграф ће бити посвећен појави периодичног померања Земљиних полова, која само посредно утиче на промене положаја небеских тела, но која је важна због њеног непосредног утицаја на промене географских координата и времена, о чему ће с практичне стране бити говора у другој књизи.

**1.3.1. Астрономска рефракција.** — Земља је обавијена гасовитим слојем — атмосфером, која посматрача на Земљиној површини раздваја од небеских тела. Светлосни зрак са небеског тела, пре но што из празног простора стигне у посматрачев инструмент, односно око, мора проћи кроз гасовити слој — Земљину атмосферу, у којој трпи преламање или *астрономску рефракцију*. Земљина атмосфера, по најновијим сондажама извршеним балон-сондама, сондажним ракетама, космичким ракетама и вештачким Земљиним сателитима, далеко прелази висину од 1000 км. Но по аеростатичким законима, а под претпоставком да се налази у равнотежи, њена густина нагло опада са висином, тако да се може сматрати да њени слојеви изнад 50 км практично не изазивају промене у правцу зрака који нам стиже с једног небеског тела. Напротив, приземни слојеви изазивају врло велику рефракцију, што су астрономи и геодети запазили још у Старом веку.

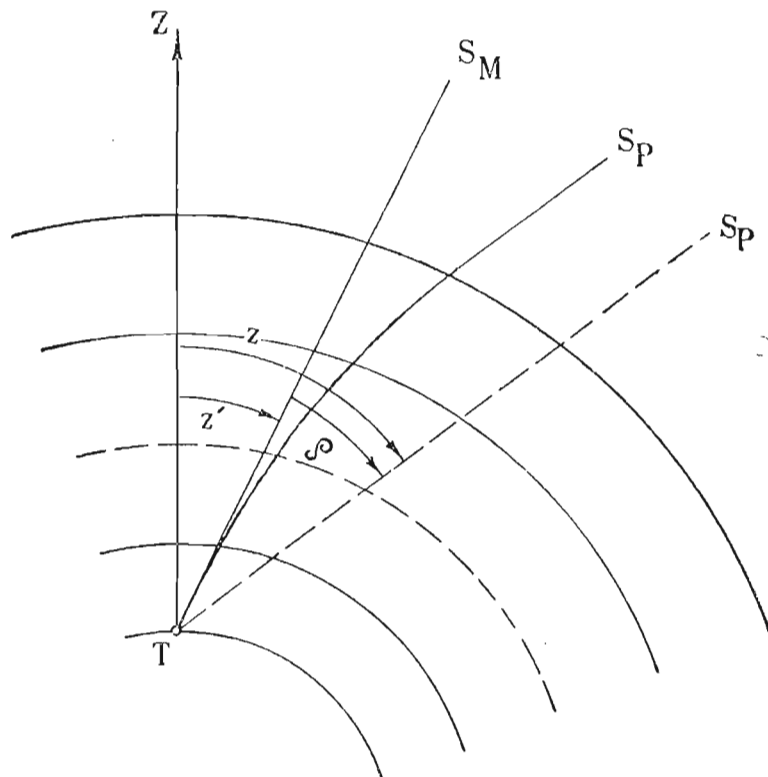
*Тихо Брахе*, у XVI в., беше већ саставио емпиријску таблицу астрономске рефракције, коју је његов ученик и наследник *Кејлер* поправио и усавршио. Но вредности које је она давала за разне зенитне

даљине небеских тела знатно су одступале од тачних, јер у оно време још нису били тачно познати основни закони преламања светлости, неопходни за извођење ма и приближних израза за астрономску рефракцију. Када су тачни облици ових закона нађени и кад је *Њуџин* разрадио инфинитезималну методу математичког мишљења, могао је он поставити и прву тачнију теорију астрономске рефракције, а затим су се низале све тачније и тачније.

Све оне углавном претпостављају да је Земљина атмосфера сферни слој гасова у равнотежи, да се може сматрати да је овај слој састављен из танких концентричних слојева, да је густина ваздуха у једном слоју константна и да опада са висином из слоја у слој. Зрак се ломи ка нормали само на границама слојева, прелазећи из ређе средине у гушћу, и његова путања кроз атмосферу представља изломљену линију. Да бисмо дошли до израза за износ астрономске рефракције, полазимо од основних закона преламања светлости, који су познати из Физике, но морамо још познавати и закон распореда густине атмосфере у функцији висине. Како је овај распоред познат само за доње слојеве атмосфере, то су при извођењу израза за астрономску рефракцију разни аутори усвајали разне претпоставке о овом распореду, апроксимирајући га разним врстама функција. Када се тако добије полазни израз за астрономску рефракцију, прелази се на границу, претпостављајући да дебелина слојева бескрајно опада, а да њихов број бескрајно расте. Тада се путања светлосног зрака кроз атмосферу претвара у криву линију.

Првобитни правац (права  $S_P T$  на сл. 41) у коме је светлосни зрак приспео на горњу границу атмосфере, продужен до посматрачева ока, назива се *привидни правац* (зенитна даљина  $z$ ), а правац у коме се небеско тело види, тј. правац тангенте  $S_M T$  на његовој кривој путањи кроз атмосферу

у њеној завршној тачки — посматрачеву оку — назива се *мерени правац* (зенитна даљина  $z'$ ). Угао између ова два правца је *астрономска рефракција*  $\rho$ , тако да је



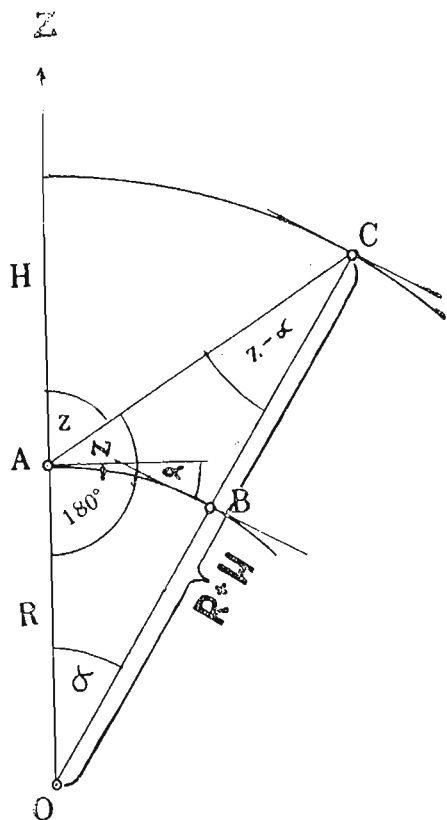
Сл. 41. Привидни и мерени правац светлосног зрака кроз атмосферу. Астрономска рефракција

$$z = z' + \rho.$$

(337)

С обзиром на законе преламања светлости, астрономска рефракција изазива само промене у зенитним даљинама, док азимути остају непромењени.

**1.3.1.1. Приближни израз.** — Како је висина  $H$  слоја Земљине атмосфере који изазива највећи део астрономске рефракције 50 km, несравњено мања од Земљина полупречника  $R = 6\,378$  km, то се за



Сл. 42. Одступање од стварности претпоставке о планпаралелности атмосферских слојева за разне зенитне даљине

мање зенитне даљине, на којима се најчешће врше астрономска посматрања, може сматрати да је Земљина површина раван и да се атмосфера састоји из планпаралелних слојева.

Колико ова претпоставка одступа од стварности за разне зенитне даљине можемо израчунати уз помоћ сл. 42. Мерило одступања атмосферских слојева од планпаралелности због кривине Земљине површине биће угао који међу собом заклапају тангентна раван у тачки  $C$ , у којој зрак погађа горњу границу атмосфере, и тангентна раван у тачки посматрања  $A$ . Овај угао је међутим једнак углу у Земљином средишту  $O$  између Земљиних полупречника  $OA$  и  $OB$  као нормала на овим равнима. Из троугла  $ACO$ , чији су елементи обележени на самој слици, добива се израз

$$\sin(z - \alpha) = \frac{R}{R + H} \sin z \quad (338)$$

из кога се може лако израчунати угао  $\alpha$  за разне зенитне даљине  $z$ .

У доњој табlici дата су ова одступања  $\alpha$  за разне зенитне даљине  $z$  када се за висину атмосфере узме 20 km и 50 km.

Таблица 8

$z$	$\alpha_{20}$	$\alpha_{50}$	$z$	$\alpha_{20}$	$\alpha_{50}$
0°	0,0	0,0	45°	10,7	26,6
5	0,9	2,3	50	12,8	31,6
10	1,9	4,7	55	15,3	37,9
15	2,9	7,1	60	18,5	45,8
20	3,9	9,7	65	22,9	56,3
25	5,0	12,5	70	29,2	71,4
30	6,2	15,4	75	39,3	94,9
35	7,5	18,7	80	58,0	136,3
40	9,0	22,4	85	—	—

Из ње се види да је одступање  $\alpha$  релативно мали угао све до зенитних даљина од 45—50°, чак и при висини атмосфере од 50 km.

Под горњом претпоставком се међутим може лако извести веома прост израз за астрономску рефракцију. Обележимо ли индексе преламања у разним слојевима атмосфере, почев од празног простора до приземног слоја, са 1,  $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n = \mu$ , а зенитне даљине светлосног зрака у сваком слоју са  $z, z_1, z_2, \dots, z_n = z'$ , по познатом закону преламања светлости добићемо из слоја у слој једнакости

$$1 \cdot \sin z = \mu_1 \cdot \sin z_1 = \mu_2 \sin z_2 = \dots = \mu \sin z'. \quad (339)$$

Одавде се види да под учињеном претпоставком не морамо познавати закон промене густине ваздуха са висином, тј. индексе преламања светлости у разним слојевима, већ само у приземном слоју где се он одређује мерењем, јер ако изједначимо леву страну прве и десну последње једнакости, добивамо

$$\sin z = \mu \sin z'$$

или, с обзиром на једнакост (337),

$$\sin (z' + \rho) = \mu \sin z'.$$

Развијемо ли израз с леве стране и, због мајушности угла  $\rho$ , ставимо ли  $\cos \rho = 1, \sin \rho = \rho \sin 1''$ , добивамо приближан израз за астрономску рефракцију

$$\rho = \frac{\mu - 1}{\sin 1''} \operatorname{tg} z' = k \operatorname{tg} z'. \quad (340)$$

Коефицијент

$$k = \frac{\mu - 1}{\sin 1''} = 60'', 154 \quad (341)$$

за тзв. нормалне атмосферске услове: температуру од 0°C и притисак од 760 mm Hg, назива се *константа астрономске рефракције*.

Из наредне таблице види се степен апроксимације са којом горњи, приближни израз за рефракцију даје њен износ за поједине зенитне даљине у поређењу са износом за астрономску рефракцију који се добива из тачнијег израза о коме ће бити говора у наредној тачки.

Таблица 9

$z'$	0°	20°	40°	60°	70°	80°	85°	86°	87°	88°	89°	90°
$\rho$ прибл.	0',0	0',4	0',8	1',7	2',7	5',5	11',1	13',8	18',4	27',7	55',4	$\infty$
$\rho$ тачно	0,0	0,4	0,8	1,7	2,6	5,3	9,8	11,6	14,2	18,1	24,4	$\sim 35'$

Као што се види, све до зенитних даљина од око  $60^\circ$  приближни израз се слаже са тачним до на  $0',1$ , па и до  $80^\circ$  се битно не разилази од њега. Неслагања су велика тек на зенитним даљинама од  $80^\circ - 90^\circ$ .

И сам износ астрономске рефракције је при хоризонту велики, као и његове промене, зато нам привидни котури Сунца и Месеца чији привидни пречници износе око  $0',5$  изгледају при хоризонту видљиво спљоштени.

**1.3.1.2. Тачнији изрази.** — Тачнији израз за рефракцију добива се кад се претпостави да је Земља лопта, а да се атмосфера састоји из концентричних сферних слојева чија густина опада с висином из слоја у слој остајући стална у сваком поједином слоју. Астрономска рефракција тада представља збир делимичних рефракција у сваком поједином слоју, па кад се пређе на границу, као што је речено у параграфу 1.3.1, њен израз добива облик одређеног интеграла чија је променљива у интегранду индекс преламања. Потребно је, дакле, да би се овај интеграл могао решити, знати како се мења индекс преламања с висином, што се своди на познавање промене густине ваздуха са висином. За ово су чињене разне претпоставке које су довеле и до разних израза за рефракцију везаних за имена познатих астронома, као што су: *Касини, Њуџн, Бредли, Симџсон, Буге, Лайлас, Бесел, Крамџ, Ојолцер, Ковалски, Гилден* и др. Ови се изрази углавном могу поделити у три категорије. У једнима се претпоставља да густина ваздуха опада са висином у атмосфери у *аритметичкој прогресији* (*Симџсон, Буге*). У другима се претпоставља да густина опада са висином у *геометријској прогресији* (*Њуџн, Бесел*). Мерења су показала да се истина налази негде по средини, но додуше у доста широким границама. Зато су остали аутори дали низ израза који представљају *комбинације алгебарских и експоненцијалних функција* у тежњи да у апроксимацији што ближе приђу мереним вредностима астрономске рефракције.

Још и данас се сматра да је најоштроумнији израз дао *Лайлас*, који се највише и користи. Још ближе је стварности пришао *Гилден* узимајући у обзир не само промену густине са висином, већ и погравке рефракције које долазе од влажности ваздуха, промене силе теже, боје звезде, и других утицаја. Зато се овај израз користи где се захтева највиша тачност.

До зенитне даљине од  $75^\circ$  сви се изрази добро слажу, а разлике настају на већим зенитним даљинама. У доњој табlici дата су одступања од мерених вредности у износу астрономске рефракције рачунате по најпознатијим изразима за зенитне даљине веће од  $75^\circ$ .

Таблица 10

$z'$	Мерења	Бесел	Лайлас	Ојолцер	Гилден
$75^\circ$	3' 34"	0"	0"	0"	0"
85	9 50	+ 1	0	+1	0
87	14 21	+ 2	+1	+2	0
88	18 17	+ 6	+1	+3	- 3
89	24 36	+14	-4	-1	-19
90	35 6	+77	+3	0	-39

Интегранд у тачном изразу за рефракцију може се пре интегралнења развити у ред који брзо конвергује. После интегралнења добива се израз за астрономску рефракцију у облику реда уређеног по све већим непарним степенима тангенса мерене зенитне даљине:

$$\rho = g(A \operatorname{tg} z' + B \operatorname{tg}^3 z' + C \operatorname{tg}^5 z' + \dots), \quad (342)$$

где коефицијенти  $g, A, B, C, \dots$  зависе од претпоставке о саставу атмосфере и распореда њене густине.

Први члан овога реда поклапа се практично са приближним изразом за астрономску рефракцију и може се употребити за зенитне даљине до  $45^\circ$  чак и кад се тражи висока тачност. *Лајлас* је показао да прва два коефицијента  $gA$  и  $gB$  не зависе од састава и грађе атмосфере, те морају бити исти у свим теоријама астрономске рефракције. Како се са прва два члана достиже висока тачност у износу рефракције све до зенитне даљине од  $75^\circ$ , то се поједине теорије разилазе тек при већим зенитним даљинама, што и горња таблица показује.

*Харцер* је дао израз и таблице за астрономску рефракцију за разне зенитне даљине не ослањајући се нинакакву претпоставку о саставу и грађи атмосфере, већ само на мерења густине ваздуха на разним висинама. Ове таблице спадају међу најтачније.

Но у близини хоризонта ниједна теорија, нити таблице, не дају тачне вредности за рефракцију. Оне се не могу ни дати већ и због тога што се у приземним слојевима, кроз које визура највећим делом при овим зенитним даљинама пролази, атмосфера не налази у равнотежи, већ у непрестаном кретању и променама чије је законитости врло тешко утврдити. Зато се уопште избегавају астрономска посматрања на зенитним даљинама већим од  $80^\circ$ , а гдегод се то може она се организују и при мањим зенитним даљинама тако да се одступања израчунате рефракције елиминишу из рачуна.

Таблица 11

$H$	$\tau\%$	$k$
10 m	0,13	0",08
100	1,2	0,7
500	5,6	3,4
1 km	10,6	7,0
2	19,6	11,8
5	41,5	25,0
10	67,0	40,4
20	92,9	56,0
30	98,5	59,4
40	99,7	60,1

Таблица 11 приказује који проценат ( $\tau$ ) астрономске рефракције долази од појединих слојева разне висине и колики је коефицијент рефракције  $k$  када се узме у рачун само утицај до тога атмосферског слоја.

**1.3.1.3. Средња и права рефракција. Таблице.** — Износ астрономске рефракције, као што смо видели, непосредно зависи од индекса преламања светлости у ваздуху. Овај последњи међутим зависи од густине ваздуха, а густина опет првенствено од температуре и атмосферског притиска. Зато се с променом температуре и атмосферског притиска мења и износ астрономске рефракције за једну исту зенитну даљину.

Износ њен при нормалним атмосферским условима ( $t = 0^\circ \text{C}$ ,  $b = 760 \text{ mm Hg}$ ) назива се *средња* или *нормална рефракција*. У свима астрономским годишњацима и збиркама астрономских таблица постоје таблице за средњу рефракцију уређене по мереној зенитној даљини  $z'$  (или висини  $h' = 90^\circ - z'$ ) као аргумену, из којих се може интерполацијом добити вредност средње рефракције за сваку посматрану зенитну даљину.

Међутим када се од мерења тражи висока тачност мора се узимати у обзир не средња рефракција, већ рефракција која одговара температури ваздуха и атмосферском притиску који су забележени у току мерења. Таква се рефракција назива *права рефракција*.

Када је познат износ средње рефракције може се прећи на праву рефракцију ако се обрачуна утицај промене температуре од  $0^\circ \text{C}$  до мерене вредности  $t^\circ \text{C}$  и промене атмосферског притиска од  $b_0 = 760 \text{ mm}$  до мерене вредности  $b = b_0 + \Delta b = 760 \text{ mm} + \Delta b$  на густину ваздуха, а преко ове и на рефракцију. Да би се то постигло полази се од *Бојл-Мариот—Гејлисакова* закона,

$$b \cdot v = b_0 v_0 (1 + \gamma \cdot t), \quad (343)$$

који везује притисак и запремину гаса на  $0^\circ \text{C}$  ( $b_0, v_0$ ) за његов притисак и запремину на температури  $t^\circ \text{C}$  ( $b, v$ ) преко гасне константе  $\gamma = 1/273$ . Ако га напишемо у облику

$$\frac{v_0}{v} = \left(1 + \frac{t}{273}\right)^{-1} \left(1 + \frac{\Delta b}{760}\right),$$

добивамо однос који важи за запремине гаса на  $0^\circ \text{C}$  и  $t^\circ \text{C}$ . Пошто је густина обрнуто сразмерна запремини, а рефракција сразмерна густини, очигледно је да ће за однос рефракција  $\rho_0$  и  $\rho$  на  $0^\circ \text{C}$  и  $t^\circ \text{C}$  врло приближно важити обрнути однос од горњег односа, тј.

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \left(1 + \frac{t}{273}\right)^{-1} \cdot \left(1 + \frac{\Delta b}{760}\right)$$

или

$$\rho = \rho_0 (1 - \gamma t + \gamma^2 t^2 - \dots) \left(1 + \frac{\Delta b}{760}\right)$$

или краће

$$\boxed{\rho = \rho_0 (1 + A) (1 + B)}, \quad (344)$$

где су  $A$  и  $B$  износи за које се горњи чиниоци у заградама разликују од 1. Занемаримо ли поправке другог реда, добивамо за праксу довољно тачан образац за прелаз са средње рефракције  $\rho_0$  на праву рефракцију  $\rho$  у облику

$$\rho = \rho_0 + \rho_0 (A + B). \quad (345)$$

Константе  $A$  и  $B$  називају се *термометарски* и *барометарски фактор рефракције* и за њих постоје у астрономским годишњацима и збиркама астрономских таблица такође помоћне таблице из којих се узима за измерену температуру ваздуха фактор  $A$ , а за измерени атмосферски притисак фактор  $B$ .

Таблице за средњу рефракцију у разним годишњацима и збиркама рачунате су по разним теоријама рефракције. Француски годишњак *Connaissance des Temps* на пример даје таблицу коју је Радо срачунао по својој теорији, а она преовлађује и у другим збиркама или се даје поред осталих пошто се најчешће примењује. Права рефракција се по овим таблицама рачуна за зенитне даљине до  $60^\circ$  по горњем обрасцу, а за зенитне даљине од  $60^\circ - 80^\circ$  по обрасцу

$$\rho = \rho_0' + \beta \cdot B \cdot \rho_0' \quad (346)$$

где је

$$\rho_0' = \rho_0 + \alpha A \cdot \rho_0. \quad (347)$$

За ове зенитне даљине, поред горе поменуте три таблице, дају се још две: једна за коефицијент  $\alpha$  који се вади с аргументом  $z'$  и друга за коефицијент  $\beta$ , који се вади с аргументом  $\rho_0'$ .

Високу вредност имају *Пулковске таблице за рефракцију* срачунате по сложеној *Гилденовој* теорији, но на њима се овде нећемо задржавати, јер се користе само за радове врло високе тачности, која премашује тачност теренских мерења у Геодеској астрономији, па ћемо се ограничити за практичну употребу на раније поменутим таблицама.

**Пример 47.** — Израчунати праву рефракцију за мерену зенитну даљину  $z' = 50^\circ 20' 30'', 0$  при температури ваздуха  $20^\circ, 5\text{C}$  и атмосферском притиску  $736,5\text{ mm}$  служећи се изразима (344) и (345). Упоредити добивене износе.

За практично рачунање напишимо израз (344) у облику

$$\rho = \rho_0 + \rho_0 A + (\rho_0 + \rho_0 A) \cdot B \quad (348)$$

и послужимо се таблицама из француског астрономског годишњака *Connaissance des Temps*.

Према изразу (348) имаћемо

$\rho_0$ за $50^\circ 20'$	1' 12'',37	$A$ -0,0730
$\rho_0$ за $30''$	0,02	$B$ -0,0310
$\rho_0$	1' 12'',39	
$\rho_0 A$	— 5,28	$\rho_0 + \rho_0 A$ 1' 7'',11
$(\rho_0 + \rho_0 A) B$	— 2,08	
$\rho$	1' 5'',03	

Према изразу (345) имаћемо:

$\rho_0$ за $50^\circ 20'$	1' 12'',37	$A$ -0,0730
$\rho_0$ за $30''$	0,02	$B$ -0,0310
$\rho_0$	1' 12'',39	$A+B$ -0,1040
$\rho_0 (A+B)$	— 7,53	
$\rho$	1' 4'',86	

Разлика у правој рефракцији по једном и другом изразу износи  $0'',17$ .

**Пример 48.** — Израчунати праву рефракцију за мерену зенитну даљину  $z' = 72^\circ 38' 45'', 6$  при температури ваздуха  $+12^\circ, 5\text{C}$  и атмосферском притиску  $740,5\text{ mm}$  служећи се изразом (344), одн. (348), а затим изразима (346) и (347), па упоредити два добивена резултата.



Према изразу (344), одн. (348) биће:

$\rho_0$ за $72^\circ 30'$	3' 8'',57	$A - 0,0458$
$\rho_0$ за $8' 45'',6$	1,66	$B - 0,0256$
$\rho_0$	3' 10'',23	
$\rho_0 A$	— 8,71	
$(\rho_0 + \rho_0 A) B$	— 4,65	$\rho_0 + \rho_0 A$ 3' 1'',52
$\rho$	2' 56'',87	

Према изразима (346) и (347) биће:

$\rho_0$ за $72^\circ 30'$	3' 8'',57	$\alpha$ 1,012
$\rho_0$ за $8' 45'',6$	1,66	$A - 0,0458$
$\rho_0$	3' 10'',23	$\alpha A - 0,0463$
$\alpha A \rho_0$	— 8,81	
$\rho_0'$	3' 1'',42	$\beta$ 1,002
$\beta B \rho_0'$	— 4,66	$B - 0,0256$
$\rho$	2' 56'',76	$\beta B - 0,0257$

Разлика у правој рефракцији по приближном и тачнијем изразу износи  $0'',11$ .

**1.3.1.4. Утицај на излаз и залаз.** — У параграфу 1.3.1. видели смо већ да појава астрономске рефракције привидно издиже небеска тела на небеској сфери. Због тога се излаз једног небеског тела посматра пре но што се оно стварно појавило изнад хоризонта, а залаз пошто је већ стварно зашло под хоризонт. Зато ће се добити тачнији тренутак привидног излаза и залаза ако у израз за рачунање тога тренутка

$$\cos z = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos t$$

ставимо место  $z = 90^\circ$ ,

$$z = 90^\circ + \rho_0.$$

Утицај рефракције је нарочито значајан при рачунању тренутка излаза и залаза Сунца, јер се дужина обданице рачуна од привидног излаза до привидног залаза горњег Сунчевог руба. Да би се ови тренуци израчунали треба у горњи израз ставити

$$z = 90^\circ + \rho_0 + R_0 = 90^\circ + 34' + 16' = 90^\circ 50'$$

или  $\cos z = -0,0145$ . Тада за часовни угао Сунца добивамо израз

$$\cos t_\odot = -0,0145 \sec \varphi \sec \delta_\odot - \operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \delta_\odot. \quad (349)$$

Деклинација Сунчева средишта интерполује се из астрономског годишњака за унапред приближно одређен тренутак излаза или залаза. Грађанско време излаза и залаза тада ће се добити по обрасцима

$$t_c = 12^h \mp t_\odot - \eta, \quad (350)$$

што је сасвим разумљиво с обзиром на речено у глави другој о прелазу с правога на грађанско време. Са грађанског се затим прелази на зонско време по познатом поступку, алгебарским додавањем зонског одступања  $\vartheta = \lambda + i$ .

**Пример 49.** — Израчунати дужину обданице у Београду ( $\varphi = +44^\circ 48'$ ,  $2$ ,  $\lambda = -1^h 22^m 3^s, 2$ ) и у Загребу ( $\varphi = +45^\circ 49'$ ,  $0$ ,  $\lambda = -1^h 3^m 56^s, 0$ ) 6. јуна 1961. године водећи рачуна о рефракцији и Сунчевом полупречнику.

$$z = 90^\circ + \rho_0 + R_\odot = 90^\circ + 34' + 16' = 90^\circ 50'.$$

**Напомена.** — Из формулације задатка се види да се тражи већа тачност. У том случају се мора рачунање вршити у левма апроксимацијама зато што се тек с приближно познатим тренуцима излаза и залаза могу наћи тачније вредности Сунчеве деклинације у тим тренуцима, које су потребне за налажење тачног тренутка излаза или залаза.

Први начин рачунања — машином

	Београд		Загреб	
	излаз	залаз	излаз	залаз
	I а п р о к с и м а ц и ј а			
$\delta_{\odot}$	22° 36',2	22° 42',4	22° 36',2	22° 42',4
$\operatorname{tg} \varphi$	0,99 316	0,99 316	1,02 890	1,02 890
$\operatorname{tg} \delta_{\odot}$	0,41 633	0,41 845	0,41 633	0,41 845
$\cos t$	-0,41 348	-0,41 559	-0,42 836	-0,43 054
$t$	7h 37m,7	7h 38m,2	7h 41m,5	7h 42m,0
$t_{\odot}$	16h 22m,3	7h 38m,2	16h 18m,5	7h 42m,0
	II а п р о к с и м а ц и ј а			
$t_{\odot}$	16 22,3	7 38,2	16 18,5	7 42,0
$\lambda$	-1 22,1	-1 22,1	-1 3,9	-1 3,9
12	-12	+12	-12	+12
$\eta_0$	- 1,6	- 1,6	- 1,6	- 1,6
$\Sigma$	2 58,6	18 14,5	3 13,0	18 36,5
$\Sigma^d$	0,124	0,760	0,134	0,775
$\Delta \delta_{\odot}$	6',2	6',2	6',2	6',2
$\Sigma^d \times \Delta \delta_{\odot}$	0,8	4,7	0,8	4,8
$\delta'_{\odot}$	22° 36,2	22 36,2	22 36,2	22 36,2
$\delta_{\odot}$	22 37,0	22 40,9	22 37,0	22 41,0
$z$	90 50,0	90 50,0	90 50,0	90 50,0
$\cos z$	-0,01 450	-0,01 450	-0,01 450	-0,01 450
$\sec \varphi$	1,40 938	1,40 938	1,43 480	1,43 480
$\sec \delta_{\odot}$	1,08 331	1,08 382	1,08 331	1,08 383
$\operatorname{tg} \varphi$	0,99 316	0,99 316	1,02 890	1,02 890
$\operatorname{tg} \delta_{\odot}$	0,41 660	0,41 794	0,41 660	0,41 797
$\cos z \sec \varphi \sec \delta_{\odot}$	-0,02 214	-0,02 215	-0,02 254	-0,02 255
$- \operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \delta_{\odot}$	-0,41 375	-0,41 508	-0,42 864	-0,43 005
$\cos t_{\odot}$	-0,43 589	-0,43 723	-0,45 118	-0,45 260
$t$	7h 43m,4	7h 43m,7	7h 47m,3	7h 47m,6
$t_{\odot}$	16 16,6	7 43,7	16 12,7	7 47,6
12	-12	+12	-12	+12
$\lambda$	-1 22,1	-1 22,1	-1 3,9	-1 3,9
$\eta_0$	- 1,6	- 1,6	- 1,6	- 1,6
$\Sigma$	2 52,9	18 20,0	3 8,2	18 42,1
$\Sigma^d$	0,120	0,764	0,131	0,779
$\eta_0$	+1m 34s,4	+ 1m 34s,4	+1m 34s,4	+1m 34s,4
$-10,8 \times \Sigma^d$	- 1,3	-8,3	-1,4	- 8,4
$\eta$	+1 33,1	+ 1 26,1	+1 33,0	+1 26,0
$t_{\odot}$	16 16,6	7 43,7	16 12,7	7 47,6
12	-12	+12	-12	+12
$\eta$	- 1,6	- 1,6	- 1,6	- 1,4
$t_c$	4 15,0	19 42,1	4 11,1	19 46,2
дужина обданице	15h 27m,1		15h 35m,1.	

	Б е о г р а д		З а г р е б	
	излаз	залаз	излаз	залаз
I а п р о к с и м а ц и ј а				
$\delta_{\odot}$	22° 36',2	22° 42',4	22° 36',2	22° 42',4
lg tg $\varphi$	9.9970	9.9970	0.0124	0.0124
lg tg $\delta_{\odot}$	9.6194	9.6216	9.6194	9.6216
lg cos $t$	9.6164n	9.6186n	9.6318n	9.6340n
$t$	7h 37m,7	7h 38m,2	7h 41m,5	7h 42m,0
$t_{\odot}$	16 22,3	7 38,2	16 18,5	7 42,0
II а п р о к с и м а ц и ј а				
$t_{\odot}$	16 22,3	7 38,2	16 18,5	7 42,0
$\lambda$	- 1 22,1	- 1 22,1	- 1 3,9	- 1 3,9
12	-12	+12	-12	+12
$\eta_{\odot}$	- 1,6	- 1,6	- 1,6	- 1,6
$\Sigma$	2 58,6	18 14,5	3 13,0	18 36,5
$\Sigma^d$	0,124	0,760	0,134	0,775
$\Delta\delta_{\odot}$	6',2	6',2	6',2	6',2
$\Sigma^d \times \Delta\delta_{\odot}$	0',8	4',7	0',8	4',8
$\delta'_{\odot}$	22° 36,2	22° 36,2	22° 36,2	22° 36,2
$\delta_{\odot}$	22 37,0	22 40,9	22 37,0	22 41,0
$\varphi$	44 48,2	44 48,2	45 49,0	45 49,0
$z_m$	22 9,2	22 9,2	23 10,0	23 10,0
$z$	90 50,0	90 50,0	90 50,0	90 50,0
$z+z_m$	112 59,2	112 59,2	114 00,0	114 00,0
$\frac{1}{2}(z+z_m)$	56 29,6	56 29,6	57 00,0	57 00,0
$\frac{1}{2}(z-z_m)$	34 20,4	34 20,4	33 50,0	33 50,0
lg sin $\frac{1}{2}(z+z_m)$	9.92 107	9.92 107	9.92 359	9.92 359
lg sin $\frac{1}{2}(z-z_m)$	9.75 136	9.75 136	9.74 568	9.74 568
clg cos $\varphi$	0.14 903	0.14 903	0.15 679	0.15 679
clg cos $\delta$	0.03 475	0.03 495	0.03 475	0.03 496
lg sin <sup>2</sup> $\frac{t}{2}$	9.85 621	9.85 641	9.86 081	9.86 102
lg sin $\frac{t}{2}$	9.92 810	9.92 820	9.93 040	9.93 051
$t$	7h 43m,4	7h 43m,6	7h 47m,4	7h 47m,6.

Напомена. — Даље се рачуна као по првом начину.

**1.3.1.5. Сумраци.** — Дуже време после Сунчева залаза још увек се добро види, тако да се може и читати без вештачког осветљења. Исто тако и изјутра, пре Сунчева излаза. Ови се временски размаци називају *вечерњи* и *јутарњи сумрак* или краће *сушон* и *зора*. Расута светлост која у сумрацима обасјава Земљу то је светлост Сунца које је за посматрача на Земљиној површини већ зашло, али које се види из великих висина атмосфере. На њеним честицама ова се светлост растура и долази као одбивена до Земљине површине.

Према јачини осветљења у сумрацима и према Сунчевој висини под хоризонтом разликују се неколико врста сумрака. За нас су овде од интереса две врсте: *грађански* и *астрономски сумрак*. Вечерњи грађански сумрак почиње од Сунчева залаза а завршава се кад Сунце достигне висину од  $6^\circ$  испод хоризонта. Све дотле се напољу може читати, а у том тренутку се укључује осветљење. Тада се појављују и најсјајније звезде на небу. Вечерњи астрономски сумрак почиње од Сунчева залаза а завршава се кад Сунце достигне висину од  $18^\circ$  испод хоризонта. У том тренутку се појављују и најслабије звезде на небу и тада почиње права ноћ. Јутарњи грађански сумрак почиње кад Сунце достигне висину од  $6^\circ$  испод хоризонта а завршава се са Сунчевим излазом. Јутарњи астрономски сумрак почиње кад Сунце достигне висину од  $18^\circ$  испод хоризонта а завршава се са Сунчевим излазом.

Трајање грађанског и астрономског сумрака  $\tau$  може се, према томе, израчунати из израза

$$\cos z = \sin \varphi \sin \delta_{\odot} + \cos \varphi \cos \delta_{\odot} \cos (t_{\odot} + \tau)$$

или

$$\cos (t_{\odot} + \tau) = \frac{\cos z - \sin \varphi \sin \delta_{\odot}}{\cos \varphi \cos \delta_{\odot}} \quad (351)$$

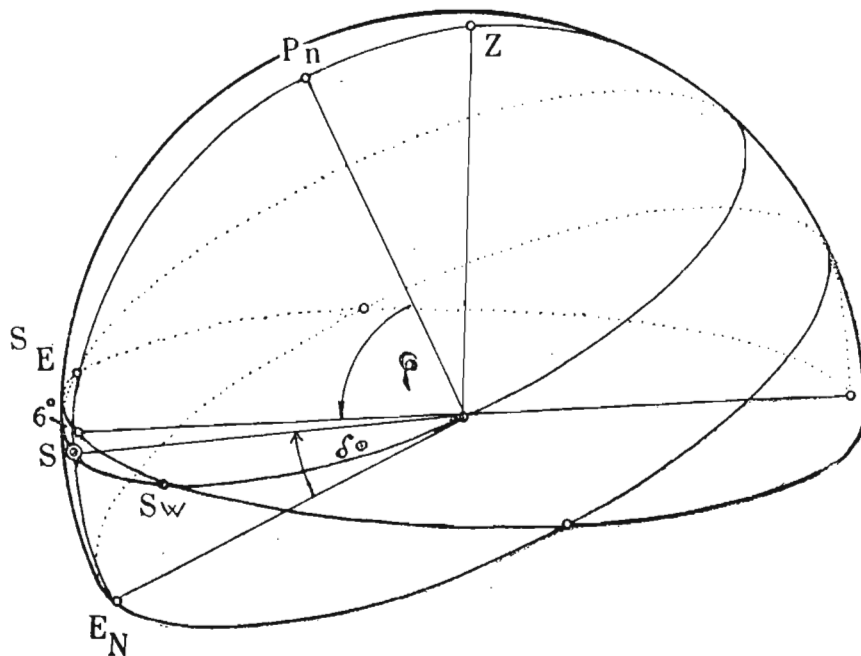
ако у њега уврстимо  $z = 96^\circ$ , одн.  $z = 108^\circ$  и  $t_{\odot}$  претходно израчунато, као што је описано у претходној тачки, за тренутак излаза, односно залаза.

**Пример 50.** — Израчунати дужину астрономског сумрака у Београду ( $\varphi = 44^\circ 48',2$ ), Загребу ( $\varphi = 45^\circ 49',0$ ), Љубљани ( $\varphi = 46^\circ 3',2$ ) и Москви ( $\varphi = 55^\circ 45',6$ ) 22. јуна 1961. године.

*Напомена.* — Пре рачунања  $\tau$  треба за одређени датум израчунати  $t_{\odot}$  на хоризонту не водећи рачуна о рефракцији и Сунчевом полупречнику, јер је за ту сврху ова апроксимација довољна. Према томе изрази за рачунање биће:

$$\cos t_{\odot} = -\operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \delta_{\odot} \quad \text{и} \quad \cos (t_{\odot} + \tau) = -\frac{\sin 18^\circ + \sin \varphi \sin \delta_{\odot}}{\cos \varphi \cos \delta_{\odot}} = -\frac{A+B}{\cos \varphi \cos \delta_{\odot}}$$

	Београд	Загреб	Љубљана	Москва
$\delta_{\odot}$	+ 23° 27'	+ 23° 27'	+ 23° 27'	+ 23° 27'
lg tg $\varphi$	9.9970	0.0124	0.0160	0.1671
lg tg $\delta_{\odot}$	9.6373	9.6373	9.6373	9.6373
lg cos $t_{\odot}$	9.6343n	9.6497n	9.6533n	9.8044n
lg A	9.4900	9.4900	9.4900	9.4900
A	0,3090	0,3090	0,3090	0,3090
lg sin $\varphi$	9.8480	9.8556	9.8573	9.9173
lg sin $\delta_{\odot}$	9.5998	9.5998	9.5998	9.5998
lg B	9.4478	9.4554	9.4571	9.5171
B	0,2804	0,2854	0,2865	0,3289
A+B	0,5894	0,5944	0,5955	0,6379
lg (A+B)	9.7704	9.7741	9.7749	9.8048
clg cos $\varphi$	0.1490	0.1568	0.1586	0.2498
clg cos $\delta_{\odot}$	0.0374	0.0374	0.0374	0.0374
lg cos ( $t_{\odot} + \tau$ )	9.9568n	9.9683n	9.9709n	0.0920n
$t_{\odot} + \tau$	10 <sup>h</sup> 19 <sup>m</sup> ,5	10 <sup>h</sup> 33 <sup>m</sup> ,5	10 <sup>h</sup> 37 <sup>m</sup> ,1	cos( $t_{\odot} + \tau$ ) > 1
$t_{\odot}$	7 42, 1	7 46, 0	7 47. 0	сумрак траје
$\tau$	2 <sup>h</sup> 37 <sup>m</sup> ,4	2 <sup>h</sup> 47 <sup>m</sup> ,5	2 <sup>h</sup> 50 <sup>m</sup> ,1	целе ноћи



Сл. 43. Положај Сунчев у доњој кулминацији у местима где владају беле ноћи

Око летњег солстиција на географским ширинама  $\varphi > 60^\circ$  свршетак вечерњег грађанског сумрака стапа се с почетком јутарњег грађанског сумрака, тако да грађански сумрак траје целе ноћи. Овакве ноћи називају се *беле ноћи*. Овај услов испуњен је, као што се и са сл. 43 очигледно види, за све географске ширине  $\varphi$  и Сунчеве деклинације  $\delta_\odot$  за које је

$$\delta_\odot > 90^\circ - 6^\circ - \varphi.$$

Износ трајања грађанског и астрономског сумрака на разним географским ширинама у току године даје се у посебним таблицама које се налазе у саставу свих астрономских ефемерида или годишњака (види параграф 1.4.5). Овде је дат одломак једне такве таблице.

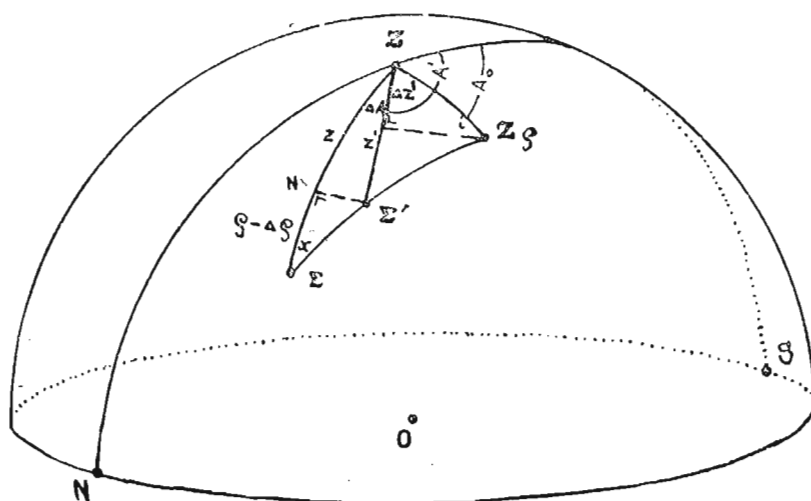
Таблица 12.

$\varphi$	Јануар	Фебруар	Март	Април	Мај	Јун	Јул	Август	Септембар	Октобар	Новембар	Децембар
Трајање грађанског сумрака												
о	ш	ш	ш	ш	ш	ш	ш	ш	ш	ш	ш	ш
40	30	28	27	28	31	33	32	29	27	27	29	31
42	31	29	28	29	32	34	33	30	28	28	30	32
44	32	30	29	30	34	36	35	31	29	29	31	33
46	34	31	30	31	35	39	37	33	30	30	32	35
Трајање астрономског сумрака												
40	96	91	90	97	111	123	117	102	92	90	94	98
42	99	94	93	101	117	132	125	106	95	93	97	101
44	102	97	97	105	125	145	134	112	99	96	100	105
46	106	100	100	110	134	162	147	118	103	99	104	109

**1.3.1.6. Аномалије.** — Ако на једном подручју није испуњена основна претпоставка под којом су изведени изрази за астрономску рефракцију, тј. ако атмосферски слојеви једнаке густине нису паралелни међу собом и са општим Земљиним обликом, неће ни астрономска рефракција израчуната из тих израза одговарати стварној рефракцији, већ се од ње може разликовати и до  $1''$ , па и више. Оваква одступања у нормалној и правој астрономској рефракцији која долазе од нагиба ваздушних слојева према Земљиној површини, изазваног кретањима ваздушних маса у атмосфери или месним поремећајима који настају од промена атмосферских услова (првенствено температуре, обично изазване зрачењем каквих предмета на земљишту или његовим неравнинама) носе назив *аномалије астрономске рефракције*. Како аномалија рефракције може бити више врста, напоменимо одмах да се аномалије које долазе од општег или делимичног нагиба атмо-

сферских слојева једнаке густине називају *зенишска* или *месна рефракција*. Ова врста аномалија у астрономској рефракцији обично је и већа по реду величине.

Због великог броја параметара од којих ове аномалије зависе веома је тешко наћи општи израз којим се оне могу одредити и њих систематски утицај елиминисати. Отуд и релативно мали број радова у литератури који се бави решавањем овог за праксу важног проблема. Ти радови датирају углавном од почетка овог века, но најближе решењу, иако само приближном и схематском, пришао је у овом погледу *М. С. Зверјев*, који је дао општи израз за утицај месне рефракције на хоризонтске координате небеског тела и на тренутак његовог пролаза кроз меридијан датог места, који се у пракси често користи. Утицајем зенитске рефракције на географске координате одређене и астрономских посматрања бавили су се у неким својим радовима и писци ове књиге.



Сл. 44. Утицај зенитске рефракције на хоризонтске координате

Нека је услед нагиба ваздушних слојева  $i$  астрономска рефракција једнака нули не у астрономском зениту  $Z$ , већ у једној оближњој тачки  $Z_0$ , која се назива *зениш рефракције*. Његов положај у односу на астрономски зенит  $Z$  одређен је његовим хоризонтским координатама  $(A_0, i)$ . Ако је положај небеског тела  $\Sigma(A, z)$ , његов мерени положај биће у тачки  $\Sigma'(A', z')$ , помереној не дуж вертикала  $\Sigma Z$ , већ дуж великог круга  $\Sigma Z_0$  који пролази кроз зенит рефракције.

Ако је утицај нормалне рефракције на зенитну даљину небеског тела  $\rho$ , утицај аномалне рефракције биће  $\rho - \Delta\rho$  (сл. 44), тако да ће привидна зенитна даљина  $z$  у функцији мерене  $z'$  бити

$$z = z' + \rho - \Delta\rho.$$

Ако је

$$\rho = k \operatorname{tg} z',$$

биће

$$\Delta\rho = k \Delta z' \sec^2 z',$$

где је

$$\Delta z' = i \cos (A' - A_0),$$

па се мерена зенитна даљина може ослободити рефракције и њене аномалије помоћу израза

$$z = z' + \rho - k i \cos (A' - A_0) \sec^2 z', \quad (352)$$

ако су познате координате зенита рефракције. Узмемо ли даље  $k = 60'', 154$  и  $i$  изражено у лучним минутама, тј.  $i = i' \sin 1' = i' / 3437, 746$ , биће константа  $k \sin 1' = 0,0175$ , па ћемо коначно имати

$$z = z' + \rho - 0'', 0175 i' \cos (A' - A_0) \sec^2 z'. \quad (353)$$

Поправка  $\Delta \rho$  добива се у лучним секундама.

Утицај астрономске рефракције оптерећене месним аномалијама које долазе од нагиба  $i$  на мерени азимут  $A'$  небеског тела, у циљу његова ослобађања овог утицаја, добићемо ако упоредимо  $\sin x$  изведен из сферних троуглова  $MZM'$  и  $MZZ_\rho$  (сл. 44). Из троугла  $MZM'$  је

$$\sin x = \frac{\sin \Delta A'}{\sin MM'} \cdot \sin z',$$

а из троугла  $MZZ_\rho$

$$\sin x = \frac{\sin (A' - A_0 + \Delta A')}{\sin MZ_\rho} \sin i.$$

Зато је, с обзиром на мајушност углова  $\Delta A'$  и  $i$ ,

$$\sin \Delta A' = \frac{\sin MM'}{\sin MZ_\rho} \cdot \frac{\sin i}{\sin z'} \sin (A' - A_0),$$

односно

$$\Delta A' = \frac{\sin MM'}{\sin MZ_\rho} i \operatorname{cosec} z' \sin (A' - A_0).$$

Међутим је са сл. 44. очигледно

$$\frac{\sin MM'}{\sin MZ_\rho} = \frac{\sin (\rho - \Delta \rho)}{\sin (z' + \Delta z)} \approx \frac{\sin \rho}{\sin z'} = \frac{\rho \sin 1'}{\sin z'} = \frac{k \operatorname{tg} z'}{\sin z'} \sin 1' = 0,0175 \sec z',$$

па је коначно у лучним секундама

$$\Delta A'' = 0'', 0175 i' \sin (A' - A_0) \sec z' \operatorname{cosec} z',$$

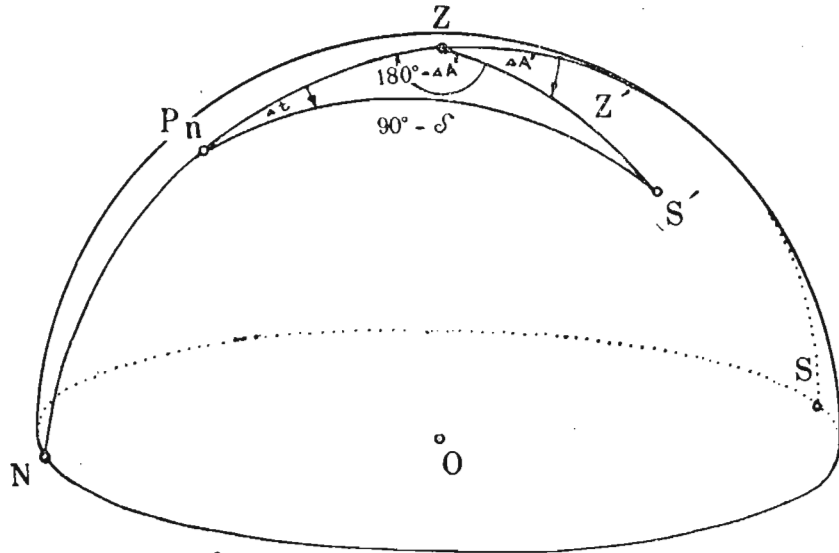
а тражени азимут се може наћи из мереног преко израза

$$A = A' + 0'', 0175 i' \sin (A' - A_0) \sec z' \operatorname{cosec} z'. \quad (354)$$



Да бисмо још нашли утицај месних аномалија рефракције на тренутак пролаза небеског тела кроз меридијан, замислимо да се његов мерени положај због ових аномалија не налази у меридијану, већ у његовој близини, у тачки  $S'$  чији је азимут  $\Delta A'$  а часовни угао  $\Delta t$  (сл. 45). Применом синусне теореме на троугао  $PZS'$  тада добивамо

$$\Delta A' \sin z' = \Delta t \cos \delta.$$



Сл. 45. Утицај зенитске рефракције на тренутак пролаза небеског тела кроз меридијан

Да би се из мереног тренутка када се небеско тело налазило у положају  $S'$  добио тренутак његова пролаза кроз меридијан, треба у овом случају одбити поправку  $\Delta t = -\Delta T$ , тако да ће бити, с обзиром на горњу везу,

$$\Delta A' \sin z' = -\Delta T \cos \delta.$$

Уврстимо ли у овај израз већ добивену вредност за  $\Delta A'$ , он ће нам дати поправку

$$\Delta T^s = +0^s,00117 i' \sin A_0 \sec z' \sec \delta,$$

у временским секундама. Ако је посматрани тренутак  $T'$ , тренутак пролаза кроз меридијан биће

$$T = T' + 0^s,00117 i' \sin A_0 \sec z' \sec \delta. \quad (355)$$

За доњу кулминацију треба само место  $\delta$  ставити  $180^\circ - \delta$ .

Највећи утицај аномалија рефракције на тренутак пролаза кроз меридијан биће очигледно када је зенит рефракције померен на исток или на запад од зенита.

Бројни коефицијенти у изразима за утицај месне рефракције на хоризонтске координате и тренутак пролаза небеског тела кроз меридијан важе за случај када читава атмосфера има нагиб  $i$ . Утицај нагиба појединих њених слојева може се добити када се уведе коефицијент  $\tau$

из таблице 11 којим је дефинисано учешће сваког појединог слоја од морског нивоа до дате висине у укупној астрономској рефракцији.

Из исте таблице се види да приземни слој атмосфере дебљине 10 km уноси  $2/3$  нормалне рефракције, те је у пракси довољно ако се већ и само о њему поведе рачуна при рачунању утицаја месних аномалија. Међутим нагиб слојева до 10 km висине може се данас добити из синоптичких карата или из аеролошких мерења правца и јачине ветра балон-сондама.

Када су у питању претежно утицаји теренских неравнина или зрачења месних предмета, овај се нагиб може извести и из хоризонталног температурског градијента, тј. из мерених температура око „сумњивог“ места на разним тачкама једнаке висине. Тада је у питању само нагиб најнижег приземног слоја, но и он може често унети мерљиве поремећаје.

Таблица 13

$A_0=0^\circ, \Delta A'=0, \Delta T=0$

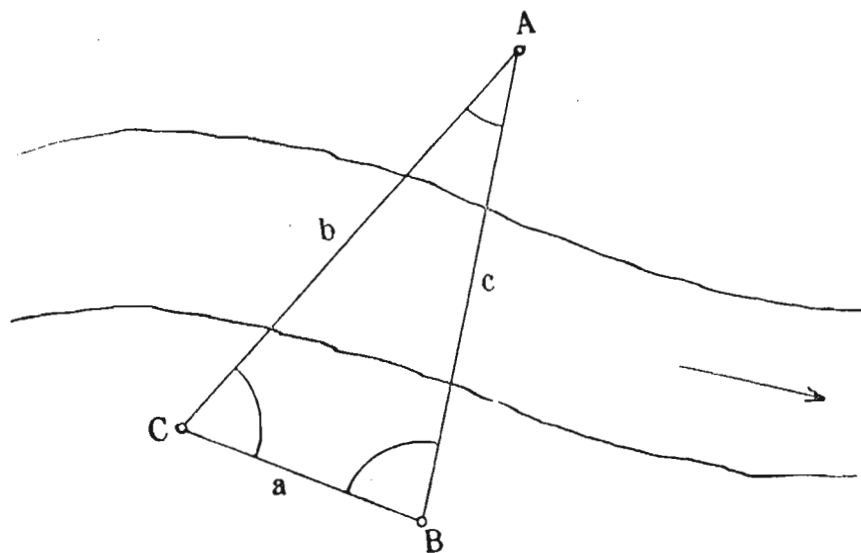
$i'$	$\Delta z'$
1'	$\mp 0'',018$
2	35
3	52
4	70
5	88
6	105
7	122
8	140
9	158
10	175
11	192
12	210
13	228
14	245
15	$\mp 0,262$

$A_0=90^\circ, \Delta z'=0$

$i'$	$\Delta A'$	$\Delta T$
1'	$\mp 60'',16$	$\pm 0^s,002$
2	60,16	3
3	60,16	5
4	60,16	7
5	60,16	8
6	60,16	10
7	60,16	11
8	60,16	13
9	60,16	15
10	60,16	16
11	60,16	18
12	60,16	20
13	60,16	21
14	60,16	23
15	60,16	$\pm 0,025$

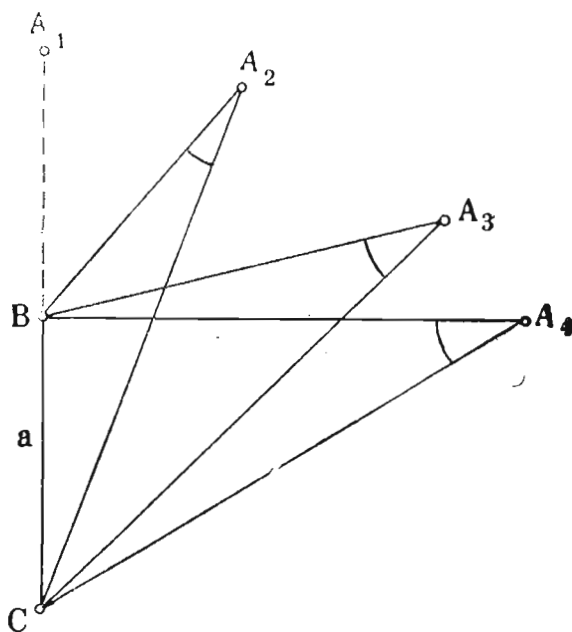
Из приложене таблице се види како утичу разне вредности нагиба  $i'$  на поправку хоризонтских координата и времена пролаза кроз меридијан, небеског тела које кулминује у зениту места с географском ширином  $\varphi=45^\circ$  у два гранична случаја: када се зенит рефракције налази у меридијану и у првом вертикалу. У првом случају је  $\Delta A'=0$ , па и  $\Delta T=0$ , а у другом је  $\Delta z'=0$ . Таблица је израчуната за нагибе који не прелазе  $15'$ , а који се обично јављају у пракси и из ње се види ред величине месних аномалија астрономске рефракције.

**1.3.2. Паралакса.** — Под паралаксом у најопштијем случају назива се угао под којим се једна дата дужина  $a$  види са неке дате тачке  $A$ . Ако имамо једну измерену дужину  $a$ , и неку тачку  $A$  нпр. негде



Сл. 46. Појам паралаксе

преко реке или на каквом другом неприступачном месту (сл. 46), довољно је измерити углове  $B$  и  $C$  да бисмо нашли паралаксу  $A$ , а затим решењем троугла  $ABC$  и даљине тачака  $B$  и  $C$  од станице  $A$ . Принцип је познат са његове вишеструке примене у Геодезији (триангулација, прецизна полигонометрија, тахиметрија, итд.).



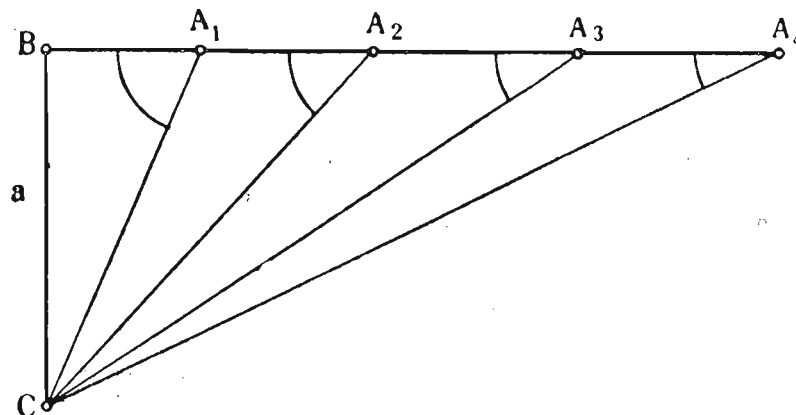
Сл. 47. Промена паралаксе са променом правца

Уочимо међутим одмах неке зависности код ове појаве.

Ако се тачка  $A$  креће не мењајући своју даљину, рецимо од тачке  $C$  (сл. 47), угао под којим се из  $A$  види дужина  $BC$ , или паралакса, мењаће се с променом положаја тачке  $A$  од нуле до неке максималне вредности. Ако се тачка налази на правцу  $BC$ , паралакса ће бити једнака нули. Ограничимо ли кретање тачке  $A$  од  $A_1$  до  $A_4$ , када угао  $B$

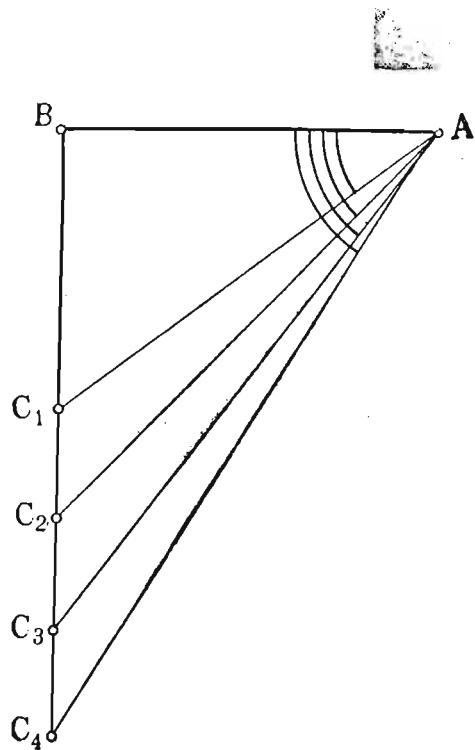
достиге вредност од  $90^\circ$ , онда ће паралакса која одговара положају  $A_4$  бити максимална.

Ако се тачка  $A$  удаљава по правој линији од  $B$  (сл. 48), паралакса  $A$  биће све мања што је тачка  $A$  даља од  $B$ , односно  $C$ .

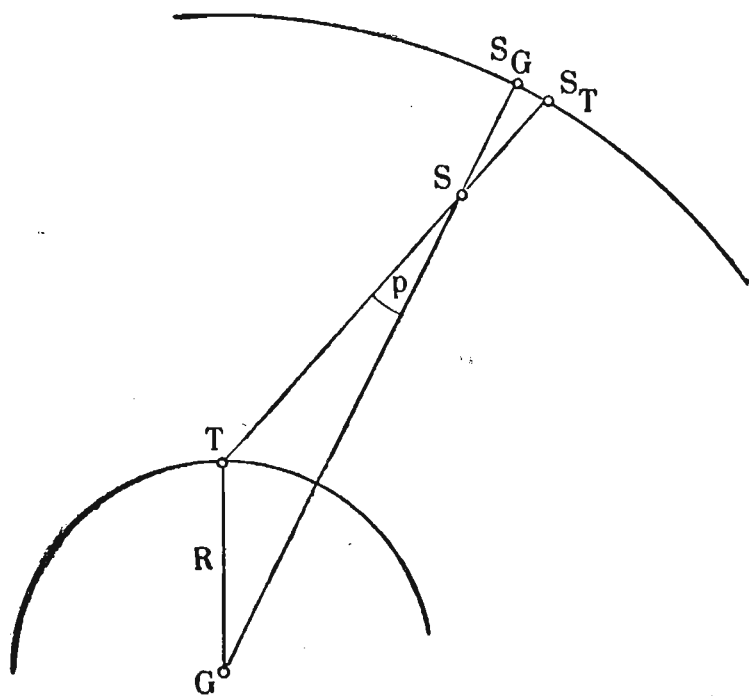


Сл. 48. Промена паралаксе са променом даљине

Ако се дуж  $BC$  повећава (сл. 49), паралакса  $A$  мерена из сталне тачке  $A$  такође ће расти. Смањује ли се дуж  $BC$  и паралакса ће опадати.



Сл. 49. Промена паралаксе са променом основице



Сл. 50. Топоцентрични и геоцентрични положај и дневна паралакса

У Астрономији имамо редовно посла са тзв. *топоцентричним правцем*  $TSS_T$  (сл. 50) небеског тела или правцем у коме га видимо са извесне тачке  $T$  на Земљи са које вршимо мерења, са наше станице. Дуж овог правца ми пројектујемо небеско тело на небеску сферу

у његов *топоцентрични положај*  $S_T$  и меримо његове *топоцентрични координате*. Мерења показују да се тела Сунчева Система, која с релативно блиска Земљи, виде у једном истом тренутку са разних станица на разним топоцентричним положајима. То значи да се њихов паралакса  $p$  мења са променом посматрачева положаја на Земљиној површини. Она се, као што ћемо мало касније ближе видети, мењати с променом положаја небеског тела у току његова привидног дневног кретања, па се оваква паралакса назива *дневна паралакса* небеских тела. Да бисмо добили положај небеског тела који не зависи од посматрачева положаја и привидног дневног кретања, тј. да бисмо могли упоређивати мерене координате са разних станица, морамо са мерених топоцентричних координата, познајући саму паралаксу  $p$ , прећи на њихове *геоцентричне координате*, које одговарају њиховом *геоцентричном положају*  $S_G$ , тј. положају у коме би посматрач видео небеско тело из Земљина средишта, као једне јединствене фиктивне станице.

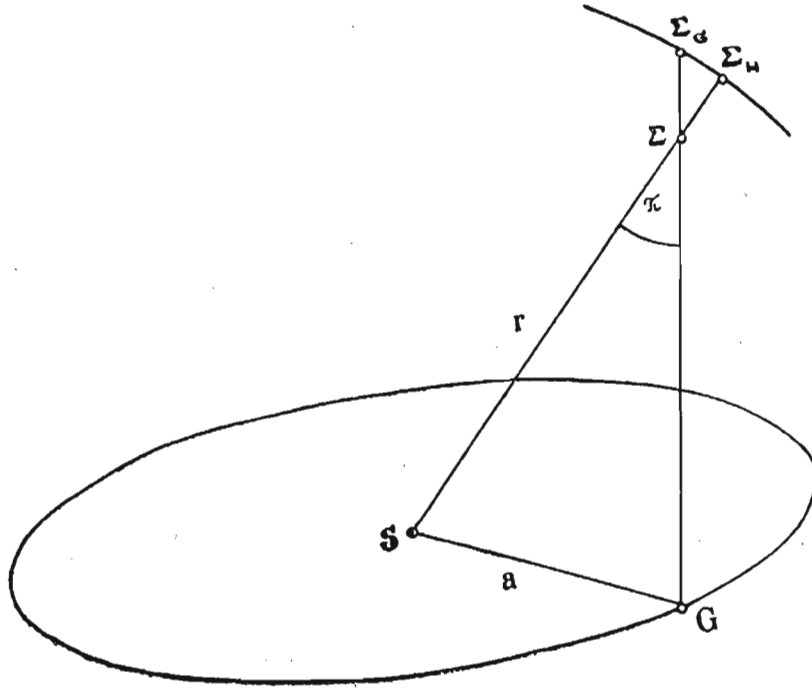
Овакве стандардне геоцентричне положаје тела Сунчева Система дају астрономски годишњаци. Обрнутим прелазом из њих се могу добити њихови топоцентрични положаји, у којима ће се она са одређене станице видети у одређеном тренутку.

Међутим даљине звезда су тако велике да је њихова дневна паралакса једнака нули. Мерене координате звезда једнаке су геоцентричним. И доиста, мерења показују да за једну исту звезду добијамо исте топоцентричне координате ма са које станице их мерили у истом тренутку (у границама грешака мерења). Но ако их са једне исте станице меримо рецимо у размаку од пола године, кад Земља обиђе половину своје путање и дође на супротну страну од Сунца, онда се мерене координате нешто разликују међу собом, бар код ближих звезда. У овим случајевима је посматрач мерио координате небеског тела са разних крајева пречника Земљине путање, а дужина овог последњег није више занемарљива према даљинама звезда. Мали угао  $\pi$  у правоуглом троуглу у коме је хипотенуза даљина звезде од Сунца, а мања катета полуосовина  $a$  Земљине путање око Сунца назива се *годишња паралакса звезде* (сл. 51). Положај звезде који не зависи од Земљина кретања око Сунца био би њен положај измерен из Сунчева средишта. Тај положај се назива *хелиоцентрични положај*  $\Sigma_H$ . Ако смо из мерења одредили годишњу паралаксу звезде, можемо лако, као што ће се даље видети, рачунски прећи са њених геоцентричних положаја на један њен стандардни, хелиоцентрични положај.

У астрономским годишњацима дају се хелиоцентрични положаји звезда, а обрнутим се рачуном могу наћи њихови геоцентрични положаји за сваки тренутак, тј. за сваки Земљин положај на путањи око Сунца, ако је позната њихова годишња паралакса. Но одмах на почетку треба рећи да је због големих звезданих даљина позната годишња паралакса само за мањи број звезда. За све остале се узима да су бескрајно далеко, тј. да им је годишња паралакса једнака нули или да им се геоцентрични положаји поклапају са хелиоцентричним.

**1.3.2.1. Дневна паралакса и њен утицај на хоризонтске и екваторске координате Сунца.** — На сл. 52 приказан је део Земљине лопте с посматрачком станицом у  $T$  и с произвољним положајем

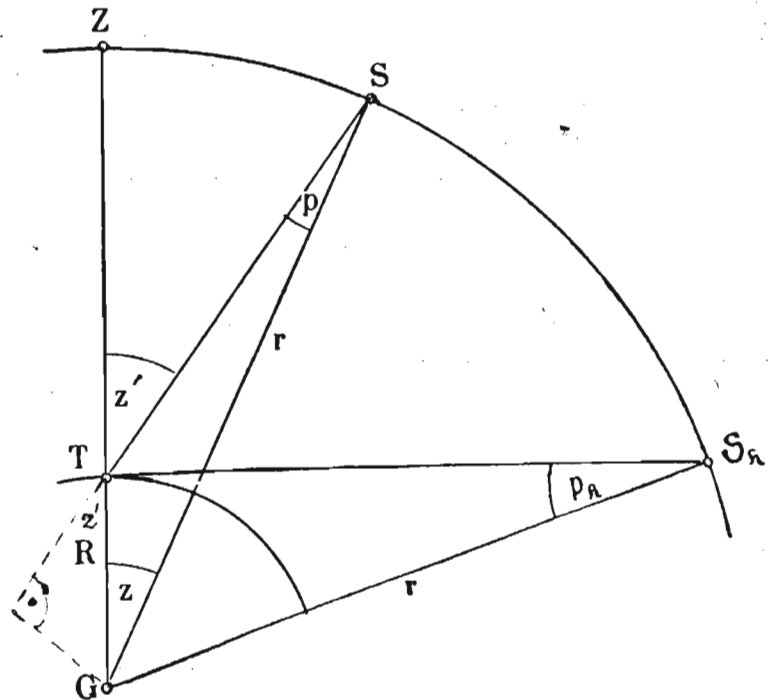
небеског тела у  $S$ .  $S_h$  је положај истог тела на хоризонту места  $T$ . Угао под којим се види Земљин полупречник  $R$  из произвољног поло-



Сл. 51. Појам годишње паралаксе

жаја небеског тела  $S$  зове се *висинска паралакса* његова  $p$ , а угао под којим се исти потег види из положаја небеског тела  $S_h$  на хоризонту зове се *хоризонтска паралакса* његова  $p_h$ .

Фиктивним спуштањем посматрачевим из  $T$  у Земљино средиште  $G$  промениће се само зенитска даљина тела  $S$  од топоцентричне  $z'$ , на геоцентричну  $z$ , јер се цела појава одиграва у једној равни — равни слике. Зато дневна паралакса не мења азимуте небеских тела, па се може писати



$$A = A'.$$

(356)

Сл. 52. Промена дневне паралаксе са висином звезде

Да бисмо нашли везу између топоцентричне и геоцентричне зенитне даљине, нађимо најпре везу између висинске и хоризонтске

паралаксе. Хоризонтска паралакса се просто налази из троугла  $TS$

$$\sin p_h = \frac{R}{r},$$

или због мајушности угла  $p_h$ :

$$p_h = \frac{R}{r \sin 1''}. \quad (3)$$

Висинска паралакса се добива из троугла  $TSG$ :

$$\sin p = \frac{R}{r} \sin z',$$

или због мајушности угла  $p$  и  $s$  обзиром на (357)

$$p = \frac{R}{r \sin 1''} \sin z' = p_h \sin z'. \quad (35)$$

Сматрамо ли Земљу за елипсоид, потег  $R$  је различит за разне посматрачке станице, но његова промена изазива мерљиву промену дневне паралаксе само код најближих нам небеских тела, као што Месец, где она достиже око  $6'$ . Максимална његова промена међу Сунчеву паралаксу само за  $0'',03$ , па се зато у Геодеској астрономији може с довољном тачношћу у овом случају сматрати да је Земља лопта чији је полупречник једнак Земљиним екваторском полупречнику  $R_0$ . Зато се за Сунце може сматрати да је хоризонтска паралакса његова ма за коју посматрачку станицу једнака његовој хоризонтској паралакси за станицу на екватору, тз. *екваторској хоризонтској паралакси*  $p_0$ , која је и највећа од свију, јер је екваторски полупречник Земљин највећи:

$$p_h = \frac{R}{r \sin 1''} = \frac{R_0}{r \sin 1''} = p_0. \quad (359)$$

Зато је ма на којој зенитној даљини  $z'$ , с обзиром на (358) за Сунце

$$p = p_0 \sin z'. \quad (360)$$

Прелаз са топоцентричне на геоцентричну зенитну даљину са  $z$  је лако извршити. Из троугла  $TSG$  са сл. 52 непосредно следи:

$$z = z' - p,$$

па се, с обзиром на (360), за Сунце ово свођење може извршити преко израза

$$z = z' - \rho_0 \sin z', \quad (361)$$

где је  $\rho_0$  екваторска хоризонтска паралакса Сунца дата изразом (359).

Узмемо ли да је Земља лопта ( $R = \text{const} = 6\,378 \text{ km}$ ), из израза (357) се види да хоризонтска паралакса зависи само од геоцентричне даљине  $r$  небеског тела. У доњој табlici дате су, илустрације ради, вредности геоцентричне даљине (у Земљиним полупречницима и у хиљадама, одн. милионима km) које одговарају разним вредностима хоризонтске паралаксе.

Таблица 14

$\rho_h$	60'	50'	40'	30'	20'	10'	1'
$r$ у $R$	57	69	86	115	172	344	3 438
$r$ у хиљад. km.	365	439	548	731	1 096	2 193	21 927

$\rho_h$	60''	50''	40''	30''	20''	10''	1''
$r$ у $R$	3 438	4 125	5 157	6 875	10 313	20 626	206 265
$r$ у мил. km.	22	26	33	44	66	132	1 316

Услед тога што се Земља креће око Сунца по елипси, као и Месец око Земље, мењају се периодично у току године Сунчеве геоцентричне даљине  $r_{\odot}$ , а у току месеца Месечеве геоцентричне даљине  $r_{\zeta}$ , па се зато мењају и њихове екваторске хоризонтске паралаксе. Астрономски годишњаци дају ове вредности за тренутке раздвојене једнаким временским размацима, одакле се интерполацијом могу наћи за сваки дати тренутак. Доња таблица даје вредности Сунчеве и Месечеве екваторске хоризонтске паралаксе за сваки месец у години.

Таблица 15

Датум	1.1.	1.11.	1.111.	1.1111.	1.11111.	1.111111.	1.1111111.	1.11111111.	1.111111111.	1.1111111111.	1.11111111111.	1.111111111111.
$\rho_{\odot}$	8'', 95	8'', 93	8'', 88	8'', 81	8'', 73	8'', 68	8'', 66	8'', 67	8'', 72	8'', 79	8'', 87	8'', 92
$\rho_{\zeta}$	54' 14''	54' 3''	54' 17''	55' 52''	57' 43''	59' 55''	60' 42''	59' 29''	57' 1''	55' 33''	54' 18''	54' 21''

Најзад, из истог разлога се мењају и дневне паралаксе осталих тела Сунчева Система. У табlici 16 дате су екстремне и средње вредности екваторских хоризонтских паралакса за Сунце, Месец и велике планете, као и односне геоцентричне даљине ових небеских тела. Даљине Месеца дате су у километрима, а код осталих небеских тела у астрономским јединицама (средња даљина Земље од Сунца).



Таблица 16

	☾	☉	♀	♁	♂	♃	♅	♁	♄	♆
$\rho_0 \max$	60' 21", 36	8",95	16",00	33",85	23",78	2",23	1",00	0",51	0",31	0",31
$r \min$	363 299	0,983	0,55	0,26	0,37	3,95	8,00	17,29	28,81	28,65
$\rho_0 a$	57' 2", 55	8",80	8",71	8",80	5",79	1",69	0",92	0",46	0",29	0",22
$\rho_0 b$	56 51,02	8,70	8,68	8,77	5,77	1,69	0,92	0,46	0,29	0,22
$\Delta = \rho_0 a - \rho_0 b$	11,53	0,03	0,03	0,03	0,02	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
$r_m$	384 403	1,00	1,01	1,00	1,52	5,20	9,54	19,20	30,07	39,45
$\rho_0 \min$	54' 4", 43	8",65	5",99	5",06	3",30	1",36	0",79	0",42	0",28	0",18
$r \max$	405 507	1,02	1,47	1,74	2,67	6,45	11,07	21,10	31,33	50,25
$\rho_0 \max - \rho_0 \min$	6' 16", 93	0",30	10",01	28",79	20",48	0",87	0",21	0",09	0",03	0",13

Код ближних небеских тела Земљи но што је Сунце, нарочито код Месеца, Земљина спљоштеност уноси мерљиве промене у дневну паралаксу. Зато се ту мора са екваторске хоризонтске паралаксе  $\rho_0$ , коју дају астрономски годишњаци, најпре прећи на хоризонтску паралаксу  $\rho_h$  за хоризонт дате станице, па тек на дневну висинску паралаксу  $\rho$  за дату зенитну даљину  $z'$ . То се, међутим, може врло просто постићи, ако се у изразу (358) однос  $R/r \sin 1''$  помножи и подели Земљиним екваторским полупречником  $R_0$ :

$$\rho = \frac{R}{R_0} \frac{R_0}{r \sin 1''} \sin z'.$$

Усвојимо ли да потег  $R$  за дату станицу изражавамо у Земљиним екваторским полупречницима  $R_0$  као јединицама, онда је

$$\rho = \rho_h \sin z' = R \rho_0 \sin z'. \quad (362)$$

Зато у оваквим случајевима за прелаз са топоцентричне зенитне даљине на геоцентричну треба место израза (361) користити израз

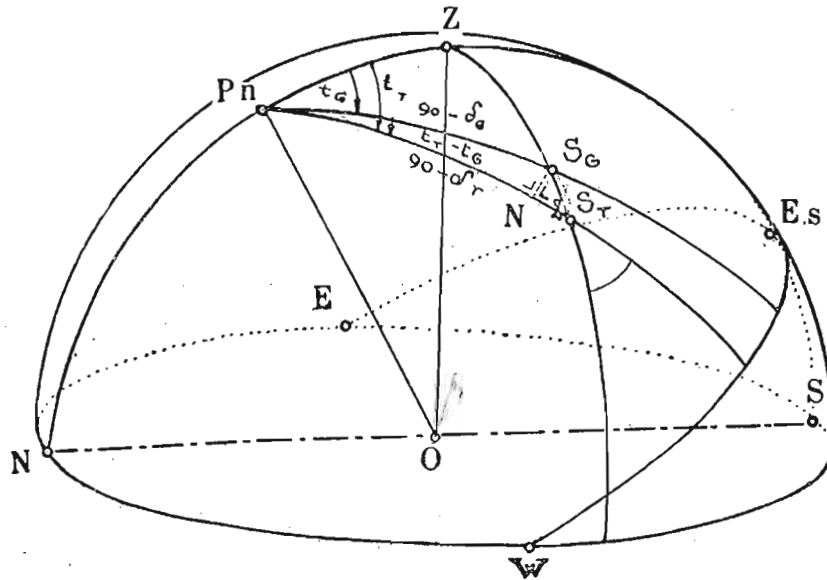
$$z = z' - R \rho_0 \sin z'. \quad (363)$$

Изразима (356) и (361), одн. (363), уз помоћ вредности (357) и (359), решено је питање прелаза са топоцентричних хоризонтских координата на геоцентричне, па и питање обрнутог прелаза када се ови изрази реше по топоцентричним хоризонтским координатама  $A'$  и  $z'$ , пошто се под синусом без уштрба у тачности може тада место  $z'$  ставити  $z$ .

Међутим се у пракси јавља и потреба прелаза са топоцентричних месних екваторских координата на геоцентричне и обрнуто. Изразе за овај прелаз можемо лако извести са сл. 53 на којој је  $S_G(t, \delta)$  гео-

центрични, а  $S_T(t', \delta')$  топоцентрични положај небеског тела, ако синус и косинус паралактичког угла  $q$  изразимо односом страна малог троугла  $S_G S_T N$ :

$$\sin q = \frac{N S_G}{S_G S_T}, \quad \cos q = \frac{N S_T}{S_G S_T}.$$



Сл. 53. Утицај дневне паралаксе на месне екваторске координате

У његове стране, под горњом претпоставком, на врло прост начин улазе разлике између топоцентричних и геоцентричних месних екваторских координата, јер је

$$N S_G = (t' - t) \cos \delta, \quad N S_T = \delta - \delta', \quad S_G S_T = p_0 \sin z'.$$

Ако их сменимо у претходне односе, добивамо тражене изразе у облику

$$\begin{aligned} t' - t &= p_0 \sin z' \sec \delta \sin q, \\ \delta' - \delta &= -p_0 \sin z' \cos q. \end{aligned} \quad (364)$$

Када се паралактички угао мења од  $0^\circ - 180^\circ$ , из ових се израза види да је топоцентрични часовни угао увек већи од геоцентричног, што значи да дневна паралакса увек удаљује небеско тело од меридијана. Међутим топоцентрична деклинација може бити и већа и мања од геоцентричне, што зависи од знака уз  $\cos q$ .

Последње изразе можемо довести на њихов класичан облик, изражен само у екваторским координатама, ако из њих елиминишемо  $\sin z' \sin q$  и  $\sin z' \cos q$ . И доиста, ако на паралактички троугао на сл. 53 применимо синусну и синусно-косинусну теорему, ове вредности ћемо добити изражене у екваторским координатама:

$$\begin{aligned} \sin z' \sin q &= \cos \varphi \sin t', \\ \sin z' \cos q &= \sin \varphi \cos \delta' - \cos \varphi \sin \delta' \cos t'. \end{aligned}$$

Ако их уврстимо у изразе (364) и с десне стране без уштрба у тачности ставимо  $\delta' = \delta$  и  $t' = t$ , добићемо тражене изразе:

$$\begin{aligned} t' - t &= p_0 \cos \varphi \sec \delta \sin t, \\ \delta' - \delta &= -p_0 (\sin \varphi \cos \delta - \cos \varphi \sin \delta \cos t). \end{aligned} \tag{365}$$

Дневна паралакса различито делује на зенитну даљину горњег и доњег Сунчевог и Месечевог руба, зато су привидно топоцентрични пречници ових небеских тела нешто већи од геоцентричних. Међутим ова разлика је мања од  $0'',05$ , па се у пракси Геодеске астрономије може занемарити.

Најзад последња таблица приказује комбиновани утицај нормалне рефракције и дневне паралаксе за Сунце и Месец. Подаци су израчунати на основи израза

$$\rho = k \operatorname{tg} z', \quad \rho_{\odot} = \rho_{0\odot} \sin z', \quad \text{одн.} \quad \rho_{\zeta} = R \rho_{0\zeta} \sin z',$$

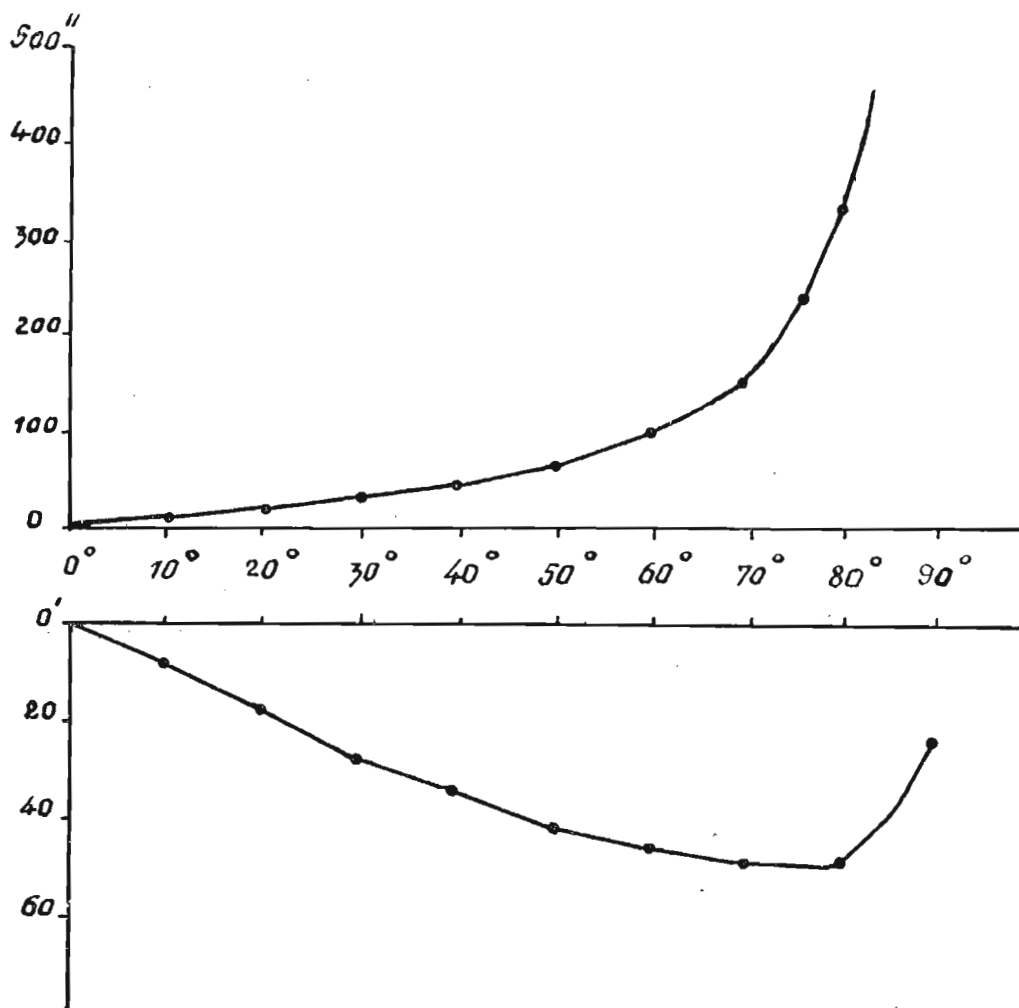
са константом рефракције  $k = 60'',154$  и средњим вредностима хоризонтских екваторских паралакса  $\rho_{0\odot} = 8'',80$ ,  $\rho_{0\zeta} = 57',7$  за разне топоцентричне зенитне даљине од  $0^\circ - 90^\circ$ .

Таблица 17

$z'$	$0^\circ$	$10^\circ$	$20^\circ$	$30^\circ$	$40^\circ$	$50^\circ$	$60^\circ$	$70^\circ$	$80^\circ$	$90^\circ$
$\rho$	$0'',00$	$10'',61$	$21'',90$	$34'',73$	$50'',48$	$71'',69$	$104'',19$	$165'',27$	$341'',15$	$2\ 040'',00$
$\rho_{\odot}$	$0,00$	$1,53$	$3,01$	$4,40$	$5,66$	$6,74$	$7,62$	$8,27$	$8,67$	$8,80$
$\rho_{\zeta}$	$0',00$	$9',90$	$19',49$	$28',50$	$36',64$	$43',66$	$49',36$	$53',56$	$56',13$	$57',00$
$\rho - \rho_{\odot}$	$0'',00$	$9'',08$	$18'',89$	$30'',33$	$44'',82$	$64'',95$	$97'',57$	$157'',00$	$332'',48$	$2\ 031'',20$
$\rho - \rho_{\zeta}$	$0',00$	$-9',72$	$-19',13$	$-27',92$	$-35',80$	$-42',47$	$-47',62$	$-50',81$	$-50',44$	$-23',00$

Кретање комбинованог износа  $\rho - \rho$  за оба небеска тела приказано је и графички на сл. 54.

Како рефракција привидно издиже, а дневна паралакса привидно спушта положаје небеских тела, и како је утицај рефракције на Сунчев положај већи по апсолутној вредности, то се у комбинованом утицају на Сунчев положај појављује рефракција нешто смањена, и то различито за разне зенитне даљине. Код комбинованог утицаја на Месечев положај преовлађује дневна паралакса.



Сл. 54. Комбиновани утицај нормалне рефракције и дневне паралаксе за Месец и Сунце

**Пример 51.** — Мерена зенитна даљина Сунца у Београду 1961. априла 20. износила је  $z' = 50^{\circ} 20' 30'',5$ . Свести је на геоцентричну.

Користићемо израз (361) и вредност  $p_0$  за Сунце из Годишњака нашег неба за 1961. г. (стр. 20) за горњи датум.

$p_0$	8'',76	$z'$	50° 20' 30'',5
$\sin z'$	0,7699	$-p$	-6,7
$p$	6'',74	$z$	50° 20' 23'',8

**Пример 52.** — Наћи разлику између топоцентричних и геоцентричних екваторских координата Сунца у Београду ( $\varphi = +44^{\circ} 48', 2$ ) 1961. јануара 17. у  $10^h 30^m 30^s$  ср.-ев. вр.

Из Годишњака нашег неба за 1961, (стр. 14) линеарним интерполовањем добивамо

$$\alpha_{\odot} = 19^h 56^m 23^s, \quad \delta_{\odot} = -20^{\circ} 45', 0.$$

Часовни угао Сунца који одговара овим координатама и датом тренутку је

$$t = 22^h 42^m 26^s, 00 = 340^{\circ} 36' 30''.$$

Из истог годишњака (стр. 14.) имамо

$$p_0 = 8'', 94.$$

Ако сад применимо изразе (365) добићемо тражене разлике (поправке):

$\sin t \sec \delta$	-0,35 505	$\sin t$	-0,33 202
$t - t' = \alpha' - \alpha$	+ 0 <sup>s</sup> ,150	$\cos t$	0,94 327
		$\sec \delta$	1,06 937
$\sin \delta \cos t$	-0,33 419	$\sin \delta$	-0,35 429
$p_0 \cos \varphi \sin \delta \cos t$	- 2'',1198	$\cos \delta$	0,93 513
$-p_0 \sin \varphi \cos \delta$	- 5,8910	$\sin \varphi$	0,70 467
$\delta' - \delta$	- 8'',01	$\cos \varphi$	0,70 953
		$p_0 \sin \varphi$	6'',2997
		$p_0 \cos \varphi$	6'',3432
		$p_0 \cos \varphi$	0 <sup>s</sup> ,4229
		15	

**1.3.2.2. Одређивање даљина небеских тела у Сунчевом Систему.** — Да би се могао извршити прелаз са геоцентричних на топоцентричне координате једног небеског тела или обрнут прелаз потребно је одредити из мерења његову дневну паралаксу  $p$ . У том случају можемо, као што изрази (357) и (358) показују, наћи и његову геоцентричну даљину.

Иако је још *Аристарх* у III в. пре н. ере нашао геометријску методу да одреди Месечеву даљину, вредност коју је тако добио била је сувише груба. Прво егзактно одређивање даљине једног небеског тела на Месечеву примеру извршили су француски академици *Лаланд* и *Лакај* у XVIII в., мерећи Месечеве координате с крајева основице која се протезала од Берлина до Рта Добре Наде.

Ово се одређивање у принципу врши на следећи начин. Претпоставимо, једноставности ради, да је Земља лопта полупречника  $R$  и да једно небеско тело  $M$  Сунчево Система посматрају једновремено два посматрача  $T_1$  и  $T_2$  који се налазе на истом Земљиним меридијану, на што већем међусобном размаку, на пример један на северној, а други на јужној хемисфери, и то га посматрају баш у тренутку пролаза кроз меридијан. Ако је Земљин полупречник дат, а топо-

центричне зенитне даљине  $z'_1$  и  $z'_2$  измерене, онда из троуглова  $T_1GM$  и  $T_2GM$  (сл. 55) добивамо изразе

$$\sin p_1 = \frac{R}{\Delta} \sin z'_1 \quad \text{и} \quad \sin p_2 = \frac{R}{\Delta} \sin z'_2, \quad (366)$$

у којима су непознате три величине  $p_1$ ,  $p_2$  и  $\Delta$ . Да бисмо их нашли потребна је још једна позната веза. Са сл. 55. је међутим очигледно

$$z'_1 = p_1 + z_1$$

и

$$z'_2 = p_2 + z_2,$$

па и

$$p_1 + p_2 = (z'_1 + z'_2) - (z_1 + z_2). \quad (367)$$

Углови  $z_1$  и  $z_2$  који се у овој новој вези јављају нису нам додуше познати, али нам је познат њихов збир, јер је

$$z_1 + z_2 = \varphi_1 + \varphi_2.$$

Зато нам трећа веза (367) даје за збир паралакса познату вредност:

$$p_1 + p_2 = (z'_1 + z'_2) - (\varphi_1 + \varphi_2) = P.$$

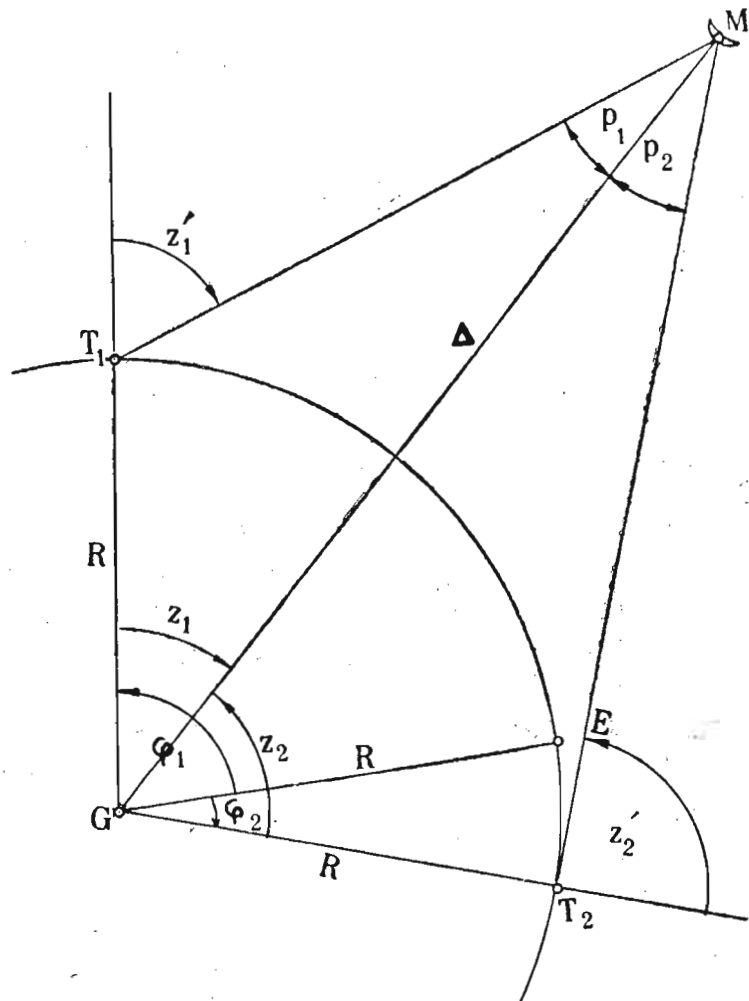
Одатле је

$$p_2 = P - p_1.$$

Ако сад ову вредност унесемо у другу једначину (366), добивамо везу

$$\sin (P - p_1) = \frac{R}{\Delta} \sin z'_2. \quad (368)$$

Прва веза (366) и веза (368) сада садрже само две непознате  $p_1$  и  $\Delta$ , па остаје да се оне из њих нађу.



Сл. 55. Принцип одређивања дневне паралаксе и геоцентричне даљине Месеца

Ако последњу једначину напишемо у облику

$$\sin P \cos p_1 = \cos P \sin p_1 + \frac{R}{\Delta} \sin z'_2,$$

па у њу уврстимо вредност за  $\sin p_1$ , из прве једначине (366) добићемо једначину

$$\sin P \cos p_1 = \frac{R}{\Delta} (\cos P \sin z'_1 + \sin z'_2). \quad (369)$$

Поделитемо ли прву једначину (366) једначином (369) елиминисаће се друга непозната  $\Delta$  и за одређивање паралаксе  $p_1$  добићемо једначину

$$\boxed{\operatorname{tg} p_1 = \frac{\sin z'_1 \sin P}{\cos P \sin z'_1 + \sin z'_2}}, \quad (370)$$

у којој су с десне стране све величине познате. Из прве једначине (366) може се затим наћи и геоцентрична даљина небеског тела.

На сличан начин се место израза (370) може наћи израз у коме се с десне стране појављују место топоцентричних зенитних даљина топоцентричне деклинације, ако се оне одређују из мерења.

За Земљи блиска небеска тела, као што је на пример Месец, од осетног је утицаја на паралаксу и даљину и Земљина спљоштеност, те се при овим одређивањима мора о њој повести рачуна. Зато је израз из кога се паралакса одређује у пракси нешто сложенији.

Од нарочитог је интереса одређивање Сунчеве паралаксе, јер се она у пракси најчешће користи, а и зато што је његова средња геоцентрична даљина, под називом *астрономска јединица* (а. ј.), усвојена за еталон дужина у Сунчевом Систему, па је потребно, одредити је с особито високом тачношћу. Упркос томе непосредно мерење Сунчевих зенитних даљина из којих би се могла одредити његова паралакса врло је непрецизно, јер се одређује из мерења веома мали угао, а топлотни Сунчев утицај на инструмент је врло велики. Зато се Сунчева паралакса одређује на разне посредне начине.

Један од њих, којим је постигнута највећа тачност, састоји се у томе да се на горњи начин одреди паралакса  $p$  једне од малих планета, које због ексцентричности својих путања прилазе веома близу Земљи, какав је на пример Ерос када се налази једновремено и у перихелу и у опозицији са Сунцем, тј. на својој елиптичној путањи у тачки најближој Сунцу и у исто време у положају када се Земља налази између њега и Сунца. Када су ова два услова испуњена, планета се налази најближе Земљи, па се њена паралакса може одредити с високом тачношћу. Сем тога, она се у инструменту види као светла тачка, па се може веома прецизно поентирати. Ако још одредимо геоцентричну даљину  $\Delta$  планете из *Кејлерових* закона, онда можемо, с обзиром на речено у претходној тачки, за Сунчеву и за планетину

паралаксу написати изразе

$$\rho_{\odot} = \frac{R}{\Delta_{\odot} \sin 1''} \quad \text{и} \quad \rho = \frac{R}{\Delta \sin 1''}.$$

У њима је  $\Delta_{\odot} = 1$ , а Земљин полупречник  $R$  има у оба израза исту вредност. Решимо ли оба израза по  $R$  и упоредимо, добићемо за Сунчеву паралаксу израз

$$\rho_{\odot} = \rho \cdot \Delta. \quad (371)$$

И мерења Еросових координата 1931. г., када се налазио у перихелској опозицији и пришао Земљи до на 0,18 а. ј. *Сџенсер Џонс* је нашао његову паралаксу, а за Сунчеву одатле извео заокругљен износ

$$\rho_{\odot} = 8'', 800 \pm 0'', 003, \quad (372)$$

којим је проверена Сунчева паралакса одређена из Еросове опозиције 1901. г. и другим методама. Она је била усвојена на Међународном астрономском конгресу за фундаменталне астрономске константе у Паризу још 1896. г. као фундаментална астрономска константа за све рачуне. Одатле је за астрономску јединицу била изведена и усвојена међународна вредност

$$a. j. = 149\,500\,000 \text{ km} \pm 50\,000 \text{ km}. \quad (373)$$

Обе ове константе и данас су у важности.

У најновије време се међутим траже нове методе и води борба за одређивање ових основних констаната са већом тачношћу, коју намеће човекова данашња потреба да закорачи на друга небеска тела.

**1.3.2.3. Годишња паралакса звезда и њен утицај на еклиптичке и екваторске координате.** — Претпоставићемо са довољном тачношћу за извођење у овој тачки да је Земљина путања кружна. Ако полупречник њене путање  $r$  није занемарљиво мали према хелиоцентричној даљини  $\Delta$  звезде, онда се њен геоцентрични и хелиоцентрични правац не поклапају, већ заклапају међу собом неки мали угао  $\rho$ . То је у исто време и угао између њеног геоцентричног положаја  $\Sigma'$  и хелиоцентричног положаја  $\Sigma$  (сл. 56). Ако са  $T$  обележимо угао између геоцентричних положаја Сунца и звезде, онда је из троугла  $S\Sigma_{\odot}T$ :

$$\sin \rho = \frac{r}{\Delta} \sin T, \quad (374)$$

или с обзиром на мајушност угла  $\rho$ :

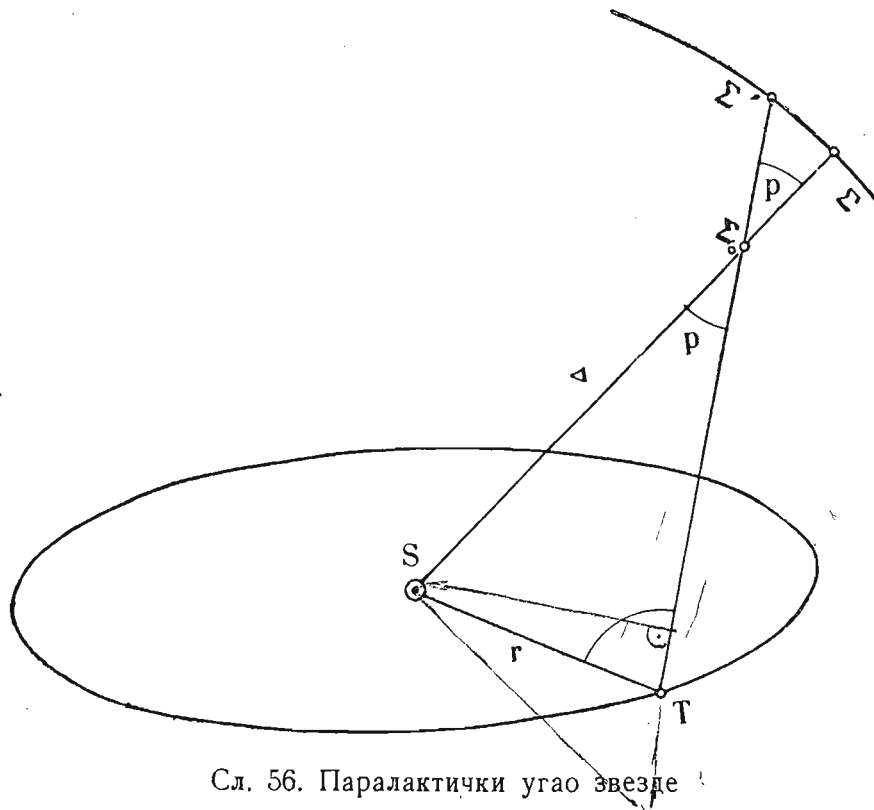
$$\rho = \frac{r}{\Delta \sin 1''} \sin T. \quad (375)$$



Константни коефицијент

$$\pi = \frac{r}{\Delta \sin 1''} \quad (376)$$

назива се *годишња паралакса* звезде, па се зато може рећи да је угао између геоцентричног и хелиоцентричног положаја звезде једнак годиш-



Сл. 56. Паралактички угао звезде

њој паралакси њеној помноженој синусом угла између геоцентричних праваца Сунца и звезде:

$$p = \pi \sin T. \quad (377)$$

Осим тога, геоцентрични положај звезде налази се у близини њеног хелиоцентричног положаја, и то померен ка Сунцу на луку великог круга који пролази кроз оба положаја звезде и Сунчево средиште.

Утицаји годишње паралаксе звезде на њене еклиптичке координате  $\lambda' - \lambda$  и  $\beta' - \beta$  лако се могу добити ако се уцртају оба положаја звезде и положај Сунца у еклиптички координатни систем (сл. 57). Обележимо, упрошћења ради, са  $\Sigma$  угао у троуглу  $P\Sigma\Sigma'$  код истоименог темена, а лук  $\Sigma S$  са  $T$ , пошто је бројно једнак углу  $T$  са претходне слике.

Из троугла  $P\Sigma\Sigma'$  тада је

$$\sin(\lambda' - \lambda) \sin(90^\circ - \beta') = \sin p \sin \Sigma.$$

Заменимо ли под синусом  $\beta'$  са  $\beta$ , што ће занемарљиво смањити тачност нашег израза, и сетимо ли се да су углови  $\lambda' - \lambda$  и  $p$  веома мали, последњи израз ће постати

$$(\lambda' - \lambda) \cos \beta = \pi \sin T \sin \Sigma.$$

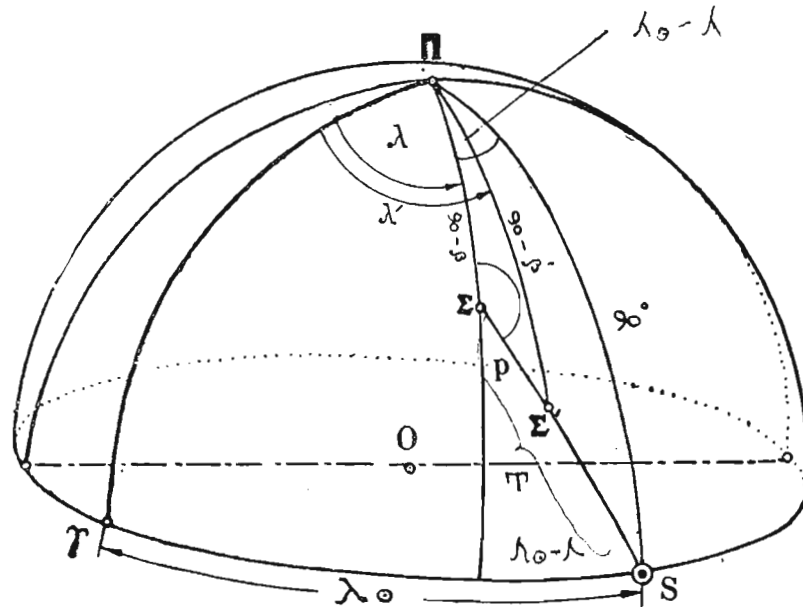
Из троугла  $\Pi\Sigma S$  је

$$\sin T \sin \Sigma = \sin 90^\circ \sin (\lambda_\odot - \lambda) = \sin (\lambda_\odot - \lambda).$$

Зато је утицај годишње паралаксе на лонгитуду

$$\lambda' - \lambda = \pi \sin (\lambda_\odot - \lambda) \sec \beta.$$

(378)



Сл. 57. Утицај годишње паралаксе на еклипичке координате

Даље је из троугла  $\Pi\Sigma\Sigma'$

$$\sin p \cos \Sigma = \sin \beta' \cos \beta - \cos \beta' \sin \beta \cos (\lambda' - \lambda).$$

С обзиром да је  $\lambda' - \lambda$  веома мали угао, његов је косинус близак јединици, па се без уштрба у тачности може написати

$$\sin p \cos \Sigma = \sin (\beta' - \beta)$$

или

$$\beta' - \beta = p \cos \Sigma = \pi \sin T \cos \Sigma.$$

Међутим је из троугла  $\Pi\Sigma S$

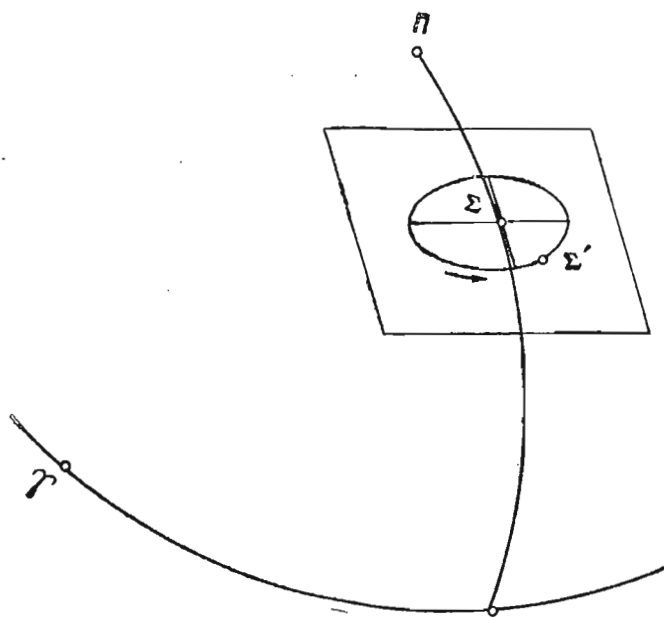
$$\begin{aligned} \sin T \cos \Sigma &= \cos 90^\circ \sin (90^\circ - \beta) - \sin 90^\circ \cos (90^\circ - \beta) \cos (\lambda_\odot - \lambda) = \\ &= -\sin \beta \cos (\lambda_\odot - \lambda), \end{aligned}$$

па је утицај годишње паралаксе на латитуду

$$\beta' - \beta = -\pi \cos (\lambda_\odot - \lambda) \sin \beta.$$

(379)

Када се звезда налази у конјункцији са Сунцем ( $\lambda = \lambda_{\odot}$ ) или у опозицији са Сунцем ( $\lambda = 180^{\circ} + \lambda_{\odot}$ ), изрази (378) и (379) показују да је утицај годишње паралаксе на лонгитуду једнак нули, а на латитуду максималан. У тренуцима квадратура звезде са Сунцем ( $\lambda = 90^{\circ} + \lambda_{\odot}$  и  $\lambda = 270^{\circ} + \lambda_{\odot}$ ) утицај годишње паралаксе на латитуду звезде је нула, а на лонгитуду максималан.



Сл. 58. Геометријско место геоцентричних положаја звезде према хелиоцентричном у току године

вина тангента на кругу латитуде у тачки  $\Sigma$ , а  $x$  осовина управна на њој. Тада ће, с обзиром на изразе (378) и (379), бити

$$x = (\lambda' - \lambda) \cos \beta = \pi \sin (\lambda_{\odot} - \lambda),$$

$$y = \beta' - \beta = -\pi \cos (\lambda_{\odot} - \lambda) \sin \beta.$$

Да бисмо добили путању тачке  $\Sigma'$  у односу на тачку  $\Sigma$ , треба из горње параметарске једначине те путање да елиминисемо време које се крије у параметру  $\lambda_{\odot}$ . То ћемо постићи ако горње једначине напишемо у облику

$$\frac{x}{\pi} = \sin (\lambda_{\odot} - \lambda) \quad \text{и} \quad \frac{y}{\pi \sin \beta} = -\cos (\lambda_{\odot} - \lambda),$$

па их дигнемо на квадрат и саберемо:

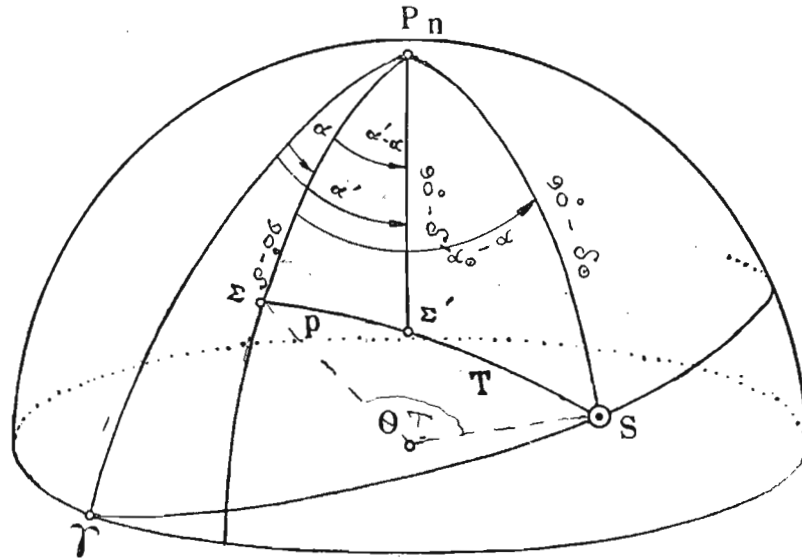
$$\boxed{\frac{x^2}{\pi^2} + \frac{y^2}{(\pi \sin \beta)^2} = 1.} \quad (380)$$

Ова једначина је једначина елипсе. Значи да геоцентрични положај звезде у току године описује око њеног хелиоцентричног положаја малу елипсу чија је велика полуоса  $\pi$ , а мала  $\pi \sin \beta$ . Уколико звезда има већу латитуду  $\beta$  елипса има све мању ексцентричност и за звезду у полу еклиптике прелази у круг, док за звезду на еклиптици дегенерише у одсечак праве, своју велику осу  $2\pi$ .

Паралактичке елипсе звезда представљају пројекцију Земљине путање око Сунца на небеску сферу и на тај начин значајан егзактни доказ у прилог хелиоцентричном систему света.

Међутим од много већег је практичног значаја наћи утицај годишње паралаксе на небеске екваторске координате  $\alpha' - \alpha$  и  $\delta' - \delta$ . Из троугла  $P_n \Sigma S'$  (сл. 59) је

$$\sin(\alpha' - \alpha) \sin(90^\circ - \delta') = \sin p \sin \Sigma.$$



Сл. 59. Утицај годишње паралаксе на екваторске координате

Под синусом можемо без уштрба у тачности ставити  $\delta' = \delta$ , а синусе веома малих углова  $\alpha' - \alpha$  и  $p$  заменити самим угловима, па ћемо место горње једначине добити

$$(\alpha' - \alpha) \cos \delta = p \sin \Sigma = \pi \sin T \sin \Sigma.$$

Међутим је из троугла  $P_n \Sigma S$

$$\sin T \sin \Sigma = \cos \delta_\odot \sin(\alpha_\odot - \alpha),$$

па је утицај годишње паралаксе на ректасцензију звезде

$$\boxed{\alpha' - \alpha = \pi \sin(\alpha_\odot - \alpha) \cos \delta_\odot \sec \delta.} \quad (381)$$

Даље је из троугла  $P_n \Sigma S'$

$$\sin p \cos \Sigma = \sin \delta' \cos \delta - \cos \delta' \sin \delta \cos(\alpha' - \alpha).$$

Зато што се  $\alpha'$  веома мало разликује од  $\alpha$ ,  $\cos(\alpha' - \alpha) \approx 1$ , па без уштрба у тачности можемо ставити

$$\sin p \cos \Sigma = \sin(\delta' - \delta),$$

а због мајушности угла  $\rho$  и  $\delta' - \delta$ ,

$$\delta' - \delta = \rho \cos \Sigma = \pi \sin T \cos \Sigma.$$

Међутим из троугла  $P_n \Sigma S$  је

$$\sin T \cos \Sigma = \cos(90^\circ - \delta_\odot) \sin(90^\circ - \delta) - \sin(90^\circ - \delta_\odot) \cos(90^\circ - \delta) \cos(\alpha_\odot - \alpha)$$

или

$$\sin T \cos \Sigma = \sin \delta_\odot \cos \delta - \cos \delta_\odot \sin \delta \cos(\alpha_\odot - \alpha),$$

па је утицај годишње паралаксе на деклинацију дат изразом

$$\delta' - \delta = \pi [\sin \delta_\odot \cos \delta - \cos \delta_\odot \sin \delta \cos(\alpha_\odot - \alpha)]. \quad (382)$$

За оне звезде које имају одређену паралаксу  $\pi$  астрономски годишњаци дају хелиоцентричне координате  $\alpha$  и  $\delta$ . Помоћу израза (381) и (382) лако можемо извршити прелаз са хелиоцентричних екваторских координата на геоцентричне и обрнуто, јер се с десне стране увек може ставити место  $\alpha, \delta$  исто тако и  $\alpha', \delta'$  због врло мале разлике између  $\alpha$  и  $\alpha'$ , као и између  $\delta$  и  $\delta'$ .

**Пример 53.** — Годишња паралакса звезде  $\alpha$  Aquilae (Altair) је  $\pi = 0'',204$ . Израчунати њен утицај на екваторске координате звезде 1961. фебруара 20. служећи се изразима (381) и (382).

Из Годишњака нашег неба за 1961. (стр. 51, одн. 15) за тај датум имамо

$$\alpha = 19^h 49^m, \quad \delta = + 8^\circ 46',$$

$$\alpha_\odot = 22 \ 13, \quad \delta_\odot = - 11 \ 5.$$

$\alpha_\odot$	22 <sup>h</sup> 13 <sup>m</sup>	clg 15	8.824	lg $\pi$	9.310
$\alpha$	19 49	lg $\pi$	9.310	lg cos $\delta$	9.995
$\alpha_\odot - \alpha$	2 <sup>h</sup> 24 <sup>m</sup>	lg cos $\delta_\odot$	9.992	lg sin $\delta_\odot$	9.284n
$\alpha_\odot - \alpha$	36° 30'	lg sin ( $\alpha_\odot - \alpha$ )	9.769	lg A	8.589n
		lg sec $\delta$	0.005	lg $\pi$	9.310
		lg ( $\alpha' - \alpha$ )	7.900	lg sin $\delta$	9.183
		$\alpha' - \alpha$	+0 <sup>s</sup> ,008	lg cos $\delta_\odot$	9.992
				lg cos ( $\alpha_\odot - \alpha$ )	9.908
				lg B	8.393n
				A	-0,039
				B	-0,025
				$\delta' - \delta = A + B$	-0'',06

**1.3.2.4. Одређивање звезданих даљина тригонометријском методом.** — Као што се из израза (378), (379), (381) и (382) у претходној тачки види, прелаз са хелиоцентричних на геоцентричне координате звезда или обрнут прелаз можемо вршити само ако познајемо годишњу паралаксу звезде  $\pi$ . Израз (376) показује да тада можемо израчунати и њену даљину.

Још у почетку ваља рећи да се, као што приказује и сл. 56, годишња паралакса  $\pi$  може одредити само за оне звезде чији је угао  $p$  већи од границе тачности наших инструмената, тј. за оне чије даљине  $\Delta$  нису сувише велике према полупречнику  $r$  Земљине путање. У том случају изрази (381) и (382), краће написани

$$\alpha' - \alpha = \pi a \quad \text{и} \quad \delta' - \delta = \pi b,$$

где су  $a$  и  $b$  познате константе, даваће коначне вредности изнад границе грешака мерења. Ако измеримо геоцентричне координате  $\alpha'$ ,  $\delta'$  звезде из два довољно удаљена Земљина положаја на њеној путањи, са крајева довољно дуге основице, онда ћемо добити два пара једначина горњег типа у чијим се разликама елиминишу непознате хелиоцентричне координате звезде  $\alpha$ ,  $\delta$ . За годишњу паралаксу добивамо тада изразе

$$\boxed{\pi = \frac{\alpha_1' - \alpha_2'}{a_1 - a_2}} \quad \text{и} \quad \boxed{\pi = \frac{\delta_1' - \delta_2'}{b_1 - b_2}}, \quad (383)$$

који се међу собом проверавају. У пракси се посматрања врше са разних делова Земљине путање, тј. у разна доба године па се годишња паралакса одређује методом најмањих квадрата. Тачност овако одређених звезданих паралакса углавном не прелази  $0'',01$ .

Са познатом годишњом паралаксом даљину звезде можемо добити из израза

$$\Delta = \frac{r}{\pi \sin 1''}. \quad (384)$$

Изражена у километрима, ова даљина би дала сувише велики број, неподесан за практичну употребу. Ако га рачунамо из израза

$$\Delta = \frac{1}{\pi \sin 1''}, \quad (385)$$

добивамо га израженог у астрономским јединицама. Но због врло великих звезданих даљина и овако добивени бројеви још увек су врло неподесни за даља рачунања. Зато се за изражавање овако великих даљина прибегло једној још већој јединици, а то је *свешлосна година* или дужина коју светлост превали у једној тропској години. Она је једнака  $9,5 \cdot 10^{12}$  km. У новије време њу истискује још већа јединица — *парсек* или даљина звезде чија је паралакса једнака  $1''$ . С обзиром

на последњи израз, који се може још написати и у облику

$$\Delta = \frac{206\,265}{\pi}, \quad (386)$$

парсек је дужина 206 265 пута већа од астрономске јединице или  $3,1 \cdot 10^{13}$  km. Даљина звезде у парсецима добива се ако се рачуна из простог израза

$$\Delta = \frac{1}{\pi}. \quad (387)$$

Открити паралактичка померања звезда мерењем значило је све до тридесетих година прошлог века пружити пресудан доказ за *Коперников* хелиоцентрични систем, у смислу реченог у претходној тачки, а затим и основу за упознавање грађе Звезданог Система. Зато су се овим проблемом бавили многи велики астрономи. Скоро једно-времено је пошло за руком трима великим астрономима да измере годишњу паралаксу звезда. То су *Хендерсон*, на Рту Добре Наде 1832., који је за звезду  $\alpha$  Centauri добио паралаксу од 1", *Бесел* у Кенигсбергу 1838., који је за звезду  $\beta$  Cygni добио паралаксу од 0",35 и *В. Струве* у Пулкову 1838., који је за звезду  $\alpha$  Lyrae добио паралаксу од 0",26, вредности које се мало разликују од каснијих, тачније утврђених. Због веома великих даљина звезда, одређивање овако мајушних углова као што су годишње паралаксе са довољном тачношћу и данас представља тежак проблем за Практичну астрономију. Горе описаном, тзв. *тригонометријском методом*, која је и најтачнија, одређене су до данас годишње паралаксе само за близу 10 000 звезда (Каталог *Ценкинсове* са Јел опсерваторије у САД). За удаљеније звезде годишње паралаксе се одређују другим, мање тачним, астрофизичким и статистичким методама, које у недостатку прецизнијих дају бар приближну слику о распореду звезда у Звезданом Систему.

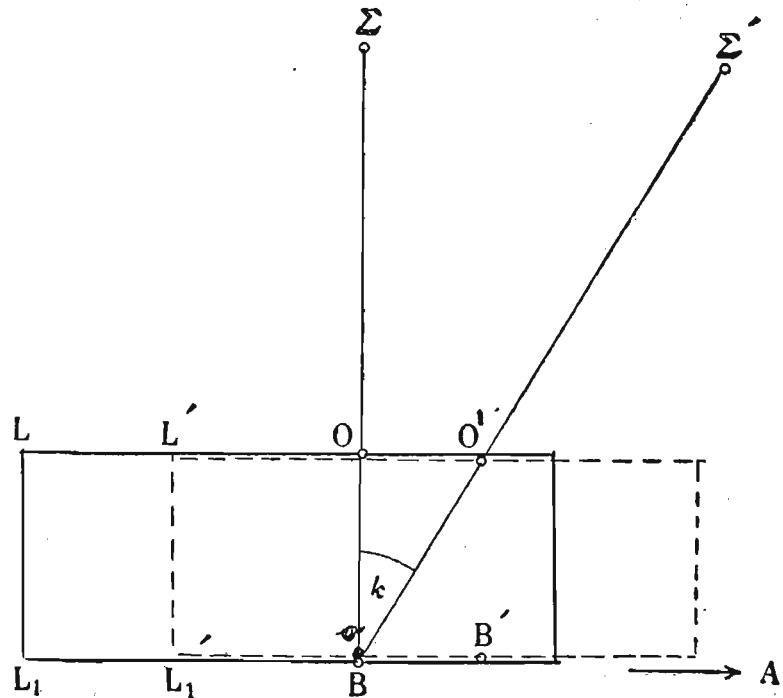
У доњој табlici дате су годишње паралаксе и даљине за неколико Сунцу и Земљи најближих звезда.

Таблица 18.

Звезда	$\pi$	$\Delta$		Звезда	$\pi$	$\Delta$	
		у св. год.	у парс.			у св. год.	у парс.
$\alpha$ Centauri A	0",760	4,3	1,3	$\epsilon$ Indi	0",285	11,4	3,5
$\alpha$ Canis Mai A	0,375	8,7	2,7	$\tau$ Ceti	0,275	11,8	3,6
$\epsilon$ Eridani	0,303	10,8	3,3	$\sigma^2$ Eridani	0,200	16,3	5,0
$\beta$ Cygni A	0,293	11,1	3,4	$\gamma$ Ophiuchi	0,199	16,4	5,0
$\alpha$ Canis Min A	0,288	11,3	3,5	$\alpha$ Aquilae	0,198	16,5	5,1

**1.3.3. Аберација.** — Појаву аберације светлости открио је 1725. г. енглески љубитељ Астрономије *Бредли*, каснији директор Гриничке опсерваторије, у потери за откривањем паралаксе звезда. Мерећи зенитне даљине звезде  $\gamma$  Draconis својим зенитским сектором, који се и данас чува у музеју Гриничке опсерваторије, открио је он промене у њеној деклинацији које су достизале и  $\pm 20''$ . Међутим померања звезде увек су се догађала ка једној тачки на еклиптици чија је лонгитуда за  $90^\circ$  мања од Сунчеве, а не ка Сунцу, као што би било да је у питању појава годишње паралаксе. После три године *Бредли* је одгонетнуо појаву и објавио не само откриће аберације светлости но и њено објашњење.

Ради лакшег тумачења суштине појаве послужимо се аналогijом и замислимо железнички вагон (правоугаоник извучен непрекидно на сл. 60) и стрелца у тачки  $\Sigma$  који гађа вагон из пушке у правцу  $\Sigma O$  управном на правцу  $BA$  кретања вагона. Ако би вагон стајао непомично, зрно би пробило први зид вагона у тачки  $O$ , а други у тачки  $B$  наспрам тачке  $O$ . Обе тачке биле би подједнако удаљене од левог зида  $LL_1$  вагона. Међутим док се зрно креће кроз вагон од



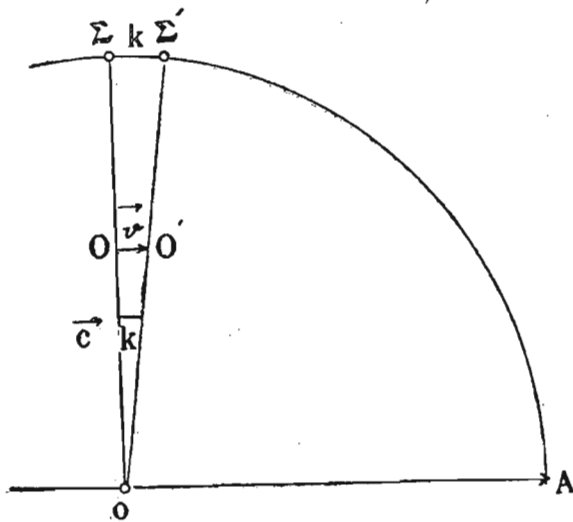
Сл. 60. Објашњење појаве аберације светлости једном механичком аналогijом

$O$  до  $B$ , он се услед сопственог кретања помери за дужину  $LL' = L_1L'_1$  и дође у нови положај (правоугаоник извучен испрекидано на сл. 60). Тачка  $O$  померила се у положај  $O'$  ( $OO' = LL'$ ). Тачка  $B$ , у коју је требало да стигне зрно, померила се за исти износ као и цео вагон и дошла у свој нови положај  $B'$  ( $BB' = L_1L'_1$ ). Наспрам старог положаја тачке  $O$  сада је дошла нова тачка  $o$  коју зрно погађа. Путнику у вагону изгледа привидно да је зрно дошло путањом  $O'o$ , пошто се отвор на првом зиду налази у  $O'$ , а на другом у  $o$ , као да се стрелац налази у тачки  $\Sigma'$ , а не у тачки  $\Sigma$ . Привидни правац  $O'o$  заклапа с правим правцем  $Oo$  угао  $k$ .

Ако место првог положаја вагона замислимо астрономски дурбин, а место стрелца *прави положај* звезде  $\Sigma$ , када би Земља била непомична или се кретала у правцу светлосног зрака који нам долази са звезде, овај последњи би погађао објектив у тачки  $O$  и доспевао у жијну раван објектива у тачку  $B$ . Међутим како се Земља креће



у правцу неке тачке  $A$  на небеској сфери, која се зове *ајекс* Земљиног кретања, и како брзина њена није занемарљиво мала према брзини светлости, то ће се док светлост пређе пут  $OB$ , тачка  $B$  померити а на место где се образује лик звезде подићи нека суседна тачка  $o$  жишне



Сл. 61. Скретање визуре с правог на привидни правац услед аберације светлости (специјалан случај)

љина кретања, онда је из троугла  $OO'o$  са сл. 61 очигледно

$$\operatorname{tg} k = \frac{v}{c} \quad \text{или} \quad k = \frac{v}{c \sin 1''}, \quad (388)$$

тј. константа аберације (у радијанима) једнака је односу брзине Земљина кретања према брзини светлости.

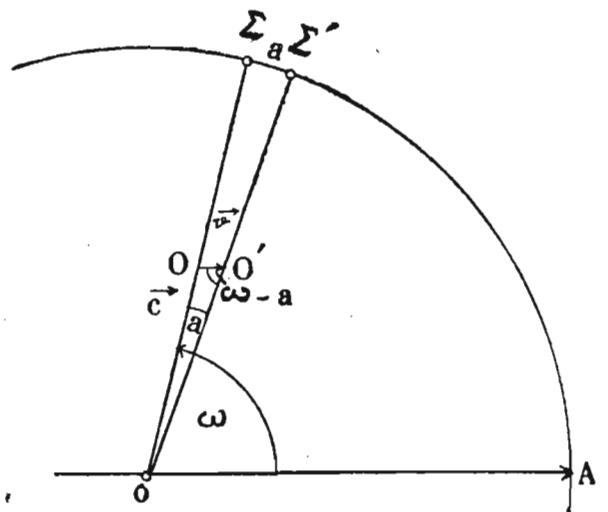
У општем случају, када прави правац  $o\Sigma$  заклапа произвољан угао  $\omega$  с правцем Земљина кретања  $oA$  (сл. 62), обележимо аберацијски угао са  $a$ . Из троугла  $OO'o$  биће тада

$$\sin a = \frac{v}{c} \sin (\omega - a)$$

или, због мајушности угла  $a$ ,

$$a = \frac{v}{c \sin 1''} \sin \omega = k \sin \omega. \quad (389)$$

Привидни положај звезде померен је услед аберације од правог по луку великог круга ка ајексу Земљина кретања за угао једнак произ-



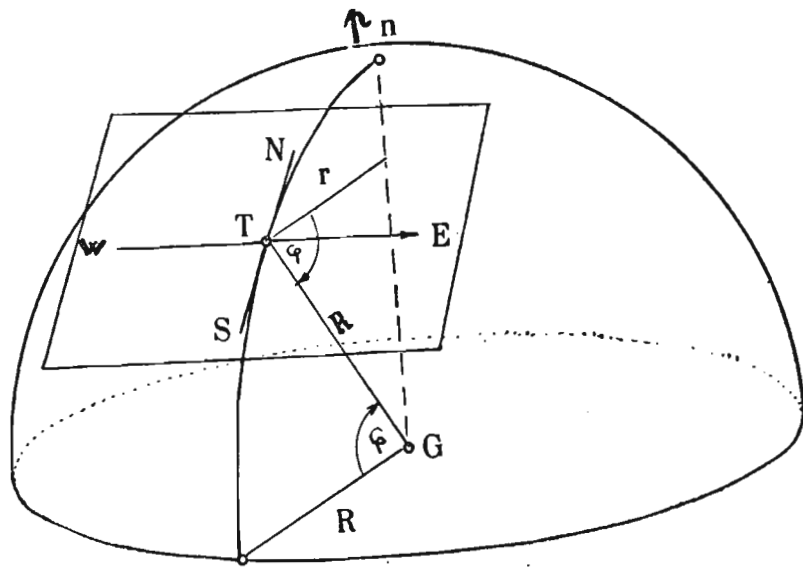
Сл. 62. Скретање визуре с правог на привидни правац услед аберације светлости (општи случај)

воду константе аберације и синуса угла који прави правац ка звезди закљача с правцем Земљина кретања.

Према напред реченом, свако Земљино кретање изазива по једну аберацију, тј. по једно угловно одступање звезде од њеног правог положаја. Ми ћемо се овде упознати са двама аберацијама о којима се најчешће води рачуна у пракси, а то су: дневна аберација, која настаје услед Земљина обртног дневног кретања и годишња аберација, која настаје услед Земљина годишњег транслаторног кретања око Сунца.

За праксу је најважније знати одредити утицаје ових аберација на координате звезда, о чему ће бити говора у наредним двама тачкама. Но да би се то могло, најпре треба одредити константу дневне аберације и апекс Земљиног обртног кретања, одн. константу годишње аберације и апекс Земљиног кретања око Сунца.

Напоменимо одмах да сваки паралел на Земљи има другу линијску брзину обртања, па и другу константу дневне аберације, но све се оне могу свести на једну стандардну која одговара тачки на екватору.



Сл. 63. Константа дневне аберације и апекс Земљиног обртног кретања

Да бисмо нашли константу дневне аберације за произвољну тачку  $T$  на Земљи (сл. 63), апроксимирајмо Земљу лоптом и уочимо

у посматрачкој станици  $T$  раван хоризонта и у њој подневачку линију  $NS$  и праву управну на њој  $EW$ . Нека је географска ширина тачке  $T$ ,  $\varphi$ , полупречник Земљин  $R$  и полупречник паралела тачке  $T$ ,  $r$ . Линијска брзина тачке на екватору је тада

$$v = \frac{2\pi R}{T}, \quad (390)$$

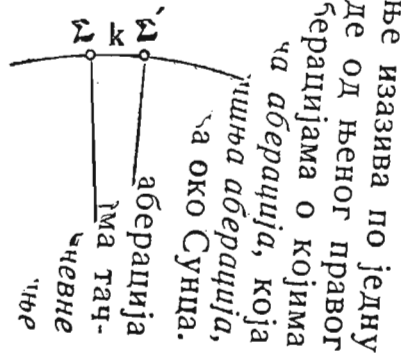
где је  $T$  звездани дан, а брзина тачке  $T$

$$v_\varphi = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi R}{T} \cos \varphi,$$

јер је  $r = R \cos \varphi$ . Другим речима је

$$v_\varphi = v \cos \varphi. \quad (391)$$

у правцу неке тачке  $A$  на небу кретања, и како брзина њена, то ће се док све место где се образује



који прави правац ка звезди

на екватору тада, према општој

$$\frac{v}{c}$$

$\sin \varphi$ .

ма њиховим усвојеним бројним дневне аберирације за тачку на

$$0^s,021,$$

$$= 0^s,021 \cos \varphi.$$

инок за тачку  $T$  је правац тангенса је ка тачки  $E$  у којој она пројекс Земљина дневног обртног

кретања је у сваком месту и свако место на Земљи источна тачка хоризонта за тај тренутак и то место.

Према томе, привидни положај звезде  $\Sigma'$  биће од правог положаја њеног  $\Sigma$  привидно померен услед дневне аберирације ка источној тачки за мали угао

$$\Sigma \Sigma' = 0'',32 \cos \varphi \sin \omega. \quad (392)$$

Ако даље, са довољном за Геодеску астрономију тачности, замислимо да је Земљина путања кружна, њена транслаторна брзина на тој путањи биће

$$v = \frac{2\pi r}{S},$$

где је  $r$  полупречник путање, а  $S$  сидеричка година или време обилаaska путање. Међутим из израза (357) и (359) у тачки 1.3.2.1 знамо да је

$$r = \frac{R}{\rho_{\odot} \sin 1''},$$

где је  $R$  Земљин полупречник, па је Земљина брзина на путањи око Сунца

$$v = \frac{2\pi R}{S \rho_{\odot} \sin 1''},$$

а константа годишње аберирације, по општој дефиницији,

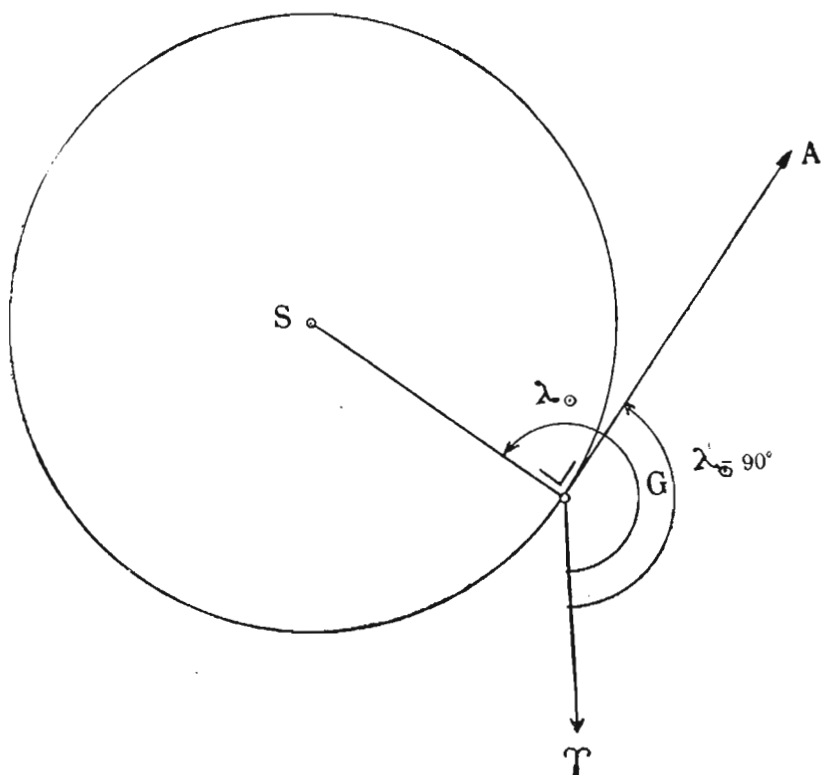
$$k = \frac{2\pi R}{S \cdot c \rho_{\odot} \sin^2 1''}.$$

Сменимо ли величине у овом изразу њиховим бројним вредностима, добивамо за константу годишње аберирације износ од око  $20'',5$ .

Из великог броја одређивања њених разним методама Међународна конференција за фундаменталне астрономске константе у Паризу 1896. г. усвојила је за константу годишње аберације вредност

$$k = 20'',47,$$

која се и данас свуда користи. Из новијих одређивања међутим излази да је ближа истини нешто већа вредност, па се последњих година захтева ревизија ове основне астрономске константе. Б. Шеварлић је из одређивања од 1949.—1957. г. на Астрономској опсерваторији у Београду извео вредност  $k = 20'',52$ , која се врло добро слаже са вредношћу коју је из милион *Талкошових* парова посматраних у Међународној служби промена географских ширина за последњих 50 година извео *П. Мелкиор*. Вероватно је да ће ова вредност бити усвојена и за међународну.



Са сл. 64. се види да је апекс Земљина годишњег кретања око Сунца тачка на еклиптици чија је лонгитуда у сваком тренутку мања за  $90^\circ$  од лонгитуде Сунца. Према томе, привидни положај звезде  $\Sigma'$  биће од правог положаја њеног  $\Sigma$  привидно

Сл. 64. Апекс Земљина годишњег кретања око Сунца

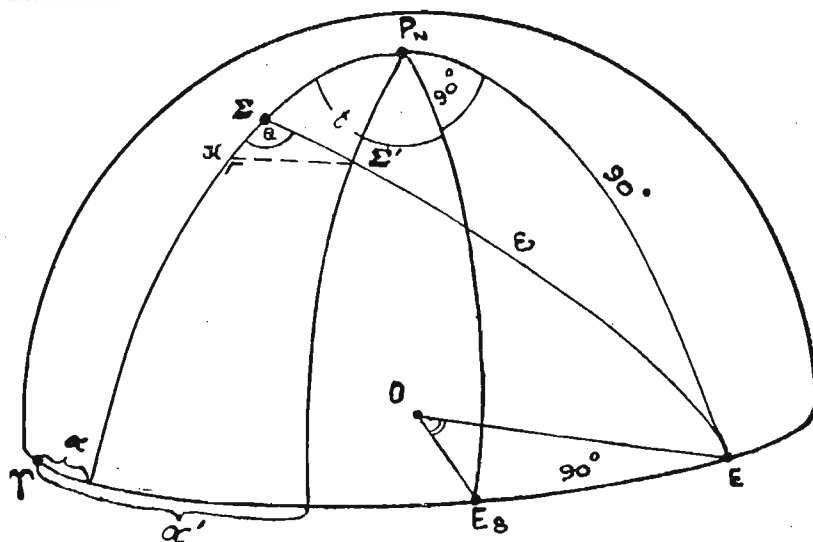
померен услед годишње аберације по великом кругу ка тачки на еклиптици чија је лонгитуда за  $90^\circ$  мања од Сунчеве за износ

$$\Sigma\Sigma' = k \sin \omega'.$$

**1.3.3.1. Дневна аберација и њен утицај на екваторске координате.** — Ако су (сл. 65)  $\Sigma$  и  $\Sigma'$  прави и привидни положај звезде, а лук  $\Sigma E = \omega$ , и ако из  $\Sigma'$  спустимо сферну нормалу на деклинацијски круг правог положаја  $\Sigma$ , до тачке  $K$ , добивамо мали правоугли троугао  $\Sigma\Sigma'K$ , који без уштрба у тачности можемо сматрати равним. Утицај дневне аберације  $\alpha' - \alpha$  и  $\delta' - \delta$  на екваторске координате непосредно

добивамо из катета овог троугла:

$$\begin{aligned}\Sigma' K &= (\alpha' - \alpha) \cos \delta = \Sigma \Sigma' \sin Q = k' \cos \varphi \sin \omega \sin Q, \\ \Sigma K &= (\delta' - \delta) \cos \delta = \Sigma \Sigma' \cos Q = k' \cos \varphi \sin \omega \cos Q.\end{aligned}$$



Сл. 65. Утицај дневне абериције на екваторске координате

Непознате вредности  $\sin \omega \sin Q$  и  $\cos \omega \cos Q$  у овим изразима можемо наћи у функцији координата звезде из троугла  $\Sigma P_n E$ , ако на њ применимо синусну и синусно-косинусну теорему:

$$\sin \omega \sin Q = \sin 90^\circ \sin (90^\circ + t) = \cos t,$$

$$-\sin \omega \cos Q = \cos \delta \cos 90^\circ - \sin \delta \sin 90^\circ \cos (90^\circ + t) = \sin \delta \sin t.$$

Ако нађене вредности сменимо у претходним изразима, за утицај дневне абериције на екваторске координате звезде добивамо изразе

$$\alpha' - \alpha = 0'',32 \cos \varphi \sec \delta \cos t = 0'',021 \cos \varphi \sec \delta \cos t, \quad (393)$$

$$\delta' - \delta = 0'',32 \cos \varphi \sin \delta \sin t. \quad (394)$$

Из њих се види да је у меридијану утицај дневне абериције на ректасцензију максималан, а на деклинацију једнак нули, док је за  $t = 6^h$  обрнуто, утицај дневне абериције на ректасцензију једнак нули, а на деклинацију максималан. Због тога се мерени тренуци пролаза звезда кроз меридијан морају ослобађати утицаја дневне абериције, док се мерене зенитне даљине у меридијану и близу њега не морају ослобађати овог утицаја.

Чим се у поступку тзв. свођења мерења, мерења ослободе утицаја инструментских констаната, личне грешке посматрачеве и рефракције и *шако пређе са мерених на привидне координате*, одмах се из мерења елиминише и утицај дневне абериције.

**Пример 54.** — Израчунати утицај дневне аберације на екваторске координате Северњаче у Скопљу ( $\varphi=42^{\circ} 0'$ ), Београду ( $\varphi=44^{\circ} 48'$ ), Загребу ( $\varphi=45^{\circ} 49'$ ) и Љубљани ( $\varphi=46^{\circ} 3'$ ) у тренутку  $s=17^h 28^m$  месног звезданог времена.

Из Годишњака нашег неба за 1961. г. (стр. 49) имамо:

$$\alpha \text{ Ursae Min.} \quad \alpha=1^h 56^m, \quad \delta=+89^{\circ} 5'.$$

Применићемо изразе (303) и (394).

	Скопље	Београд	Загреб	Љубљана
$s$	$17^h 28^m$			
$\alpha$	1 56			
$t$	15 32 =	$233^{\circ} 0'$		
$\lg \Delta\alpha$	9.7687n	9.7486 n	9.7408 n	9.7390 n
$\lg 0,021$	8.3222	8.3222	8.3222	8.3222
$\lg \sec \delta$	1.7959	1.7959	1.7959	1.7959
$\lg \cos t$	9.7795n	9.7795 n	9.7795 n	9.7795 n
$\lg \cos \varphi$	9.8711	9.8510	9.8432	9.8414
$\lg \sin t$	9.9023 n	9.9023 n	9.9023 n	9.9023 n
$\lg \sin \delta$	9.9999	9.9999	9.9999	9.9999
$\lg 0.32$	9.5051	9.5051	9.5051	9.5051
$\lg \Delta\delta$	9.2784 n	9.2583 n	9.2505 n	9.2487 n
$\Delta\alpha$	$-0^s,587$	$-0^s,561$	$-0^s,551$	$-0^s,548$
$\Delta\delta$	$-0'',19$	$-0'',18$	$-0'',18$	$-0'',18$

**1.3.3.2. Утицај годишње аберације на еклипичке и екваторске координате.** — Ако у еклипичком координатном систему (сл. 66) уочимо прави и привидни положај  $\Sigma$  и  $\Sigma'$  једне звезде с координатама  $(\lambda, \beta)$  и  $(\lambda', \beta')$  и апекс  $A$ , утицај годишње аберације на еклипичке координате  $\lambda'-\lambda$  и  $\beta'-\beta$  можемо наћи из сферног троугла  $P\Sigma\Sigma'$  ако применимо синусну теорему:

$$\sin(\lambda-\lambda') \cos \beta' = \sin \Sigma\Sigma' \sin(180^{\circ}-Q).$$

С обзиром да су углови  $\lambda-\lambda'$  и  $\Sigma\Sigma'$  врло мали и да је  $\beta' \approx \beta$ , а  $\Sigma\Sigma' = k \sin \omega$ , даље је

$$(\lambda-\lambda') \cos \beta = k \sin \omega \sin Q.$$

Непознату вредност  $\sin \omega \sin Q$  можемо наћи из правоуглог сферног троугла  $A\Sigma B$ :

$$\sin \omega \sin Q = \cos(\lambda_{\odot} - \lambda)$$

и сменити у претходни израз, па добити коначно

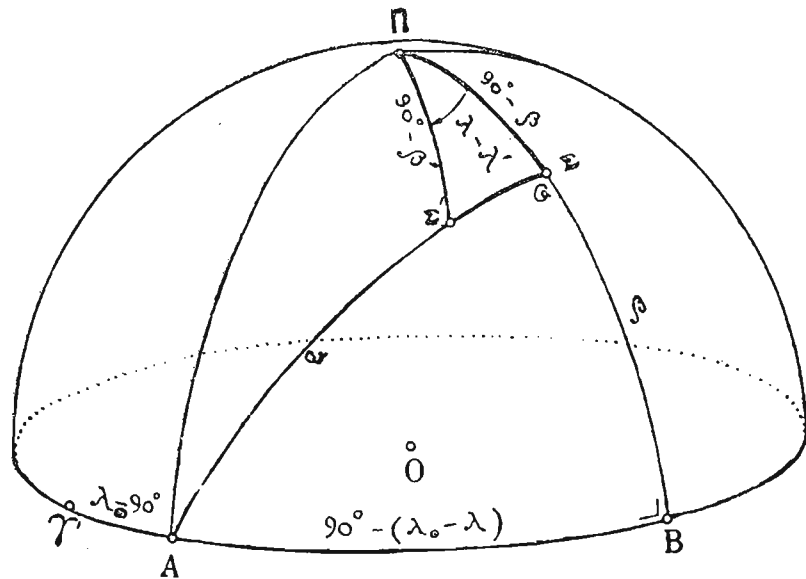
$$\boxed{(\lambda' - \lambda) = -k \cos(\lambda_{\odot} - \lambda) \sec \beta.} \quad (395)$$

И утицај на латитуду  $\beta$  добивамо из иста два троугла. Ако на троугао  $\text{P}\Sigma\Sigma'$  применимо синусно-косинусну теорему, добивамо:

$$\sin \Sigma\Sigma' \cos(180^\circ - Q) = \sin \beta' \cos \beta - \cos \beta' \sin \beta \cos(\lambda - \lambda').$$

С обзиром да се  $\lambda'$  врло мало разликује од  $\lambda$  можемо написати без уштрба у тачности

$$\sin \Sigma\Sigma' \cos(180^\circ - Q) = \sin(\beta' - \beta),$$



Сл. 66. Утицај годишње аберације на еклипичке координате

а како су и углови  $\Sigma\Sigma'$  и  $\beta' - \beta$  врло мали, а  $\Sigma\Sigma' = k \sin \omega$ , то је даље

$$\beta - \beta' = k \sin \omega \cos Q.$$

Непознату вредност  $\sin \omega \cos Q$  налазимо из правоуглог сферног троугла  $A\Sigma B$ :

$$\sin \omega \cos Q = \sin(\lambda_{\odot} - \lambda) \sin \beta,$$

па је тражени утицај

$$\boxed{\beta' - \beta = -k \sin(\lambda_{\odot} - \lambda) \sin \beta.} \quad (396)$$

Из израза (395) и (396) се види да је за звезде које се налазе у конјункцији са Сунцем ( $\lambda = \lambda_{\odot}$ ) или у опозицији са њим ( $\lambda = \lambda_{\odot} + 180^\circ$ ) утицај годишње аберације на њихове лонгитуде максималан, а на латитуде једнак нули. За звезде које се налазе у квадатурама са Сунцем ( $\lambda = \lambda_{\odot} \pm 90^\circ$ ) утицај годишње аберације на њихове лонгитуде једнак је нули, а на латитуде је максималан.

Ако уочимо тангентну раван на небеској сфери у правом положају звезде  $\Sigma$  и поставимо Декаршов координатни систем тако да му  $y$  осовина буде тангента на кругу латитуде, а  $x$  осовина управна на њој, можемо лако наћи и геометријско место свих привидних положаја звезде у току године у односу на прави положај. При том смемо без уштрба у тачности сматрати да се на попршту уочене појаве тангентна раван слива са небеском сфером. У том случају су правоугле координате привидног положаја звезде у односу на прави, очигледно:

$$x = (\lambda - \lambda') \cos \beta, \quad y = \beta - \beta'.$$

Међутим с обзиром на изразе (395) и (396), оне добивају вредности

$$x = k \cos (\lambda_0 - \lambda), \quad y = k \sin (\lambda_0 - \lambda) \sin \beta.$$

Да бисмо добили тражено геометријско место, елиминисаћемо време које се крије у параметру  $\lambda_0$ , који се мења у току године, решавајући горње једначине по  $\cos (\lambda_0 - \lambda)$  и по  $\sin (\lambda_0 - \lambda)$ :

$$\cos (\lambda_0 - \lambda) = \frac{x}{k}, \quad \sin (\lambda_0 - \lambda) = \frac{y}{k \sin \beta}.$$

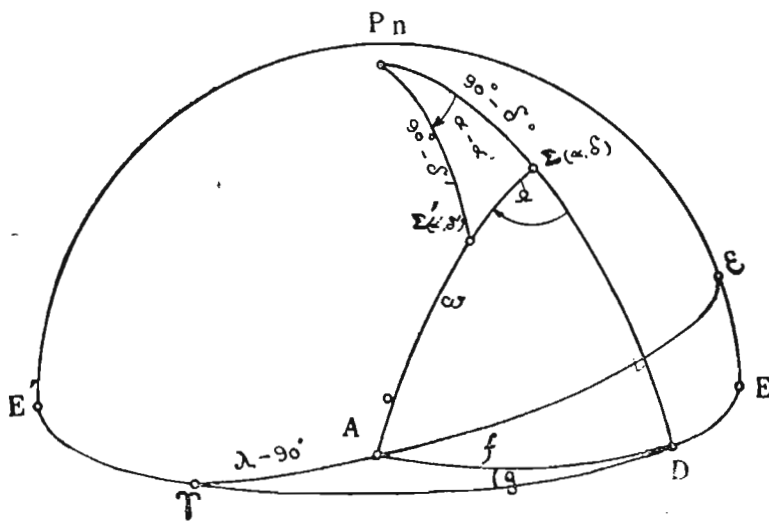
Квадрирамо ли и саберемо ове једначине, за путању привидног положаја звезде око правог добивамо елијсу годишње аберације

$$\boxed{\frac{x^2}{k^2} + \frac{y^2}{(k \sin \beta)^2} = 1,} \quad (397)$$

која није ништа друго до преликана Земљина путања око Сунца, те служи као још један егзактни доказ хелиоцентричног система.

Из једначине (397) се види да се за звезду у полу еклиптике ( $\beta = 90^\circ$ ) ова елипса претвара у круг, а за звезде на еклиптици ( $\beta = 0$ ) дегенерише у своју велику осовину. За латитуде које расту од  $0^\circ - 90^\circ$  елипса све више смањује ексцентричност док не пређе у круг. Елипса аберације прелази у полу-еклиптике у круг зато што је утицај годишње аберације на еклиптичке координате изведен под претпоставком да је Земљина путања око Сунца кружна.

Међутим за употребу у пракси од највећег је интереса утицај годишње аберације на небеске екваторске коорди-



Сл. 67. Утицај годишње аберације на екваторске координате



нате  $\alpha' - \alpha$  и  $\delta' - \delta$ . Њега ћемо наћи из троуглова  $P_n \Sigma \Sigma'$ ,  $\Sigma DA$  и  $AD\gamma$  на сл. 67. Применом синусне теореме на троугао  $P_n \Sigma \Sigma'$  добивамо:

$$\sin(\alpha - \alpha') \cos \delta' = \sin \Sigma \Sigma' \sin(180^\circ - \Omega).$$

С обзиром да су углови  $\alpha - \alpha'$  и  $\Sigma \Sigma'$  врло мали, да је  $\delta' \approx \delta$  и да је  $\Sigma \Sigma' = k \sin \omega$ , можемо горњи израз простије написати без практичног уштрба у тачности:

$$(\alpha - \alpha') \cos \delta = k \sin \omega \sin \Omega. \quad (398)$$

Остаје да се нађе и уврсти непозната вредност  $\sin \omega \sin \Omega$ .

Из троугла  $\Sigma DA$  је

$$\sin \omega \sin \Omega = \sin f \sin(90^\circ - g) = \sin f \cos g. \quad (399)$$

Нову вредност за  $\sin \omega \sin \Omega$  наћи ћемо из троугла  $AD\gamma$  ако на њ применимо синусно-косинусну теорему:

$$\sin f \cos g = \cos(\lambda_\odot - 90^\circ) \sin \alpha - \sin(\lambda_\odot - 90^\circ) \cos \alpha \cos \varepsilon$$

или

$$\sin f \cos g = \sin \lambda_\odot \sin \alpha + \cos \lambda_\odot \cos \alpha \cos \varepsilon.$$

Сменимо ли последњи израз у (399), одн. (398), добивамо:

$$\alpha' - \alpha = -k \sec \delta (\sin \lambda_\odot \sin \alpha + \cos \lambda_\odot \cos \alpha \cos \varepsilon). \quad (400)$$

Утицај на деклинацију добићемо ако применимо синусно-косинусну теорему на троугао  $P_n \Sigma \Sigma'$ :

$$\sin \Sigma \Sigma' \cos(180 - \Omega) = \sin \delta' \cos \delta - \cos \delta' \sin \delta \cos(\alpha - \alpha').$$

С обзиром да је угао  $\alpha - \alpha'$  врло мали, можемо даље написати без практичног уштрба у тачности

$$\sin \Sigma \Sigma' \cos(180^\circ - \Omega) = \sin(\delta' - \delta).$$

Како су, даље, углови  $\Sigma \Sigma'$  и  $\delta' - \delta$  врло мали, а  $\Sigma \Sigma' = k \sin \omega$ , то се на сличан начин може написати

$$\delta - \delta' = k \sin \omega \cos \Omega. \quad (401)$$

Непознати израз  $\sin \omega \cos \Omega$  је из троугла  $\Sigma DA$ :

$$\sin \omega \cos \Omega = \cos f \sin \delta - \cos \delta \sin f \cos(90^\circ - g)$$

или

$$\sin \omega \cos \Omega = \cos f \sin \delta - \cos \delta \sin f \sin g. \quad (402)$$

Изразе  $\cos f$  и  $\sin f \sin g$  који су се појавили с десне стране можемо наћи из троугла  $AD\gamma$ :

$$\cos f = \cos \alpha \cos(\lambda_\odot - 90^\circ) + \sin \alpha \sin(\lambda_\odot - 90^\circ) \cos \varepsilon$$

или

$$\cos f = \cos \alpha \sin \lambda_{\odot} + \sin \alpha \cos \lambda_{\odot} \cos \varepsilon \quad (403)$$

и

$$\sin f \sin g = \sin (\lambda_{\odot} - 90^{\circ}) \sin \varepsilon = -\cos \lambda_{\odot} \sin \varepsilon. \quad (404)$$

Сменимо ли изразе (403) и (404) у (402), добивамо за тражени утицај годишње аберације на деклинацију израз

$$\delta' - \delta = -k [\sin \lambda_{\odot} \cos \alpha \sin \delta - \cos \lambda_{\odot} \cos \varepsilon (\operatorname{tg} \varepsilon \cos \delta - \sin \alpha \sin \delta)]. \quad (405)$$

Изрази (400) и (405) за прелаз са привидних на праве екваторске координате звезде или обратно употребљавају се у пракси у простијем облику који добивају сменама

$$\left. \begin{aligned} C = -k \cos \lambda_{\odot} \cos \varepsilon, \quad c = \frac{1}{15} \cos \alpha \sec \delta, \quad c' = \operatorname{tg} \varepsilon \cos \delta - \sin \delta \sin \alpha, \\ D = -k \sin \lambda_{\odot}, \quad d = \frac{1}{15} \sin \alpha \sec \delta, \quad d' = \cos \alpha \sin \delta. \end{aligned} \right\} (405')$$

Ти су изрази:

$$\left. \begin{aligned} \alpha' - \alpha = Cc + Dd, \\ \delta' - \delta = Cc' + Dd'. \end{aligned} \right\} (406)$$

Вредности  $C$  и  $D$  не зависе од координата звезде, те су исте за све звезде. Зову се *Беселови бројеви* и налазе се утабличени у свима већим астрономским годишњацима по датумима. Вредности  $c, d; c', d'$  зависе од координата звезде, те се за сваку дату звезду морају израчунати. Оне се зову *Беселове звездане константе*. У константе  $c$  и  $d$  унети су чиниоци  $1/15$ , јер се ректасцензије изражавају у часовној мери угла.

За логаритамско рачунање горњих утицаја изразима (406) може се дати подеснији облик ако уведемо Гаусове ознаке  $C = h \sin H$ ,  $D = h \cos H$ ,  $i = C \operatorname{tg} \varepsilon = h \sin H \operatorname{tg} \varepsilon$ . Тај облик је

$$\left. \begin{aligned} \alpha' - \alpha = h \sin (H + \alpha) \sec \delta, \\ \delta' - \delta = h \cos (H + \alpha) \sin \delta + i \cos \delta. \end{aligned} \right\} (407)$$

Величине  $h, H$  и  $i$  налазе се утабличене у астрономским годишњацима за сваки датум у поноћ, напореда са *Беселовим бројевима*.

*Напомена.* — Како се прелаз са привидног на прави положај звезде и обратно у пракси ретко јавља, то се овде за то неће давати посебан пример. Међутим овај рачун с рачунањем још неких утицаја о којима ће тек бити говора обухваћен је у примерима 60—62 параграфа 1.3.7.

**1.3.4. Прецесија.** — То је још једна природна појава услед које небеска тела мењају своје положаје. Овај пут се ради о кретању самог координатног система.

Појаву је открио још *Хипарх*, највећи астроном посматрач Старог века. У времену од 141.—126. г. пре н. е. одредио је он, мерећи дужине гномонове сенке у доба солстиција, дужину тропске године, а одређујући тренутке Сунчева излаза и залаза са познатим сјајним звездама дужину сидеричке године. Кад је упоредио њихова трајања нашао је да је тропска година за око  $20^m$  краћа и ово објаснио ретроградним померањем  $\gamma$  тачке по еклиптици (у сусрет Сунчеву привидном годишњем кретању) за око  $50''$  годишње. Касније је, побуђен појавом нове звезде у сазвежђу Скорпије измерио армиларном сфером (једним старим астрономским инструментом) еклиптичке координате 850 најсјајнијих звезда, како би створио један преглед координата или каталог звезда и на основи њега био у могућности лако да открива све промене на небу. Међутим кад је упоредио добивене координате с координатама из првог сачуваног нам звезданог каталога грчких астронома *Арисила* и *Тимохариса*, открио је он да се њихове латитуде за 150 година нису промениле, док су се лонгитуде промениле тако као да се  $\gamma$  тачка кретала ретроградно брзином од око  $50''$  годишње по еклиптици. Овим је његово прво откриће било потврђено, а потврдили су га посматрањима и каснији грчки и арабљански астрономи. Због тога што  $\gamma$  тачка излази у сусрет Сунцу појава је добила назив *прецесија*, што значи *предњачење*.

Но тек са открићем закона гравитације *Њуџну* је пошло за руком да да и механичко објашњење појаве прецесије. Задржимо се у Геодеској астрономији на кратком опису појаве и на њеним утицајима на еклиптичке и екваторске координате звезда, који су од нарочитог интереса за праксу.

Са механичког гледишта прецесија је мали поремећај у Земљиној ротацији. Да је Земља хомогена лопта или бар састављена из хомогених концентричних слојева, привлачно гравитационо дејство небеских тела на њу било би исто као да је цела њена маса збивена у њеном тежишту. Но Земља је на половима спљоштена а на екватору испупчени обртни елипсоид. Њега можемо замислити као лопту којој су додата два испупчења симетрично према обртној осовини (сл. 68). Гравитационо дејство небеских тела зато је на њу сасвим другачије. Ограничимо се само на дејство Сунца и Месеца пошто је оно једино практично осетно у овом случају. Сунчево, због његове велике масе, а Месечево због његове релативно велике близине Земљи.

Уочимо, примера ради, Земљин меридијански пресек на сл. 68 са Сунцем у  $S$ , тежиштем система Сунце-Земља у  $Q$  и тежиштима Земљиних екваторских испупчења у  $T_s$  и  $T_n$ . На Земљино тежиште делују Сунчева привлачна сила и центрифугална сила која се јавља услед Земљина кретања око Сунца. Ове две силе су увек у равнотежи. Да бисмо одредили силе које дејствују на тежишта  $T_s$  и  $T_n$  испупчења, обележимо са  $r$  даљину Земљина од Сунчева тежишта  $TS$ , са  $d$  даљину Земљина од заједничког тежишта  $TQ$ , са  $M$  и  $m$  Сунчеву масу и масу сваког испупчења, са  $\omega$  угловну брзину Земљина хелио-

центричног кретања и са  $k^2$  гравитациону константу. Остале ознаке виде се са слике.

На тежишта  $T_s$  и  $T_n$  дејствују Сунчева гравитациона сила

$$k^2 Mm(r-a)^{-2} \quad \text{одн.} \quad k^2 Mm(r+a)^{-2}$$

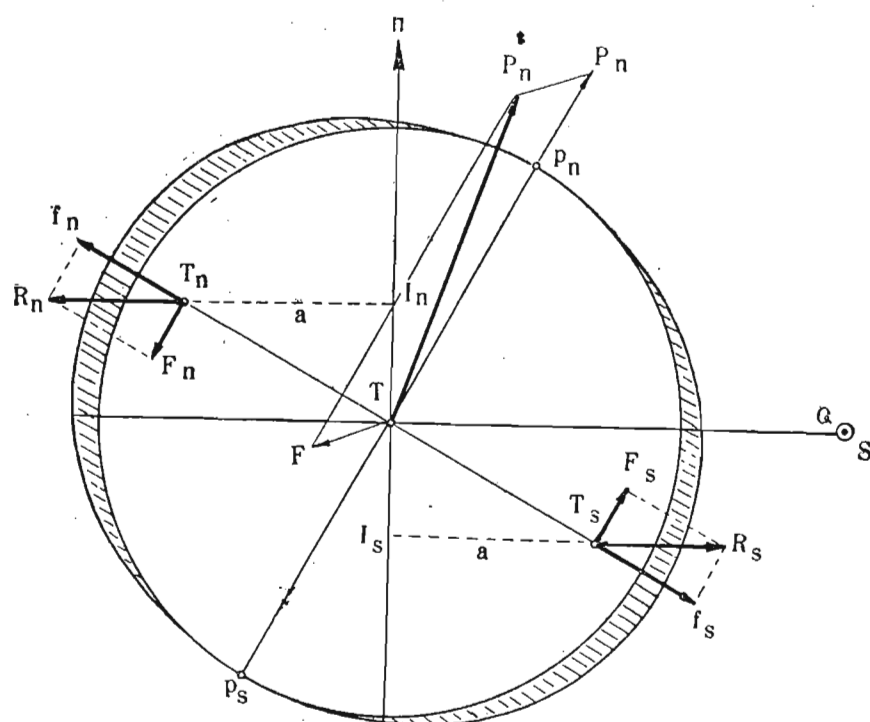
и центрифугална сила

$$m\omega^2(d-a), \quad \text{одн.} \quad m\omega^2(d+a).$$

Развијемо ли биноме у првим двама изразима по биномном обрасцу и задржимо ли се на члановима другог реда, за силе које дејствују у тежиштима испупчења  $T_s$  и  $T_n$  добивамо изразе

$$R_s = \left( k^2 \frac{Mm}{r^2} - m\omega^2 d \right) + \left( 2k^2 \frac{Mm}{r^3} a + m\omega^2 a \right),$$

$$R_n = \left( k^2 \frac{Mm}{r^2} - m\omega^2 d \right) - \left( 2k^2 \frac{Mm}{r^3} a + m\omega^2 a \right).$$



Сл. 68. Прецесионо дејство Сунца одн. Месеца, на Земљин обртни елипсоид

Како се и у овим тачкама Сунчева привлачна сила и центрифугална сила поништавају, то у њима остају да дејствују само силе чији су интензитети приказани другим заградама у горњим изразима. Њихов правац дејства је ка Сунцу, а смер им је супротан. То су силе  $R_s$  и  $R_n$  на сл. 68. нацртане паралелно с правцем  $TS$  због огромне даљине Сунца од Земље. Ако их раставимо у компоненте  $f_s, f_n$  управне на Земљиној обртној осовини и компоненте  $F_s, F_n$  паралелне њој, онда се прве међусобно поништавају а друге образују спрег који тежи Земљу да обрне око осовине у  $T$ , управне на равни слике, и доведе екватор до поклапања с еклиптиком.

На сличан начин дејствује и Месец, а како је раван његов путање нагнута само за око  $5^\circ$  према равни еклиптике, то практично можемо сматрати да је његово дејство на Земљина екваторска испупчења од истих последица као и Сунчево. Разлика је само у интензитету

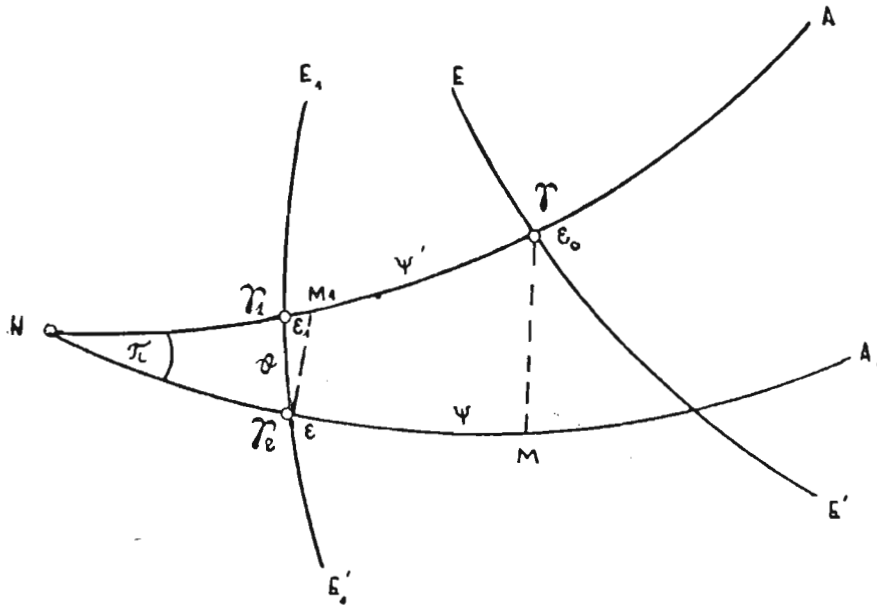
Но како се Земља већ обрће по инерцији око своје поларне осовине  $p_n$   $p_s$ , то се ова два мала спрега могу сматрати као поремећајни спреглови главног спрега Земљине ротације. Ако спрег ротације прикажемо вектором  $P_n$ , а збир Сунчевог и Месечевог поремећајног спрег вектором  $F$ , резултанта њихова биће вектор  $P'_n$ . Због лунно-соларног привлачења Земљиних испупчења очевидно ће Земљина обртна осовина прећи из правца  $OP_n$  у правац  $OP'_n$ . Земљина ротација у сваком тренутку вршиће се око друге обртне осовине у простору. Светска осовина ће се зато полако кретати у ретроградном смеру и описивати кружни конус око осовине еклиптике  $OP$  с отвором од око  $23^\circ 26'$  а светски пол  $P_n$  у истом смеру круг на небеској сфери око пола еклиптике  $\Pi$  с толиким истим сферним полупречником. Услед овог ће ротирати и цео екваторски координатни систем. Небески екватор чврсто везан за светску осовину, клизиће по еклиптици, а  $\gamma$  тачка ће се померати у ретроградном смеру за износ  $\psi' = 50''$ , 37 годишње. То је појава *лунно-соларне прецесије*. Како је Месец око 400 пута Земљи ближе од Сунца, због његове близине на његово привлачно дејство долази око  $2/3$  овог износа. Време за које тренутни небески пол опише прецесиони круг око пола еклиптике или  $\gamma$  тачка саму еклиптику добивамо ако  $360^\circ$  поделимо са  $\psi'$ . Овај се временски размак назива *платонска година* и износи приближно 25 700 г. Иако је прецесионо кретање периодично, због овако дуге периоде оно се аналитички третира као прогресивно. Таква се кретања у Небеској механици зову *секуларна*.

Последице прецесије су промена изгледа звезданог неба у току векова над хоризонтом једног одређеног места и промена положаја светског пола на небеској сфери, који је у нашој епохи обележен близином сјајне звезде Северњаче. Кроз 12 000 година пол ће прећи у близину још сјајније звезде Вега. Најзад услед прецесије небески екватор мења стално свој положај, па се зато мењају и екваторске координате небеских тела. Од еклиптичких, због померања  $\gamma$  тачке по еклиптици мењају се лонгитуде, док латитуде остају непромењене.

Но ако се појава дубље анализира долази се до закључка да се и *нагиб екватора према еклиптици неосећно мења*. С друге стране, да би се добила тачнија слика о промени звезданих координата, лунно-соларној прецесији се суперпонује још једно кретање, које са њом нема никакве везе, но о коме се из практичних разлога на овом месту мора водити рачуна. То је појава тзв. *планетне прецесије*, која се (као што и теорија и мерења показују) састоји у томе да се, услед привлачног дејства које на Земљу врше планете, еклиптика њиха око једног свог средњег положаја у границама од  $\pm 4^\circ$  у размаку од око 60 000 година изазивајући *фине промене нагиба еклиптике према екватору* и померање самог пола еклиптике по небеској сфери. Тако овај нагиб у наше време опада за око  $0''$ , 47 годишње. Осим тога, услед планетне прецесије клизи  $\gamma$  тачка по екватору за износ од  $\theta = 0''$ , 13 годишње,

но овај пут у директном смеру. Алгебарски збир луни-соларне и планетне прецесије назива се *општа прецесија* и она износи  $\psi = 50'', 25$  годишње.

Суперпоновање луни-соларне и планетне у општу прецесију биће још јасније, ако на сл. 69. уочимо једну *почетну еклиптику*  $NA$ . За њу се обично узима еклиптика за епоху 1850. за коју је *Њукомб* прецизно одредио све величине које карактеришу луни-соларну, планетну и



Сл. 69. Суперпоновање луни-соларне и планетне у општу прецесију

општу прецесију. Нека за исту епоху буде *почетни екватор*  $EE'$  и *почетни нагиб екватора према еклиптици*  $\epsilon_0$ . Услед луни-соларне прецесије после  $t$  година помериће се  $\gamma$  тачка за износ луни-соларне прецесије  $\psi'$  у положај  $\gamma_1$ , екватор ће доћи у положај  $E_1E'_1$ . Назовимо га *средњи екватор* за епоху  $1850+t$ . Нагиб еклиптике према екватору постаће  $\epsilon_1$ . Међутим за исто време ће услед планетне прецесије положај еклиптике прећи у  $NA_1$ , тзв. *средњу еклиптику*,  $\gamma$  тачка ће се померити из  $\gamma_1$  у  $\gamma_2$  за износ планетне прецесије  $\theta$ , а нагиб добити нову вредност  $\epsilon$  коју ћемо назвати *средњи нагиб*. Положај  $\gamma_2$  називаћемо *средња  $\gamma$  тачка*. Средњој еклиптици, екватору и  $\gamma$  тачки одговараће и *средњи полови* и *средњи положај небеских шела* на небеској сфери.

Ако лук  $N\gamma$  са почетне пренесемо на средњу еклиптику, биће  $N\gamma = NM$ . Овај лук се назива *лонгитуда улазног чвора  $N$  средње еклиптике на почетној еклиптици* и обележава са  $\Pi$ . Ако лук  $N\gamma_2$  са средње пренесемо на почетну еклиптику, биће  $N\gamma_2 = NM_1$ . Због мајушности угла  $\pi$  тада се лако добива општа прецесија  $\psi$  из луни-соларне  $\psi'$  и планетне  $\theta$  на овај начин:

$$\psi = M\gamma_2 = \gamma M_1 = \gamma\gamma_1 - \gamma_1 M_1 = \psi' - \theta \cos \epsilon_1 = 50'', 37 - 0'', 12 = 50'', 25. \quad (408)$$

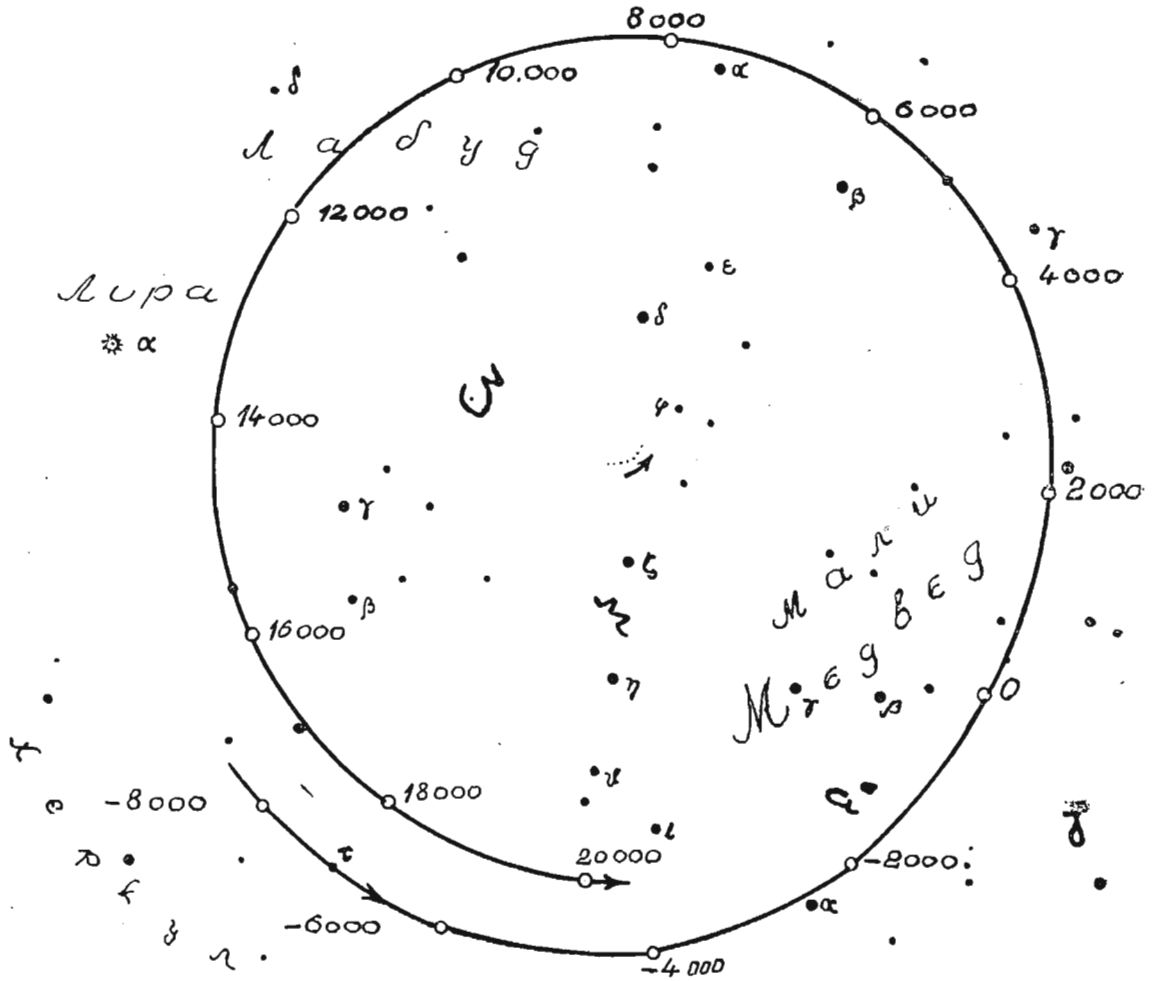
Дубља механичка анализа показује, по *Њукомбу*, да се све величине које карактеришу луни-соларну, планетну и општу прецесију мењају секуларно у функцији времена. Тако данас за њих имамо сле-

деће изразе:

$$\begin{aligned} \varepsilon_0 &= 23^\circ 27', 31'', 68, \\ \varepsilon_1 &= +0'',000\ 006\ 5\ t^2, \\ \varepsilon &= -0'',468\ 4t - 0'',000\ 000\ 8\ t^2, \\ \psi' &= 50'',368\ 4t - 0'',000\ 107\ 5\ t^2, \\ \theta &= 0'',134\ 2t - 0'',000\ 238\ 0\ t^2, \\ \psi &= 50'',245\ 3t + 0'',000\ 110\ 9\ t^2, \\ \Pi &= 173^\circ 29',68 - 0',144\ 8t \\ \pi &= 0'',471\ 4t - 0'',000\ 003\ 4\ t^2, \end{aligned}$$

где је време  $t$  изражено у јулијанским годинама од 365,25 средњи дана, почев од 1850,0 г. Годишње промене ових величина налазе се диференцирањем горњих израза.

Из описаног следи да се услед опште прецесије мењају и лати туде небеских тела. Осим тога прецесиони круг претвара се у спиралу која се то шири то скупља у размаку од око 60 000 година.

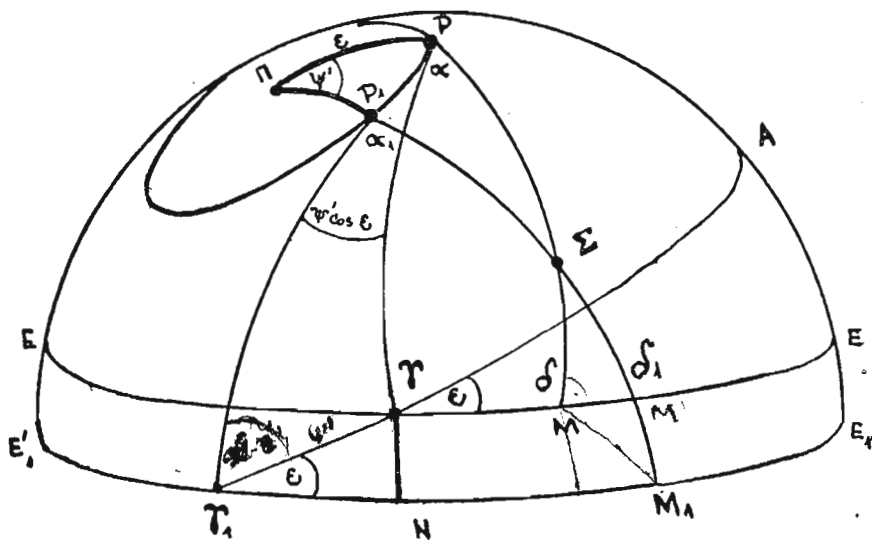


Сл. 70. Путања светског пола под утицајем опште прецесије

На сл. 70. приказан је један део те спирале са положајима средњег светског пола међу звездама у одређеним епохама пре и после данашње.

1.3.4.1. Утицај прецесије на екваторске координате. — Најочигледније је израчунати утицај прецесије на екваторске координате из геометријских разматрања.

Претпоставимо у почетку да су еклиптика  $\gamma A$  и њен пол  $\Pi$  (сл. 71) непомицни и да су  $P, \gamma$  и  $\gamma E$  средњи положаји небеског пола,  $\gamma$  тачке и екватора у тренутку  $1850+t_0$  а  $P_1, \gamma_1$ , и  $\gamma_1 E_1$  средњи њихови положаји у наредном, релативно блиском тренутку  $1850+t_1$ . Нека је размак



Сл. 71. Утицај прецесије на екваторске координате

$\Delta t = t_1 - t_0$  између ова два тренутка на пример година дана. Исто тако претпоставимо да се у том размаку услед луни-соларне прецесије  $\psi'$  померила  $\gamma$  тачка из положаја  $\gamma$  у  $\gamma_1$ , а да се није променио нагиб еклиптике  $\epsilon$  према екватору. Уцртамо ли сад екваторске координате звезде  $\Sigma$  у оба екваторска координатна система, који одговарају првој и другој ученој епохи, годишње утицаје прецесије на екваторске координате

$$\Delta \alpha = \alpha_1 - \alpha \quad \text{и} \quad \Delta \delta = \delta_1 - \delta$$

лако ћемо наћи из сферног троугла  $PP_1\Sigma$  с врло малим углом  $\Sigma = PP_1 \sin \alpha \sec \delta$  у облику  $\gamma_1 N = \psi' \cos \epsilon$   $MM' = \Sigma \sin \delta$

$$(\alpha_1 - \psi' \cos \epsilon) - \alpha = \Sigma \sin \delta = PP_1 \sin \alpha \operatorname{tg} \delta,$$

$$\delta_1 - \delta = PP_1 \cos \alpha.$$

Ако се сад ослободимо полазне претпоставке и приђемо ближе стварној појави узимајући у обзир да се у истом временском размаку  $\Delta t$  тачка  $\gamma_1$  још помера услед планетне прецесије директно по екватору за величину  $\theta$ , онда треба у првом изразу место угла  $\psi' \cos \epsilon$  да ставимо  $\psi' \cos \epsilon - \theta$ . Тада за годишње промене екваторских координате



ната услед опште прецесије добивамо изразе:

$$\begin{aligned} \Delta\alpha &= m + n \sin \alpha \operatorname{tg} \delta, \\ \Delta\delta &= n \cos \alpha, \end{aligned} \quad (409)$$

где  $m$  и  $n$  не зависе од координата звезде, већ имају вредности

$$m = \psi' \cos \varepsilon - \theta, \quad n = \psi' \sin \varepsilon. \quad (410)$$

За њих је Андријае дао следеће изразе:

$$m = 46'',085\ 06 + 0'',027\ 945\ t + 0'',000\ 12\ t^2,$$

$$n = 20'',046\ 85 - 0'',008\ 533\ t - 0'',000\ 37\ t^2.$$

где је  $t$  изражено у столећима од 1900. г.

Коефицијенти  $m$  и  $n$  практично су константни у току године дана. Њихове вредности за све године од 1900.—2000. дате су у следећим таблицама.

Таблица 19

$m^s$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1900	3s,07 2337	2356	2374	2393	2412	2430	2449	2467	2486	2505
10	2523	2542	2561	2579	2598	2616	2635	2654	2672	2691
20	2710	2728	2747	2765	2784	2803	2821	2840	2859	2877
30	2896	2915	2933	2952	2970	2989	3008	3026	3045	3064
40	3082	3010	3119	3138	3157	3175	3194	3213	3231	3250
1950	3268	3287	3306	3324	3343	3362	3380	3399	3418	3436
60	3455	3473	3492	3511	3529	3548	3567	3585	3604	3622
70	3641	3660	3678	3697	3716	3734	3753	3772	3790	3809
80	3827	3846	3865	3883	3902	3921	3939	3958	3976	3995
90	4014	4032	4051	4070	4088	4107	4125	4144	4163	4181
2000	3,07 4200	4219	4237	4256	4275	4293	4312	4330	4349	4368

Таблица 20

 $m''$ 

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1900	46'',08 506	08534	08562	08590	08618	08646	08674	08702	08730	08758
10	08 785	08813	08841	08869	08897	08925	08953	08981	09009	09037
20	09 065	09093	09121	09149	09177	09205	09233	09261	09288	09316
30	09 344	09372	09400	09428	09456	09484	09512	09540	09568	09596
40	09 624	09652	09680	09708	09736	09764	09791	09819	09847	09875
1950	09 903	09931	09959	09987	10015	10043	10071	10099	10127	10155
60	10 183	10211	10239	10267	10294	10322	10350	10378	10406	10434
70	10 462	10490	10518	10546	10574	10602	10630	10658	10686	10714
80	10 742	10770	10797	10825	10853	10881	10909	10937	10965	10993
90	11 021	11049	11077	11105	11133	11161	11189	11217	11245	11273
2000	46,11 300	11328	11356	11384	11412	11440	11468	11496	11524	11552

Таблица 21

 $n^s$ 

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1900	1 <sup>s</sup> ,33 6456	6450	6445	6439	6433	6428	6422	6416	6410	6405
10	6399	6393	6388	6382	6376	6371	6365	6359	6354	6348
20	6342	6336	6331	6325	6319	6314	6308	6302	6297	6291
30	6285	6280	6274	6268	6263	6257	6251	6246	6240	6234
40	6228	6223	6217	6211	6206	6200	6194	6189	6183	6177
1950	6172	6166	6160	6154	6149	6143	6137	6132	6126	6120
60	6115	6109	6103	6098	6092	6086	6081	6075	6069	6063
70	6058	6052	6046	6041	6035	6029	6024	6018	6012	6007
80	6001	5995	5990	5984	5978	5972	5967	5961	5955	5950
90	5944	5938	5933	5927	5921	5916	5910	5904	5898	5893
2000	1,33 5887	5881	5876	5870	5864	5859	5853	5847	5842	5836

Таблица 22

n''

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1900	20'',0 4685	4676	4668	4659	4651	4642	4634	4625	4617	4608
10	4600	4591	4583	4574	4566	4557	4548	4540	4531	4523
20	4514	4506	4497	4489	4480	4472	4463	4455	4446	4438
30	4429	4420	4412	4403	4395	4386	4378	4369	4361	4352
40	4344	4335	4327	4318	4310	4301	4292	4284	4275	4267
1950	4258	4250	4241	4233	4224	4216	4207	4199	4190	4182
60	4173	4164	4156	4147	4139	4130	4122	4113	4105	4096
70	4088	4079	4071	4062	4054	4045	4036	4028	4019	4011
80	4002	3994	3985	3977	3968	3960	3951	3943	3934	3926
90	3917	3908	3900	3891	3883	3874	3866	3857	3849	3840
2000	20,0 3832	3823	3815	3806	3798	3789	3781	3772	3763	3755

Астрономски годишњаци, нпр. Годишњак нашег неба, дају годишње промене екваторских координата услед опште прецесије под називом „годишња прецесија“ у два таблицама, од којих је прва са два улаза  $\alpha$ ,  $\delta$  и даје  $\Delta\alpha$ , а друга с једним улазом  $\alpha$  и даје  $\Delta\delta$ .

Са сл. 71. није тешко увидети и механичко значење коефицијената  $m$  и  $n$ : из троугла  $\gamma\gamma_1N$  види се да је  $m$  брзина кретања средње  $\gamma$  тачке по средњем екватору, а  $n$  брзина кретања екватора ка средњој  $\gamma$  тачки одн. средњег пола  $P$  по прецесионом кругу.

Узму ли се два веома блиска положаја средњег пола, одн. средње  $\gamma$  тачке и пусти да  $\Delta t \rightarrow 0$ , може се прећи у горњем расуђивању на границу и тада се добивају с нешто већом тачношћу мале промене

$$\begin{aligned}\frac{d\alpha}{dt} &= \frac{d\psi'}{dt} \cos \epsilon - \frac{d\theta}{dt} + \frac{d\psi'}{dt} \sin \epsilon \sin \alpha \operatorname{tg} \delta, \\ \frac{d\delta}{dt} &= \frac{d\psi'}{dt} \sin \epsilon \cos \alpha.\end{aligned}\tag{411}$$

Ставимо ли у овом случају

$$m = \frac{d\psi'}{dt} \cos \epsilon - \frac{d\theta}{dt} \approx \frac{d\psi'}{dt} \cos \epsilon - \frac{d\theta}{dt}\tag{412}$$

и

$$n = \frac{d\psi'}{dt} \sin \epsilon \approx \frac{d\psi'}{dt} \sin \epsilon,$$

опет добивамо изразе (409) за утицај прецесије на екваторске координате.

Коефицијент  $\frac{d\psi'}{dt} = p$  зове се *константа прецесије*. Одређује се из мерених координата звезда у великим временским размацима. По *Њукомбовим* одређивањима је за 1900. г.

$$P = p \sec \epsilon = 54'', 9066$$

и опада само  $0'', 000\,036\,4$  за 100 година.

Изразе (411) можемо и непосредно извести диференцирањем веза између еклиптичког и екваторског координатног система

$$\sin \delta = \sin \beta \cos \epsilon + \cos \beta \sin \epsilon \sin \lambda,$$

$$\cos \delta \sin \alpha = -\sin \beta \sin \epsilon + \cos \beta \cos \epsilon \sin \lambda,$$

$$\cos \delta \cos \alpha = \cos \beta \cos \lambda,$$

под претпоставком да се услед прецесије мења само  $\lambda$ , а да  $\beta$  и  $\epsilon$  остају константни. После диференцирања треба ставити  $\frac{d\lambda}{dt} = \frac{d\psi'}{dt} \approx \frac{d\psi}{dt}$ , а у израз  $\frac{d\alpha}{dt}$  унети још утицај планетне прецесије  $-\frac{d\theta}{dt}$ .

Изрази (409), па и изрази (411), због учињених претпоставака и апроксимација само су приближни и дају довољну тачност ако временски размак  $\Delta t$  не прелази 4–5 година, а деклинација уочене звезде  $60^\circ$ .

Тачнији изрази за утицај прецесије на екваторске координате могу се написати у виду *Тејлорова* реда:

$$\begin{aligned} \alpha_1 - \alpha &= \frac{d\alpha}{dt} (t_1 - t_0) + \frac{d^2\alpha}{dt^2} \frac{(t_1 - t_0)^2}{2} + \frac{d^3\alpha}{dt^3} \frac{(t_1 - t_0)^3}{6} + \dots, \\ \delta_1 - \delta &= \frac{d\delta}{dt} (t_1 - t_0) + \frac{d^2\delta}{dt^2} \frac{(t_1 - t_0)^2}{2} + \frac{d^3\delta}{dt^3} \frac{(t_1 - t_0)^3}{6} + \dots. \end{aligned} \quad (413)$$

Други и трећи извод координата звезде по времену могу се добити диференцирањем израза за први, одн. други извод. Изводе у првом изразу треба још претворити у временску меру. Тачност ових израза када се узму и чланови другог реда довољна је ако временски размак  $t_1 - t_0$  не прелази 50–60 година, а деклинација звезде  $60^\circ$ . Ако се

тражи висока тачност, а размак  $t_1 - t_0$  прелази 50–60 година или деклинација звезде прелази  $60^\circ$ , морају се узети у обзир и чланови трећег реда. Ако, пак, размак  $t_1 - t_0$  прелази 2–3 века или ако је  $\delta > 80^\circ$ , ни чланови трећег реда нису довољни. Тада се морају применити тачни обрасци. У Геодеској астрономској пракси најчешће су довољни чланови првог реда, а ређе и чланови другог реда у изразима (413). Чланови и трећег реда користе се код сталних служби испитивања промена географских координата, где се улази у финесе, о чему ће бити више говора у другој књизи Геодеске астрономије.

Ниже је дато, примера ради, пет таблица. У 23. су положаји неколико подесно изабраних звезда. У 24. и 25. је на тим звездама показано колика се грешка чини када се занемари други члан прецесије у ректасцензији, одн. деклинацији, кад се временски размак креће од 1–10 година. Из 26. и 27. се види колика се грешка чини када се занемари трећи члан прецесије у ректасцензији, одн. деклинацији, кад се временски размак креће од 10–100 година. Грешка у  $\alpha$  дата је у јединицама  $0^s,001$ , а у  $\delta$  у јединицама  $0'',01$ .

Таблица 23

Ред. бр.	Звезда	$\alpha_{1925,0}$			$\delta_{1925,0}$		
		h	m	s	°	'	"
1	$\delta$ Pisc	0	44	47,309	+	7	10 37,79
2	$\alpha$ Andr	0	4	30,350	+	28	40 35,11
3	$\mu$ Andr	0	52	34,966	+	38	5 34,46
4	51 Andr	1	33	22,664	+	48	14 35,98
5	$\alpha$ Cass	0	36	14,313	+	56	7 34,73
6	$\kappa$ Cass	0	28	43,248	+	62	31 5,18
7	21 Cass	0	40	39,796	+	74	34 42,29
8	$\alpha$ Orio	5	51	6,615	+	7	23 39,76
9	130 Taur	5	43	3,699	+	17	42 8,45
10	$\nu$ Auri	5	46	17,389	+	39	7 41,25
11	$\psi'$ Auri	6	19	7,336	+	49	19 40,68
12	$\delta$ Auri	5	53	21,010	+	54	16 51,02
13	36 Caml	6	5	18,358	+	65	44 8,52
14	23 H Caml	6	33	27,779	+	79	38 58,87

Таблица 24

Грешка у  $\alpha$ 

Ред. бр.	1 г.	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	0	0	+ 1	+ 1	+ 1	+ 2	+ 3	+ 3	+ 4
2	0	0	+1	+ 1	+ 2	+ 3	+ 5	+ 6	+ 8	+ 9
3	0	+1	+1	+ 2	+ 4	+ 6	+ 8	+10	+13	+16
4	0	+1	+2	+ 4	+ 6	+ 9	+12	+16	+20	+24
5	0	+1	+3	+ 5	+ 7	+10	+14	+18	+23	+28
6	0	+1	+3	+ 6	+ 9	+13	+18	+23	+29	+36
7	+1	+3	+8	+14	+21	+30	+41	+54	+69	+85
8	0	0	0	0	0	0	+ 1	+ 1	+ 1	+ 1
9	0	0	0	0	0	+ 1	+ 1	+ 1	+ 1	+ 2
10	0	0	0	0	+ 1	+ 1	+ 1	+ 1	+ 2	+ 2
11	0	0	0	0	- 1	- 1	- 1	- 2	- 2	- 3
12	0	0	0	0	0	+ 1	+ 1	+ 1	+ 1	+ 2
13	0	0	0	0	- 1	- 1	- 1	- 1	- 2	- 2
14	-1	-3	-7	-13	-20	- 29	-40	-52	-66	-81

Таблица 25

Грешка у  $\delta$ 

Ред. бр.	1 г.	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	0	0	-1	- 1	- 2	- 2	- 3	- 4	- 5
2	0	0	0	0	0	0	0	- 1	- 1	- 1
3	0	0	-1	-1	- 1	- 2	- 3	- 4	- 5	- 6
4	0	0	-1	-2	- 3	- 4	- 5	- 7	- 9	-11
5	0	0	0	-1	- 1	- 2	- 2	- 3	- 3	- 4
6	0	0	0	-1	- 1	- 1	- 2	- 2	- 3	- 4
7	0	0	0	-1	- 1	- 2	- 3	- 3	- 4	- 5
8	0	-1	-2	-4	- 6	- 9	-12	-15	-19	-24
9	0	-1	-2	-4	- 6	- 9	-12	-16	-21	-25
10	0	-1	-3	-5	- 8	-11	-15	-19	-25	-30
11	0	-1	-3	-5	- 8	-12	-16	-21	-27	-34
12	0	-1	-3	- 6	- 9	-13	-18	-23	-29	-36
13	0	-2	-4	- 7	-11	-16	-22	-28	-36	-44
14	-1	-3	-7	-12	-18	-27	-36	-47	-60	-74

Таблица 26

Грешка у  $\alpha$ 

Ред. бр.	10 г.	20	30	40	50	60	70	80	90	100
1	0	0	0	+ 1	+ 1	+ 2	+ 3	+ 5	+ 7	+ 9
2	0	0	0	+ 1	+ 2	+ 3	+ 5	+ 7	+ 9	+ 13
3	0	0	0	+ 1	+ 2	+ 4	+ 6	+ 9	+ 13	+ 18
4	0	0	+ 1	+ 2	+ 3	+ 5	+ 8	+ 12	+ 18	+ 24
5	0	0	+ 1	+ 3	+ 6	+ 10	+ 16	+ 24	+ 34	+ 46
6	0	+1	+ 2	+ 5	+ 9	+ 16	+ 25	+ 37	+ 53	+ 72
7	0	+2	+ 8	+19	+ 36	+ 63	+100	+149	+212	+ 290
8	0	0	0	0	- 1	- 2	- 3	- 4	- 5	- 7
9	0	0	0	- 1	- 1	- 1	- 4	- 5	- 8	- 11
10	0	0	- 1	- 2	- 3	- 6	- 9	- 14	- 19	- 27
11	0	0	- 1	- 3	- 6	- 10	- 16	- 23	- 33	- 45
12	0	-1	- 2	- 4	- 8	- 14	- 22	- 32	- 46	- 63
13	0	-1	- 4	-10	- 19	- 33	- 52	- 78	-110	- 151
14	-1	-9	-29	-68	-133	-230	-366	-540	-777	-1066

Таблица 27

Грешка у  $\delta$ 

Ред. бр.	10 г.	20	30	40	50	60	70	80	90	100
1	0	0	0	-1	-2	- 4	- 6	- 9	-12	-17
2	0	0	0	-1	-2	- 4	- 6	- 9	-13	-17
3	0	0	-1	-1	-3	- 4	- 7	-11	-15	-21
4	0	0	-1	-2	-3	- 6	- 9	-14	-19	-27
5	0	0	-1	-1	-3	- 5	- 8	-12	-17	-23
6	0	0	-1	-1	-3	- 5	- 8	-12	-17	-23
7	0	0	-1	-2	-4	- 7	-12	-17	-25	-34
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	- 1
9	0	0	0	0	0	0	- 1	- 1	- 1	- 2
10	0	0	0	0	0	0	- 1	- 1	- 1	- 2
11	0	0	0	0	+1	+ 1	+ 2	+ 3	+ 5	+ 7
12	0	0	0	0	0	0	0	- 1	- 1	- 1
13	0	0	0	0	+1	+ 1	+ 2	+ 2	+ 3	+ 5
14	0	+1	+2	+5	+9	+16	+26	+39	+55	+75

Први изводи у изразу (413), дати ближе изразима (411) зову се, као што смо видели, *годишња прецесија у ректасцензији и деклинацији* и могу се наћи у астрономским годишњацима. Изводи сва три реда могу се наћи утабличени у посебним таблицама за прецесију (в. лите-таруру на крају књиге). Изводи првог и другог, а често и трећег реда исто тако се налазе изачунати за сваку звезду у звезданим ката-лозима поред ректасцензије, одн. деклинације за дотичну звезду. У неким каталозима они се налазе још помножени и односним коефи-цијентима  $\frac{1}{1!}$ ,  $\frac{1}{2!}$  и  $\frac{1}{3!}$ , а негде из теничких разлога помножени још и са  $100$ ,  $100^2$  и  $100^3$ , што зависи од каталога. У објашњењима уза сваки поједини каталог указује се на ово, па се после тога могу ове величине правилно употребити.

Но да би се са средњег положаја једне звезде ( $\alpha_0, \delta_0$ ) датог за једну епоху  $t_0$ , прешло на њен средњи положај ( $\alpha_1, \delta_1$ ) за неку другу епоху  $t_1$ , потребно је још, као што се из израза (413) види, изводе првог, другог и трећег реда тих координата по времену помножити односним размацима времена  $t_1 - t_0$ ,  $(t_1 - t_0)^2$  и  $(t_1 - t_0)^3$ . Ови размаци се обично изражавају у целим јулијанским годинама, јер се средњи положаји звезда дају обично за почетак године. Зато се средње коорди-нате обележавају обично овако, на пример  $\alpha_{1900,0}$ ,  $\delta_{1900,0}$ . Под почетком године усвојено је да се рачуна тренутак када средња лон-гитуда Сунца, смањена за утицај годишње аберације  $20''{,}50$ , достиже  $280^{\circ}00'00''$  или  $18^h 40^m 0^s{,}0$ . У том тренутку иста је толика и средња ректасцензија средњег екваторског сунца, која се такође рачуна од средње  $\gamma$  тачке. Међутим тај тренутак није поноћ 1. јануара. Он се из године у годину мења.

Према *Њукомбовим* испитивањима 1900. јануара 0. у средње гриничко подне средња лонгитуда Сунца била је  $279^{\circ}41'48''{,}04$ . Одуз-мемо ли утицај годишње аберације, по *Њукомбу*  $20''{,}50$ , добивамо  $279^{\circ}41'27''{,}54$  или  $18^h 38^m 45^s{,}836$ . Толика је била и средња ректасцен-зија средњег екваторског сунца у том тренутку, који се узима за полазни у овим рачунима. До  $280^{\circ}$  или до  $18^h 40^m$  остаје још  $1^m 14^s{,}164$ . Како је брзина кретања средњег екваторског сунца  $360^{\circ} = 24^h$  у троп-ској години од  $365,24 21 988$  средњих дана (по *Њукомбу*), то угао од  $1^m 14^s{,}164$  средње екваторско сунце пређе за  $0,3135$  средњег дана. Зато овај, тзв. *Беселов фиктивни почетак године* пада 1900. године јануара  $0,3135$  средњег гриничког времена, одн. 1900. јануара  $0,8135$  грађанског гриничког тј. светског времена. Додамо ли за сваку годину по  $365,242199$  дана и урачунамо ли и преступне године, лако добивамо таблицу Беселових фиктивних почетака за сваку календарску годину (в. Таблицу 28).

Овај почетак дају и сви астрономски годишњаци за годину на коју се годишњак односи. Обележимо га са  $t_0$ .

Временски размак између два узастопна овака рачуната почетка тада се назива *Беселова година (annis fictus)*. И ма који тренутак  $t$  у години може се сад лако изразити децималама *Беселове* године, као што се из доњег примера види. И за ово претварање постоје подесне таблице у астрономским годишњацима. Према томе, ако раз-



Таблица 28.

Год.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1900	0,3135	0,5557	0,7979	1,0401	1,2823	0,5245	0,7667	1,0089	1,2511	0,4933
10	0,7355	0,9777	1,2199	0,4621	0,7043	0,9465	1,1887	0,4309	0,6731	0,9153
20	1,1575	0,3997	0,6419	0,8841	1,1263	0,8685	1,1107	1,3529	1,5951	0,8373
30	1,0795	1,3217	1,5639	0,8061	1,0483	1,2905	1,5327	0,7749	1,0171	1,2593
40	1,5015	0,7437	0,9859	1,2281	1,4703	0,7125	0,9547	1,1969	1,4391	0,6813
1950	0,9235	1,1657	1,4079	0,6501	0,8923	1,1345	1,3767	0,6189	0,8611	1,1033
60	1,3455	0,5377	0,8299	1,0721	1,3143	0,5565	0,7986	1,0408	1,2830	0,5252
70	0,7674	1,0096	1,2518	0,4940	0,7362	0,9784	1,2206	0,4628	0,7050	0,9472
80	1,1894	0,4316	0,6738	0,9160	1,1582	0,4004	0,6426	0,8848	1,1270	0,3692
90	0,6114	0,8536	1,0958	0,3380	0,5802	0,8224	1,0646	0,3068	0,5490	0,7912
2000	1,0334	0,2756	0,5178	0,7600	1,0022	0,2444	0,4866	0,7288	0,9710	0,2132

мак  $(t-t_0)$  изразимо у децималама године, можемо, користећи опет изразе (413), лако прећи и са средњег положаја једне звезде за почетак *Беселове* године  $t_0$  на њен средњи положај ма за који тренутак  $t$  у току године, рецимо за тренутак неког њеног посматрања.

Употреба *Беселове* године знатно упрошћује рачуне, јер истом тренутку *Беселове* године одговара увек иста средња лонгитуда Сунца, па дакле и иста годишња аберација. Осим тога и при рачунању утицаја прецесије за цео број година *Беселова* година пружа константну јединицу. Зато се и величине  $m, n, \psi', \theta, \psi, \epsilon_0, \dots$  везане за прецесију дају за почетак или одређене тренутке *Беселове* године.

**Пример 55.** — Тренутак  $13^h 0^m 0^s$  средње-европског времена (или  $12^h 0^m 0^s$  светског времена) 1961. марта 23. изразити у деловима *Беселове* године.

*Беселова* година 1961. почела је у 0,5877 те календарске године. Од почетка до датог тренутка протекло је у данима

$$\begin{array}{r} 81,5000 \\ -0,5877 \\ \hline 80,9123 \end{array}$$

или у годинама

$$\frac{80,9123}{365,2422} = 0,2215.$$

Дакле, дати тренутак у деловима *Беселове* године износи

$$1961,2215.$$

*Напомена.* — Примере за прелаз са средњег положаја за једну епоху на средњи положај за другу епоху види у параграфу 1.3.6.

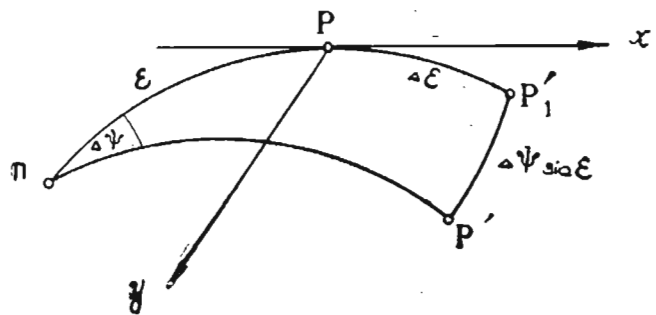
**1.3.5. Астрономска нутација.** — Одмах по доласку на управу Гриничке опсерваторије, у периоду од 1742. — 1748., Бредли је, одређујући екваторске координате звезда, уочио једу малу периодичну промену њихових положаја. Полазећи одатле открива он периодичну промену  $\Delta\psi$  опште прецесије и периодичну промену  $\Delta\epsilon$  нагиба екватора према еклиптици, које резултују у једно периодично кретање правога светског пола око средњег, одн. праве  $\gamma$  тачке око средње, као и правих положаја небеских тела око њихових средњих положаја. Ова појава позната је под именом *астрономска нутација* (за разлику од слободне Земљине нутације о којој ће касније бити говора). И овде се ради о промени положаја небеских тела изазваној променом координатног система.

Већ 1749. године Даламбер поставља егзактну механичку теорију астрономске нутације, У оквиру Геодеске астрономије задржимо се на опису појаве и нарочито на њеном утицају на екваторске координате небеских тела, који је од великог значаја за праксу.

Због Земљиног обилажења око Сунца, Сунце према екватору мења периодично свој положај у току године. Исто тако и Месец због свог обилажења око Земље. Најзад, мењају се периодично и даљине ових небеских тела од Земље. Зато свако привидно Сунчево кретање или право Месечево кретање у односу на Земљу изазива периодичну промену, како у интензитету, тако и у правцу њихових привлачних сила на Земљина екваторска испупчења, па дакле и периодичне промене разних врста и реда величине у општој прецесији  $\psi$ . Она исто тако изазивају и периодичне промене у нагибу екватора  $\epsilon$ . Зато се разликују многи чланови астрономске нутације, како они са дугим, тако и они са кратким периодима.

Члан најдуже периоде и највеће амплитуде у астрономској нутацији долази од једне врсте Месечева периодичног кретања о којој досад није било говора. То је његово кретање које долази од ретроградног померања линије чворова Месечеве путање, која обиђе еклиптику за  $18 \frac{2}{3}$  година. Ако лонгитуду узлазног чвора Месечеве путање

над еклиптиком обележимо са  $\Omega$ , онда се од промена Месечева положаја изазваних овим кретањем линије чворова периодично мења његова привлачна сила која дејствује на Земљина екваторска испупчења, а последица ове промене су, како Небеска механика показује, периодична промена опште прецесије или нутација у лонгитуди  $\Delta\psi = -17'', 234 \sin \Omega$  и периодична промена у нагибу екватора према еклиптици или нутација у нагибу  $\Delta\epsilon = +9'', 210 \cos \Omega$ . Ова два кретања можемо лако сложити у једно, ако на сл. 72. уочимо у средњем светском полу  $P$  тангентну раван, која се на попришту појаве астрономске нутације слива са небеском сфером, и праве полове  $P_1'$  и  $P'$  у истој епохи. Прави пол



Сл. 72. Нутација у лонгитуди и нагибу

се померио из средњег положаја његова  $P$  у положај  $P'_1$  услед дејства компоненте  $\Delta\varepsilon$ , а из положаја  $P'_1$  у положај  $P'$  услед дејства компоненте  $\Delta\psi$  које износи  $\Delta\psi \sin \varepsilon$ . Тада можемо, с обзиром на горње вредности за  $\Delta\psi$  и  $\Delta\varepsilon$ , ставити:

$$x = \Delta\varepsilon = +9'', 210 \cos \varnothing,$$

$$y = \Delta\psi \sin \varepsilon = -17'', 234 \sin \varepsilon \sin \varnothing.$$

Ако нас интересује геометријско место свих правих полова  $P'$  око средњег  $P$  или путања правога пола око средњег која долази од највећег члана нутације, онда треба из њеног горњег параметарског облика елиминисати време које се крије у променљивом параметру  $\varnothing$ . Решимо ли горње једначине по  $\sin \varnothing$  и  $\cos \varnothing$ , добићемо

$$\cos \varnothing = \frac{+x}{9'', 210}, \quad \sin \varnothing = \frac{-y}{17'', 234 \sin \varepsilon} = \frac{-y}{6'', 86}.$$

Квадрирамо ли ове једначине и саберемо, добићемо за једначину путање правога пола око средњег

$$\boxed{\frac{x^2}{9'', 21^2} + \frac{y^2}{6'', 86^2} = 1,} \quad (414)$$

дакле једначину елипсе с великом осовином дуж круга латитуде, која се зове *нутациона елипса*.

Док се прави пол услед астрономске нутације креће око средњег по елипси, дотле се средњи пол услед прецесије креће по својој секуларној путањи. Сложимо ли ова два кретања правога пола, добијамо да се он услед ове две појаве креће по једној змијоликој кривој



Сл. 73. Путање средњег и правога пола

око прецесионе, чија је конкавност увек окренута према полу еклиптике. На сл. 73. извучене су прецесиона путања средњег пола и резултајућа прецесионо-нутациона путања правога пола око пола еклиптике.

Поред уоченог највећег члана астрономске нутације постоје још многобројни други. Сунце проведе привидно 6 месеца на северној

а 6 месеца на јужној небеској хемисфери. Ово његово привидно кретање, које је последица Земљина кретања око Сунца, изазива једно периодично кретање правога пола с годишњом периодом. Месечево кретање око Земље изазива један нутациони члан с месечном периодом итд. Тако се, по *Њукомбу*, и нутација у лонгитуди и нутација у нагибу могу за 1900. годину представити оваквим периодичним редовима:

$$\begin{aligned} \Delta\psi &= -17'',234 \sin \Omega + 0'',209 \sin 2\Omega - \\ &\quad - 1'',272 \sin 2\lambda_{\odot} - 0'',204 \sin 2\lambda_{\zeta} + \dots, \\ \Delta\varepsilon &= 9'',210 \cos \Omega - 0'',090 \cos 2\Omega + \\ &\quad + 0'',551 \cos 2\lambda_{\odot} + 0'',089 \cos 2\lambda_{\zeta} + \dots. \end{aligned} \quad (415)$$

Коефицијент

$$N = 9'',210 \quad (416)$$

назива се *константа нутације* и одређује се на више начина из посматрања.

Услед осталих чланова астрономске нутације, који сви представљају таласна кретања разних периода и амплитуда правога пола око средњег, и резултујућа путања правога пола није проста, већ врло сложена вијугава крива око прецесионе путање средњег пола.

Свим нутационим кретањима правога светскога пола око средњег одговарају и нутациона кретања праве  $\gamma$  тачке око средње. Ми смо међутим у параграфу 1.3. дали дефиницију основне временске јединице — звезданог дана — и рекли да се звездано време мери часовним углом  $\gamma$  тачке. Међутим како постоји средњи и прави положај  $\gamma$  тачке, сада треба ову јединицу прецизније дефинисати. Ако се за њену дефиницију узме права  $\gamma$  тачка, тј. ако се дужина дана изводи из посматрања, онда се може дефинисати *прави звездани дан* као временски размак између две узастопне горње кулминације праве  $\gamma$  тачке. *Право звездано време* се мери њеним часовним углом. Овакав дан није сталне дужине због периодичне промене положаја праве  $\gamma$  тачке, те се не може усвојити за тачно рачунање времена. Занемаримо ли краткoпериодичне чланове нутације, долазимо до положаја  $\gamma$  тачке који се назива квази-прави. Временски размак између две узастопне горње кулминације квази-праве  $\gamma$  тачке назива се *квази-прави звездани дан* и он је нешто мање променљив од правога звезданог дана. Часовним углом ове тачке мери се *квази-право звездано време*. Тек када се из положаја  $\gamma$  тачке елиминишу и дугoпериодични и краткoпериодични чланови нутације и узме њен средњи положај долази се до сталне временске јединице, или бар до оне која не зависи од нутационих колебања праве  $\gamma$  тачке. Та јединица је *средњи звездани дан* или временски размак између две узастопне горње кулминације средње  $\gamma$  тачке. Њеним часовним углом мери се *средње звездано време*, које је по међународном договору усвојено за сва прецизна рачунања с временом, па и за прецизна одређивања у Геодеској астрономији. Сви

астрономски годишњаци дају за сваку светску поноћ како утицај дугопериодичних, како и утицај краткопериодичних чланова нутације на  $\gamma$  тачку, тако да одузимањем ова два броја, интерполована из таблица за тренутак посматрања, можемо увек прећи са посматраног правог звезданог времена на рачунато, скоро униформно, средње звездано време. Да би се добило потпуно униформно време с високом тачношћу, потребно је из посматрања елиминисати још систематске утицаје померања Земљиних полова о којима ће бити ближе говора на крају параграфа 1.3.8 и неравномерности Земљине ротације, о чему је већ било говора у параграфу 1.2.11.

**1.3.5.1. Утицај астрономске нутације на екваторске координате.** — Услед астрономске нутације лонгитуде небеских тела мењају се за  $\Delta\psi$ , а латитуде остају непромењене. Међутим, обе екваторске координате се мењају. Да бисмо нашли њихове промене

$$\Delta\alpha' = \alpha' - \alpha \quad \text{и} \quad \Delta\delta' = \delta' - \delta$$

услед астрономске нутације, тј. изразе за прелаз са средњег положаја једне епохе на први положај за исту епоху, послужимо се, као и код свих досад описаних појава које мењају положаје небеских тела, геометријским расуђивањем као најочигледнијим.

Приметимо најпре да компонента нутације у лонгитуди,  $\Delta\psi$ , помера средњи светски пол по лонгитуди на исти начин на који га и луни-соларна прецесија помера у току године за  $\frac{d\psi'}{dt}$ . Зато ће утицај компоненте  $\Delta\psi$  нутације на ректасцензију и деклинацију износити

$$\left( \frac{d\psi'}{dt} \cos \varepsilon + \frac{d\psi'}{dt} \sin \varepsilon \sin \alpha \operatorname{tg} \delta \right) \frac{\Delta\psi}{\frac{d\psi'}{dt}} = (\cos \varepsilon + \sin \varepsilon \sin \alpha \operatorname{tg} \delta) \Delta\psi, \quad (417)$$

$$\frac{d\psi'}{dt} \sin \varepsilon \cos \alpha \frac{\Delta\psi}{\frac{d\psi'}{dt}} = \sin \varepsilon \cos \alpha \Delta\psi. \quad (418)$$

Компонента, пак, нутације у нагибу,  $\Delta\varepsilon$ , помера светски пол по деклинацијском кругу солстиција (сл. 74.) за величину  $\Delta\varepsilon$ , па ће изазвати промене екваторских координата звезде  $\Sigma$  које се могу наћи из сферног троугла  $PP'\Sigma$  с врло малим углом  $\Sigma$ . Применом синусне теореме на тај троугао добивамо

$$\frac{\sin \Sigma}{\sin \Delta\varepsilon} = \frac{\sin (90^\circ + \alpha')}{\sin (90^\circ - \delta)},$$

па се без уштрба у тачности за мали угао  $\Sigma$  може извести вредност

$$\Sigma = \frac{\cos \alpha}{\cos \delta} \Delta\varepsilon.$$

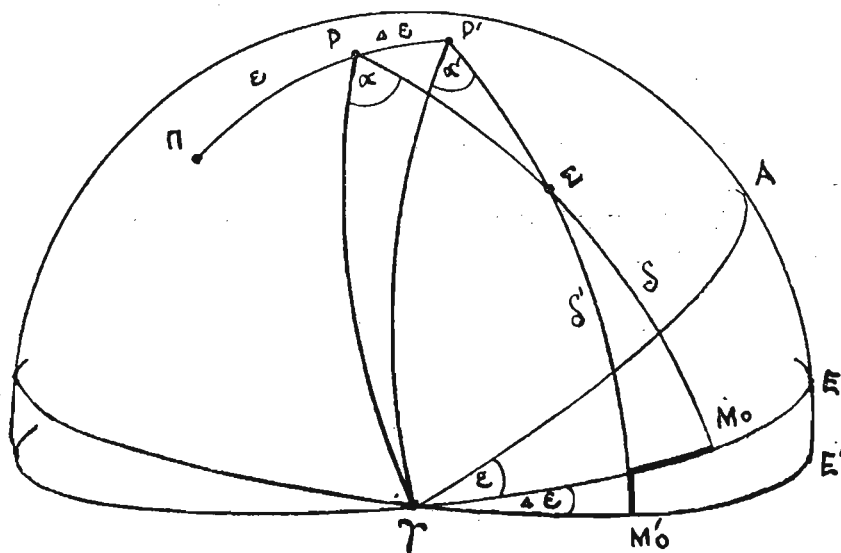
Промене екваторских координата услед компоненте  $\Delta \epsilon$  очигледно су онда:

$$-\Sigma \sin \delta = -\cos \alpha \operatorname{tg} \delta \Delta \epsilon, \quad (419)$$

$$+ \sin \alpha \Delta \epsilon. \quad (420)$$

Саберемо ли утицаје обе компоненте нутације (415) и (417) на ректасцензију и њихове утицаје (416) и (418) на деклинацију, добићемо тражене изразе за прелаз са средњих екваторских координата једног небеског тела на његове праве екваторске координате за исту епоху:

$$\begin{aligned} \alpha' - \alpha &= (\cos \epsilon + \sin \epsilon \sin \alpha \operatorname{tg} \delta) \Delta \psi - \cos \alpha \operatorname{tg} \delta \Delta \epsilon, \\ \delta' - \delta &= \sin \epsilon \cos \alpha \Delta \psi + \sin \alpha \Delta \epsilon. \end{aligned} \quad (421)$$



Сл. 74. Утицај астрономске нутације на ректасцензију и деклинацију

Исте изразе можемо добити и аналитички ако диференцирамо везе за прелаз са еклиптичких на екваторске координате:

$$\sin \delta = \sin \beta \cos \epsilon + \sin \epsilon \cos \epsilon \sin \lambda,$$

$$\cos \delta \sin \alpha = -\sin \beta \sin \epsilon + \cos \beta \cos \epsilon \sin \lambda,$$

$$\cos \delta \cos \alpha = \cos \beta \cos \lambda,$$

под претпоставком да се с једне стране мењају  $\alpha$  и  $\delta$ , а с друге само  $\lambda$  и  $\epsilon$ , и ако после диференцирања ставимо

$$d\lambda \approx \Delta \psi, \quad d\epsilon \approx \Delta \epsilon.$$

**1.3.6. Сопствено кретање звезде и његов утицај на екваторске координате.** — Све досад описане појаве само су привидно мењале положаје небеских тела: било услед преламања у Земљиној атмосфери светлосног снопа који нам звезда шаље (астрономска

рефракција), било услед посматрачева кретања по Земљи или заједно са Земљом (паралакса и аберација), или услед кретања самог координатног система (прецесија и астрономска нутација). Међутим постоје и *сојсћвена кретања* звезда кроз васионски простор која доводе до правих промена њихових положаја.

Сопствена кретања звезда открио је *Е. Халеј* упоређујући положаје звезда које је сам одредио с положајима истих звезда које су одредили *Тихо Брахе* и око 2000 година раније грчки астрономи. Њих је несумњиво утврдио за блиске нам звезде Сиријус, Процион и Арктур, а наговестио а за све звезде, које су дотле сматране некретницама. *Касини* се заузимао за ово откриће, док је *Бредли* сматрао да су ова кретања привидна, и да долазе од Сунчева кретања у васионском простору. 1760. и 1775. *Т. Мајер* је одредио сопствена кретања још 137 звезда, а затим су на њиховом одређивању радили *Бесел*, *Аргеландер* и *Поршер*. Фотографско одређивање увели су у XX веку *Волф*, *Рос* и *Косћински*. 1936. посебан каталог сопствених кретања звезда саставио је хамбуршки астроном *Шор*, а данас су позната сопствена кретања за преко 200 000 звезда. У доњем прегледу дата су годишња сопствена кретања за неколико звезда с највећим сопственим кретањима. Напоредо су дате и њихове паралаксе  $\pi$  и даљине  $d$  у светлосним годинама.

Таблица 29.

Звезда	$m$	$\mu$	$\pi$	$d$	Звезда	$m$	$\mu$	$\pi$	$d$
Barnard	9,7	10",30	0",545	6,0	Cord 32816	8,3	6",11	0",222	14,7
Каптаун	9,2	8,79	0,262	12,4	Ross 619	12,6	5,40	0,154	21,2
Gr 1830	6,5	7,03	0,107	30,5	61 Cygni A	5,6	5,22	0,299	10,9
Lac 9352	7,4	6,87	0,278	11,7	61 Cygni B	6,3	5,22	0,299	10,9

Сопствена кретања звезда већином су мања од 0",1 годишње. Треба одмах рећи да се горња сопствена кретања  $\mu$  добивају из мерењем одређених њихових компонената у ректасцензији  $\mu_\alpha$  и у деклинацији  $\mu_\delta$  према изразу

$$\mu^2 = (\mu_\alpha \cos \delta)^2 + \mu_\delta^2. \quad (422)$$

и зову се *трансверзална* или *појречна сојсћвена кретања*, јер су то уствари само пројекције правих сопствених кретања на раван управну на визури.

Прво сопствено кретање у правцу визуре или *радијалну компоненту* сопственог кретања звезде одредио је *Хегинс* 1868. спектроскопски, користећи *Дојлер-Физоов* ефекат. 1887. *Фогел* и *Шајнер* су увели фотографску методу за ово одређивање, а данас имамо познате радијалне компоненте сопствених кретања, и поред све деликатности њихова

одређивања, већ за преко 10 000 звезда. Права сопствена кретања звезда у простору добивају се тек слагањем попречне и радијалне компоненте.

Међутим 1783. открио је *В. Хершел* да се Сунце са целим својим системом креће међу звездама. Апекс овог кретања налази се у сазвежђу Херкула с координатама (у округлом износу)  $\alpha = 270^\circ$ ,  $\delta = +30^\circ$ . Брзина овог кретања је 19,6 km/sec у односу на месно звездано јато Сунцу најближих звезда. Услед овога долази до привидног размицања звезда у области апекса и до привидног њиховог међусобног приближавања у супротном региону небеске сфере.

Најзад је 1927. *Орџ* открио да се и цео наш Звездани Систем, с пречником од око 30 000 парсека, обрће око једне тачке у сазвежђу Стрелац, па да и Сунце са својим системом, удаљено по *Пласкеју* и *Пирсу* око 10 000 парсека од овог средишта, учествује у овом кружном кретању крећући се брзином од 275 km/sec. Периода обиласка његове путање је 225 милиона година и назива се *космичка година*.

Да би се добила слика о *власитијим* кретањима звезда у циљу упознавања с распоредом и динамиком звезда у Звезданом Систему, морају се сопствена кретања звезда ослободити последње две привидне компоненте, које долазе од посматрачева кретања заједно са Сунчевим Системом. Но за потребе Геодеске астрономије и многе друге потребе довољно је познавати само компоненте  $\mu_\alpha$  и  $\mu_\delta$  укупног попречног сопственог кретања звезда, јер оне улазе у наша мерења.

Компоненте  $\mu_\alpha$  и  $\mu_\delta$  одређују се најпростије графички. Средње координате звезде  $\alpha$ ,  $\delta$  одређене за две што удаљеније епохе, сведу се тачном применом утицаја прецесије на исту епоху или, како се каже, на исти еквинокциј. Ако су епохе за два изабрана положаја  $(\alpha_1, \delta_1)$  и  $(\alpha_2, \delta_2)$   $t_1$  и  $t_2$ , онда су у првој апроксимацији компоненте сопственог кретања

$$\mu_\alpha = \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{t_2 - t_1}, \quad \mu_\delta = \frac{\delta_2 - \delta_1}{t_2 - t_1}. \quad (423)$$

Ако имамо на располагању већи број положаја исте звезде у разним епохама, онда се применом прецесије сви сведу на исту епоху, тј. еквинокциј. Затим се засебно за  $\alpha$  и засебно за  $\delta$  нацртају графици вредности  $\alpha$  и  $\delta$  где се на апсцисну осовину наносе епохе  $t_i$ . Тачке се на овим графицима распоређују дуж правих линија, јер се због великих звезданих даљина и релативно малих разлика у епохама за сва сопствена кретања звезда добивају велики кругови небеске сфере, тј. праве линије на графицима. Мала одступања јављају се само због случајних грешака у измереним координатама. Између свих тачака се зато повуче једна средња изравната права, тако да збир квадрата одступања свих тачака од ње буде минималан. Компоненте сопственог кретања се затим налазе из истих израза као и у претходном случају.

Но због мајушности сопствених кретања и различите тачности положаја једне исте звезде одређених у разним епохама, одређивање компонената сопствених кретања звезда веома је деликатан посао. Сем тога у њих улази скоро у целини и грешка константе прецесије,



што често изазива потребу да се и она одређује као друга непозната. Зато се у пракси, да би се постигла што виша тачност,  $\mu_\alpha$  и  $\mu_\delta$  одређују по методи најмањих квадрата из условних једначина

$$\alpha_i = \alpha_0 + \mu_\alpha (t_i - t_0), \quad \delta_i = \delta_0 + \mu_\delta (t_i - t_0), \quad (424)$$

где се за  $\alpha_0$ ,  $\delta_0$  и  $t_0$  узимају средње тежинске вредности,

$$\alpha_0 = \frac{\sum p_i \alpha_i}{\sum p_i}, \quad \delta_0 = \frac{\sum p_i \delta_i}{\sum p_i}, \quad t_0 = \frac{\sum p_i t_i}{\sum p_i}.$$

После тога се налазе разлике

$$\Delta \alpha_i = \alpha_i - \alpha_0, \quad \Delta \delta_i = \delta_i - \delta_0, \quad \Delta t_i = t_i - t_0,$$

а затим  $\mu_\alpha$  и  $\mu_\delta$ :

$$\mu_\alpha^s = \frac{\sum p_i \Delta \alpha_i \Delta t_i}{\sum p_i (\Delta t_i)^2}, \quad \mu_\delta^s = \frac{\sum p_i \Delta \delta_i \Delta t_i}{\sum p_i (\Delta t_i)^2}, \quad (425)$$

и најзад њихове средње квадратске грешке, које у овом случају обично не прелазе  $\pm 0''005$  до  $\pm 0''006$ . Када је звезда посматрана преко 100 година и има поуздане положаје ова је грешка реда величине  $\pm 0''001$ . Због високе тачности у положајима која се у ову сврху захтева и не узимају се координате мерене пре средине XIX века.

Када су познате компоненте сопственог кретања  $\mu_\alpha$  и  $\mu_\delta$  за годину дана, онда можемо лако наћи утицај сопственог кретања на екваторске координате и у временском размаку  $t_2 - t_1$  између ма које две епохе  $t_1$  и  $t_2$ :

$$\alpha_2 - \alpha_1 = \mu_\alpha (t_2 - t_1), \quad \delta_2 - \delta_1 = \mu_\delta (t_2 - t_1). \quad (426)$$

Звездани каталози поред средњих координата  $\alpha$ ,  $\delta$  и чланова прецесије у  $\alpha$  и  $\delta$  дају обично и сопствена кретања звезда у  $\alpha$  и  $\delta$ , тј.  $\mu_\alpha$  и  $\mu_\delta$ , но из техничких разлога најчешће стогодишња. Понеки

дају чак и промене сопствених кретања  $\frac{d\mu_\alpha}{dt}$  и  $\frac{d\mu_\delta}{dt}$ , но обично, такође

из техничких разлога, помножене са 100. Зато у таквим случајевима утицаје сопственог кретања на  $\alpha$  и  $\delta$  у размаку од епохе каталога  $t_1$  до дате епохе  $t_2$  рачунамо по изразима

$$\begin{aligned} \alpha_2 - \alpha_1 &= \frac{t_2 - t_1}{100} \mu_\alpha + \frac{t_2 - t_1}{100} \frac{d\mu_\alpha}{dt}, \\ \delta_2 - \delta_1 &= \frac{t_2 - t_1}{100} \mu_\delta + \frac{t_2 - t_1}{100} \frac{d\mu_\delta}{dt}. \end{aligned} \quad (427)$$

На крају још једна практична напомена. Како се средње координате звезда мењају и услед прецесије и услед сопственог кретања, то у изразу (413) за прелаз с једног средњег положаја на други (тачка 1.3.4.1) треба још унети и утицај сопственог кретања, тако да ти изрази у свом дефинитивном облику изгледају:

$$\begin{aligned} \alpha_1 - \alpha_0 &= \frac{d\alpha}{dt}(t_1 - t_0) + \frac{d^2\alpha}{dt^2} \frac{(t_1 - t_0)^2}{2} + \frac{d^3\alpha}{dt^3} \frac{(t_1 - t_0)^3}{6} + \mu_\alpha(t_1 - t_0), \\ \delta_1 - \delta_0 &= \frac{d\delta}{dt}(t_1 - t_0) + \frac{d^2\delta}{dt^2} \frac{(t_1 - t_0)^2}{2} + \frac{d^3\delta}{dt^3} \frac{(t_1 - t_0)^3}{6} + \mu_\delta(t_1 - t_0), \end{aligned} \quad (428)$$

где су  $\mu_\alpha$  и  $\mu_\delta$  годишње компоненте сопственог кретања у ректасцензији и деклинацији.

У неким каталозима годишња прецесија и годишње сопствено кретање спојени су у један члан, који се назива *годишња промена (variatio annua)* и обележава са var. ап. или  $I_\alpha$ , одн.  $I_\delta$ . Други члан прецесије и промена сопственог кретања, помножени са 100, спојени су уједно под називом *вековна промена (variatio saecularis)* и под знаком var. saec. или  $II_\alpha$ , одн.  $II_\delta$ . Трећи члан прецесије помножен са  $\frac{100^3}{6}$  обично се тада обележава са  $III_\alpha$ , одн.  $III_\delta$ . У том случају изрази за прелаз с једног средњег положаја на други имају овај прост облик:

$$\begin{aligned} \alpha_1 - \alpha_0 &= I_\alpha(t_1 - t_0) + II_\alpha \frac{(t_1 - t_0)^2}{200} + III_\alpha \left(\frac{t_1 - t_0}{100}\right)^3, \\ \delta_1 - \delta_0 &= I_\delta(t_1 - t_0) + II_\delta \frac{(t_1 - t_0)^2}{200} + III_\delta \left(\frac{t_1 - t_0}{100}\right)^3. \end{aligned} \quad (429)$$

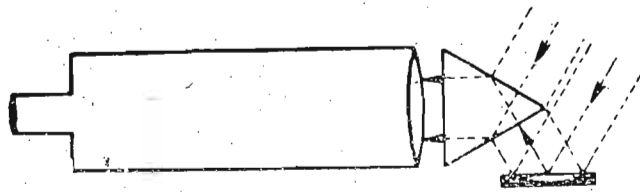
**Пример 56.** — Израчунати средње екваторске координате ( $\alpha_1, \delta_1$ ) (без сопственог кретања) за звезду  $\alpha$  Orionis за епоху 1961,0, користећи се каталогом FK 3. Израчунати затим и сопствено кретање звезде за исту епоху.

За означену звезду на странама 26. и 27. каталога FK 3 налазимо следеће податке:

№	Име	Прив. вел.	Sp.	Епоха	$\alpha$			$\frac{d\alpha}{dT}$	$\frac{d^2\alpha}{dT^2}$	$\mu$	$\frac{d\mu}{dt}$
					h	m	s	s	s	s	s
224	Orion	0,92	MO	1925,0	5	51	6,615	+ 324,796	+ 0,248	+ 0,186	+ 0,001
				1950,0	5	52	27,822	+ 324,856	+ 0,237	+ 0,186	+ 0,001

ГЛАВА ЧЕТРНАЕСТА  
АСТРОЛАБ С ПРИЗМОМ

**128. Опис инструмента и начин посматрања.** — Главни делови астролаба са призмом (сл. 56) јесу: 1) приближно хоризонтални дурбин; 2) правилна тросрана стаклена призма код које су све три стране оптички изглачане површине; она је утврђена испред објектива тако да је њена страна окренута објективу што приближније вертикална, а ивице призме хоризонталне; хоризонталност дурбина и ивица призме и вертикалност призмине стране окренуте објективу потребне су само са тачношћу до  $1'$ ; 3) живин хоризонат, тј. месинган амалгамисан тањирчић у који је насута у танком слоју жива. Цео инструменат може се окретати око вертикалне осовине, а азимут се може читати највише са тачношћу од  $1'$ .



Сл. 56.

Он се употребљава на овај начин: претпоставимо да се извесна звезда налази на зенитном отстојању  $30^\circ$  и да је инструменат постављен тако да главни пресек призме (раван управна на њене ивице и стране омотача) који је приближно вертикалан, пошто су призмине ивице приближно хоризонталне, пролази кроз звезду. Тада зраци од звезде улазе у дурбин на два начина: 1) они падају под правим углом на горњу страну призме, тотално се рефлектују од њене доње стране, падају управно на њену вертикалну страну окренуту објективу и пролазе кроз доњу половину објектива; 2) зраци падају на живин хоризонат, одбијају се од њега под углом који је једнак упадном углу, падају управно на доњу страну призме, тотално се рефлектују од њене горње стране, пролазе кроз вертикалну страну призме управно и затим пролазе кроз горњу половину објектива. Како и једни и други зраци падају управно на вертикалну страну призме, то нам изгледа као да они претстављају две половине једног истога снопа паралелних зракова, па се зато од њих добија само једна слика звезде, коју посматрач види близу средине видног поља дурбина, уколико су остварени горе поменути услови вертикалности и хоризонталности разних делова инструмента.

Али, како показује подробно испитивање хода зракова, на шта ћемо сада прећи, ако је зенитно отстојање звезде мање или веће од

$30^\circ$ , добиће се не један, него два лика звезде, који ће бити размакнути уколико, више уколико се више зенитно отстојање звезде разликује од  $30^\circ$ .

Замислимо сад да се звезда, која се налази источно од меридијана, издиже услед привредног дневног обртања неба, достиже зенитно отстојање  $30^\circ$  и пролази кроз њ; посматрач који гледа у дурбин видеће најпре две звезде, које ће се постепено приближавати једна другој померајући се у исто време с лева на десно или с десна на лево услед кретања звезде по азимуту. Пuteви обеју звезда пресећи ће се, и после тренутног поклапања два лика звезде они ће се даље разилазити. Поклапање ће се догодити баш у тренутку кад звезда достигне зенитно отстојање од  $30^\circ$ ; овај тренутак посматрач треба да забележи са свог хронометра. У томе се састоји процес посматрања.

Битна одлика овог инструмента за одређивање тренутка када звезда достиже једно исто зенитно отстојање, од веома приближно  $30^\circ 0'00''$ , састоји се у томе што није потребна висока тачност ни у узајамном распореду делова инструмента, ни у његовоме постављању да би се постигла *истоветност* зенитног отстојања при свима посматрањима.

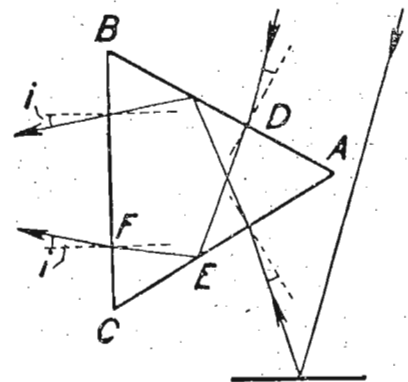
То ће се видети из теорије астролоба с призмом на коју сада прелазимо.

**129. Ход зракова у идеалном инструменту.** — Главни део инструмента који одређује све његове одлике је призма. У идеалном случају она мора бити тачна призма, а не зарубљена пирамида, тј. њене ивице морају бити паралелне међу собом; углови међу њеним странама морају бити једнаки по  $60^\circ$ ; она мора стајати тако да њене ивице буду хоризонталне, а страна  $BC$  окренута објективу, вертикална.

Претпоставимо да су ти услови остварени, да се звезда налази у главном пресеку призме и да је зенитно отстојање звезде  $30^\circ - i$ , где је  $i$  мали угао. Тада спољна нормала на страни  $AB$  образује с вертикалом угао од  $30^\circ$ . Зраци са звезде, као што показује слика 57, образују с том нормалом угао  $i$ ; односни преломни угао  $r$  у унутрашњости призме тада је одређен једначином  $\sin i = n \sin r$ , где је  $n$  индекс преламања, као што је познато, различит за зраке разне боје; у унутрашњости призме  $\sphericalangle DEA = 180^\circ - A - ADE = 180^\circ - 60^\circ - (90^\circ - r) = 30^\circ + r$ ; по закону одбијања светлости је  $\sphericalangle DEA = \sphericalangle FEC$ ; према томе је  $\sphericalangle EFC = 180^\circ - C - FEC = 180^\circ - 60^\circ - (30^\circ + r) = 90^\circ - r$ ; значи упадни угао на страну  $BC$  у унутрашњости призме је  $r$  и зрак излази из призме образујући с нормалом на страни  $BC$  угао раван  $i$  и креће се *оздо навише* (сл. 57).

Ако сад одредимо скретање зрака при пролазу кроз призму, добићемо скретање  $\delta =$  скретању у тачки  $D +$  скретање у тачки  $E +$  скретање у тачки  $F = (i - r) + 2 \sphericalangle DEA + (i - r) = 2(i - r) + 2(30^\circ + r) = 60^\circ + 2i$ .

Зраци који долазе од исте звезде али се најпре одбијају од живиног хоризонта, а затим падају на призму, улазе у њу оздо са надир-



Сл. 57.

ним отстојањем  $30^\circ - i$ ; пут њихов је потпуно симетричан с путем посматраних зракова и на крају крајева ови зраци излазе из стране  $BC$ , заклапајући са нормалом на њу такође угао  $i$ , само се крећу *оздо на ниже*. На тај начин, ако се звезда налази на зенитном отстојању  $30^\circ - i$ , један њен лик у пољу дурбина биће *горе*, а други *доле* и угао између њих биће  $2i$ . Кад зенитно отстојање расте, тј. кад  $i$  опада, ликови ће се приближавати један другом; кад постане  $i = 0$ , они ће се покlopити и кад зенитно отстојање продужи даље расти, они ће се разилазити. Да би наступило поклапање приближно у средини видног поља потребно је да дурбин буде приближно хоризонталан, али потпуна тачност овде није потребна и *не треба да постоји* у средини видног поља никакав крст конаца, да се процес поклапања ликова не би ничим закљонио.

### 130. Ход зракова у призми чији углови нису једнаки. —

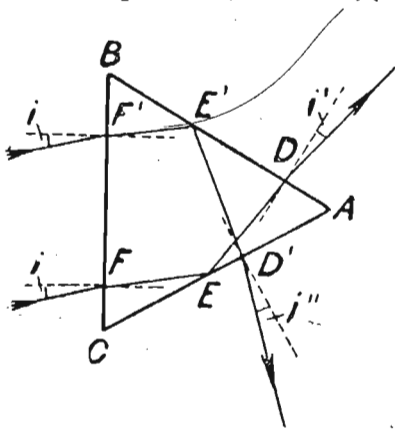
Испитаћемо сада ход зракова у општијем случају, када се они крећу као и раније кроз главни пресек призме, али кад сама призма није идеална, када углови  $A, B, C$  нису међу собом једнаки. Посматраћемо најпре пут зракова који падају на страну  $BC$  окренуту објективу под углом  $i$  према нормали на страни  $BC$ , а који се крећу оздо навише као што је приказано на слици 58. Треба разликовати део зракова који се одбијају на страни  $CA$  од оног њиховог дела који се одбија на страни  $BA$ . У оба случаја преломни угао  $r$  дат је једначином  $\sin i = n \sin r$ , где је  $n$  индекс преламања. Даље је

$$\sphericalangle FEC = 180^\circ - CFE - ECF = 180^\circ - (90^\circ + r) - C = 90^\circ - C - r;$$

$$\sphericalangle DEA = \sphericalangle FEC.$$

$$\begin{aligned} \sphericalangle EDA &= 180^\circ - DEA - A = 180^\circ - (90^\circ - C - r) - A = \\ &= 90^\circ + C - A + r. \end{aligned}$$

Стога је угао  $r'$  под којим зраци падају на страну  $AB$  у унутрашњости призме једнак  $\sphericalangle EDA - 90^\circ = C - A + r$  и угао  $i'$  (види пртеж) такав да је  $\sin i' = n \sin (C - A + r)$ . Скретање зракова од првобитног правца (до њиховог уласка у призму)



Сл. 58.

$$\delta_1 = -(i - r) + 2FEC - (i' - r') = -(i - r) + 2(90^\circ - C - r) - [i' - (C - A + r)].$$

Ако на потпуно исти начин испитамо пут зракова који се одбијају на страни  $AB$ , добићемо

$$\sphericalangle F'E'B = \sphericalangle AE'D' = 180^\circ - (90^\circ - r) - B = 90^\circ - B + r;$$

$$\sphericalangle AD'E' = 180^\circ - (90^\circ - B + r) - A = 90^\circ + B - A - r.$$

Угао под којим падају зраци на страну  $AC$  у унутрашњости призме је

$$r'' = 90^\circ - \sphericalangle AD'E' = A - B + r,$$

а угао  $i''$  (b. пртеж) је такав да је

$$\sin i'' = n \sin (A - B + r).$$

Скретање ових зракова од првобитног правца до њиховог улаза у призму је

$$\begin{aligned}\delta_2 &= (i - r) + 2 F'E'B + [i'' - (A - B + r)] = \\ &= (i - r) + 2 (90^\circ - B + r) + [i'' - (A - B + r)].\end{aligned}$$

Као што се из цртежа види скретања зракова  $\delta_1$  и  $\delta_2$  догађају се у разне стране од првобитног њиховог заједничког правца; стога да бисмо добили величину разилажења зракова који излазе из призме кроз стране  $AB$  и  $AC$ , треба узети збир  $\delta_1 + \delta_2$ . Добићемо

$$\delta = \delta_1 + \delta_2 = 2(90^\circ - C - r) + 2(90^\circ - B + r) + i'' - i' + (C - A + r) - (A - B + r),$$

одакле, после свођења сличних чланова, добијамо

$$\delta = 360^\circ - C - B - 2A + i'' - i'.$$

Ако  $i$  износи само мали број лучних минута (испод  $1^\circ$ ), што се у пракси лако постиже, и разлика углова призме  $A, B, C$  није већа од  $1'$ , и углови  $i'$  и  $i''$  такође неће бити велики, па се стога с врло малим отступањем на  $\delta$ , које практично не достиже ни  $0'',016$ , може место горе наведених тачних образаца узети

$$i' = nr' = n(C - A + r) \quad \text{и} \quad i'' = nr'' = n(A - B + r),$$

а тада ћемо, имајући у виду да је  $C + B + A = 180^\circ$ , добити:

$$\begin{aligned}\delta &= 180^\circ - A + n(2A - B - C) = \\ &= 180^\circ - A + n(3A - 180^\circ) = 180^\circ - A - 2A + 2A + 3n(A - 60^\circ) = \\ &= 2A + (3n - 3)(A - 60^\circ) = 120^\circ + (3n - 1)(A - 60^\circ).\end{aligned}$$

Из ових израза видимо: 1) да разилажење зракова практично не зависи од угла  $i$  само ако он није већи од  $1^\circ$ ; 2) да се угао  $\delta$  утолико мање разликује од  $120^\circ$ , уколико је угао призме  $A$  ближи  $60^\circ$ .

Замислимо сада звезду на висини једнакој  $\frac{1}{2} \delta$ ; њени зраци одбијени од живиног хоризонта изгледа као да долазе испод хоризонта под углом  $-\frac{1}{2} \delta$  према њему; стога ако поставимо призму тако да ова два снопа зракова од звезде иду кроз призму исто као и малочас испитани зраци, али у супротном смеру, оба ова снопа зракова изићи ће из стране  $BC$  у једном истом правцу и у дурбину ће се видети само један лик звезде. Ако ли је висина звезде мања или већа од  $\frac{1}{2} \delta$ , оба се њена лика неће поклапати и посматрач ће управо видети у дурбину ону исту појаву као и у случају равностране призме (сусретање, поклапање и разилажење два лика једне исте звезде), само што висина звезде на којој ће се догодити поклапање ликова неће у општем случају бити  $60^\circ$ , него  $\frac{1}{2} \delta$ , тј.  $60^\circ + \frac{1}{2} (3n - 1)(A - 60^\circ)$ , али ће она

бити у свима случајевима практично *једна те иста*, у чему се и састоји суштина и основни захтев методе за одређивање ширине и стања часовникова о којој је реч.

Приметимо да се зраци сваког снопа разлажу у спектар; претпоставимо ли као и раније да је  $i = nr$ , изрази за  $\delta_1$  и  $\delta_2$  претвориће се у:

$$\delta_1 = 2(90^\circ - C) - 2i - (n - 1)(C - A),$$

$$\delta_2 = 2(90^\circ - B) + 2i - (n - 1)(B - A).$$

Из тих израза се види да дисперсија зависи од разлике углова  $C - A$  и  $B - A$  и ишчезава тек кад је призма тачно равностранна:  $A = B = C$ . Савршено тачно ово се, разуме се, не може постићи, али савремена оптичка техника без нарочитог труда може постићи да ове разлике не пређу  $1''$ ; да би се ослабила дисперсија корисно је за призму употребљавати крон-стакло с малом дисперсијом; тада дужиња спектра сваког lika звезде, од црвеног до љубичастог, не прелази  $1''$ , тј, величину која је сасвим незнатна при увеличању дурбина какво се примењује код астролоба с призмом.

### 131. Ход зракова изван главног пресека призме. —

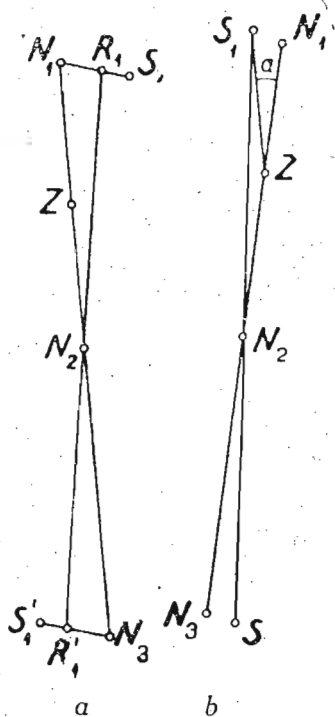
Досада смо претпостављали да се звезда налази у главном пресеку призме. Сад треба испитати утицај који врши на висину посматране звезде астролобом околност што се звезда не налази у главном пресеку призме, под условом да је главни пресек тачно вертикалан.

Да бисмо објаснили овај утицај прибећи ћемо овом начину расуђивања: повлачићемо кроз произвољну тачку линије паралелне појединачним деловима изломљеног пута светлосног зрака и нормалама на призмине стране; замислићемо затим сферу са средиштем у тој тачки и тачке пресека сфере с тим снопом зракова и испитаћемо скретање зрака у односу на положаје разних тачака на тој сфери.

Сл. 59а претставља део сфере посматране споља. Замислимо праве линије које пролазе кроз средиште сфере  $O$  и које су паралелне (оне нису нацртане на слици): 1) са нормалом на страни  $AB$  упереном упоље, 2) са нормалом на страни  $AC$  упереном у унутрашњост призме и 3) са спољном нормалом на страни  $BC$ . Означимо тачке пресека ове три праве са сфером са  $N_1$ ,  $N_2$  и  $N_3$ . Спојмо тачке  $N_1$ ,  $N_2$  и  $N_3$  луком великог круга. Тада је  $N_1N_2 = N_2N_3 = 60^\circ$  у случају тачно равностране призме.

Претпоставимо да је главни пресек вертикалан и да тачка  $Z$  одговара зениту. Ако имамо призму, а не пирамиду, четири тачке  $N_1$ ,  $N_2$ ,  $N_3$  и  $Z$  лежаће на једном великом кругу.

Како зраци од звезде за време посматрања падају приближно управно на призмину страну  $AB$ , то се тачка  $S_1$  која одговара тим зрацима, налази близу тачке  $N_1$ . Зрак, преломљен на страни  $AB$  лежи уравни  $S_1N_1$  и претстављен је тачком  $R_1$  која задовољава закон пре-



Сл. 59.

ламања светлости  $\sin S_1 N_1 = n \sin R_1 N_1$ ; зрак који се одбија од стране  $AC$  лежи под истим углом према нормали на тој страни као и упадни зрак; зато тачка  $R'_1$  која га претставља има такав положај на сфери да је  $R_1 N_2 R'_1$  лук великог круга, а  $R_1 N_2 = N_2 R'_1$ . Како је  $R_1$  близу  $N_1$  и  $N_1 N_2$  тачно или бар врло приближно једнако  $N_2 N_3$ , то  $R'_1$  лежи близу  $N_3$ .

Напоследку зрак преломљен на страни  $BC$ , који из призме излази у објектив, биће претстављен на сфери тачком  $S'_1$  тако да буде  $\sin N_3 S'_1 = n \sin N_3 R'_1$ , при чему  $S'_1$ ,  $N_3$  и  $R'_1$  леже на једном великом кругу. Скретање зракова који излазе из призме од њихова правца пре уласка у призму једнако је  $180^\circ - S_1 S'_1$ .

Претпоставимо сад ради простоте расуђивања да је призма равно-страна и страна  $BC$  вертикална. Тада је  $N_1 N_2 = N_2 N_3 = 60^\circ$ ,  $N_1 Z = ZN_2 = 30^\circ$ .

Ако се звезда налази у главном пресеку,  $S_1$  се поклапа са  $N_1$  и  $S'_1$  са  $N_3$ . Тада је скретање зракова  $180^\circ - S_1 S'_1$  тачно једнако  $180^\circ - N_1 N_3 = 60^\circ 00' 00''$ .

Замислимо сад да је призма изведена из тог положаја окретањем око вертикале за мали угао  $a$ . Тада ћемо добити слику 59 б, при чему је  $ZS_1 = 30^\circ$  и угао  $N_1 Z S_1 = a$ . Скретање је зракова  $\delta = 180^\circ - S_1 S'_1$ ; али у овом случају је  $S_1 N_2 = N_2 S'_1$ , па је  $\delta_1 = 180^\circ - 2 S_1 N_2$ . Изразимо га у функцији  $ZS_1 = 30^\circ$  и  $a$ . Из сферног троугла  $S_1 Z N_2$  у коме је  $S_1 Z = ZN_2 = 30^\circ$  и угао  $S_1 Z N_2 = 180^\circ - a$ , добићемо

$$\begin{aligned} \cos S_1 N_2 &= \cos 30^\circ \cos 30^\circ + \sin 30^\circ \sin 30^\circ \cos (180^\circ - a) = \\ &= \cos^2 30^\circ - \sin^2 30^\circ \cos a = \cos^2 30^\circ - \sin^2 30^\circ (1 - 2 \sin^2 \frac{1}{2} a) = \\ &= \cos^2 30^\circ - \sin^2 30^\circ + 2 \sin^2 30^\circ \sin^2 \frac{1}{2} a = \cos 60^\circ + \frac{1}{2} \sin^2 \frac{1}{2} a. \end{aligned}$$

Према томе налазимо

$$\cos S_1 N_2 - \cos 60^\circ = \frac{1}{2} \sin^2 \frac{1}{2} a,$$

или

$$2 \sin \frac{1}{2} (S_1 N_2 + 60^\circ) \sin \frac{1}{2} (60^\circ - S_1 N_2) = \frac{1}{2} \sin^2 \frac{1}{2} a.$$

Одатле се види да се угао  $S_1 N_2$  врло мало разликује од  $60^\circ$  када је угао  $a$  мали и зато се може претпоставити да је  $S_1 N_2 + 60^\circ = 120^\circ$  и тада је

$$2 \sin \frac{1}{2} (60^\circ - S_1 N_2) = \frac{1}{2 \sin 60^\circ} \sin^2 \frac{1}{2} a.$$

Напоследку, ако заменимо синус малог угла самим углом и изразимо га лучним секундама, добићемо

$$S_1 N_2 = 60^\circ - \frac{206\,265''}{2 \sin 60^\circ} \sin^2 \frac{1}{2} a \quad \text{и} \quad \delta = 60^\circ + \frac{206\,265''}{\sin 60^\circ} \sin^2 \frac{1}{2} a.$$



Исто ће тако бити скретање другог снопа зракова који се пре пролаза кроз призмину страну  $AC$  одбија од живиног хоризонта и толика ће иста, према томе, бити висина звезде ако се оба њена лика у дурбину поклапају. Ако израчунамо величину отступања овог угла од  $60^\circ$ , тј. величину  $(206\ 265''/\sin 60^\circ) \sin^2 \frac{1}{2} a$  за разне углове  $a$ , добићемо за

$$a = 600'', 120'', 60'', \\ 60 - S_1 N_2 = 0'',504, 0'',020, 0'',005,$$

тј. ако се посматрање поклапања двају ликова звезде у дурбину догађа тако да се азимут главног пресека призме разликује од азимута звезде за  $1'$ , висина ће се разликовати од оне која би била при поклапању тих азимута само за  $0'',005$ , тј. за сасвим незнатну величину; чак ако се ови азимути разликују и за  $2'$  отступање ће достићи само  $0'',020$ .

**132. Примена аутоколимације.** — Из излагања у § 129—131 излази: како је најбоље посматрати поклапање ликова у средини поља вида (понављам, без икаквог крста конаца на том месту), то призма мора бити постављена само приближно, до једне лучне минуте према дурбину тако да страна  $BC$  буде управна на визури, тј. према правој која пролази кроз средину видног поља и унутрашњу главну тачку објектива (или, довољно приближно речено, кроз средиште објектива).

За ту сврху примењује се принцип аутоколимације. У видно поље дурбина поставља се правоугаоник од дебелих конаца или жица, чије се средиште приближно поклапа са средиштем видног поља окулара. Место обичног окулара ставља се такав у који је између предњег и задњег сочива постављен под углом од  $45^\circ$  према осовини окуларевој танка план-паралелна стаклена плоча, а на средини окуларне цеви пробушена рупа кроз коју пролази светлост од сијалице.

Ова светлост одбива се од поменуте стаклене плоче, пролази кроз задње сочиво у окулару, кроз дијафрагму која носи правоугаоник од конаца, кроз објектив, пада на страну  $BC$  призме, одбија се од ње, враћа се понова кроз објектив, дијафрагму, цео окулар и пада у посматрачево око. Посматрач види тада и *стварни* правоугаоник од конаца, као и кад нема таквог осветљења, а и *одбијени*, који се добија одбијањем светлости лампе од стране  $BC$ . Треба приметити да ће се *одбијени* правоугаоник поклапати са *стварним* ако је страна  $BC$  управна на визури; то се на дурбину може постићи помоћу нарочитих завртања, који за мали износ мењају положај призме према дурбину, до  $1'$ , што је довољна тачност за праксу.

Ако сад нивелишемо инструменат на уобичајени начин, за шта на њему постоји либела, која није веома осетљива, јер није потребна висока тачност у нивелисању, визура ће постати у довољној мери хоризонтална а страна  $BC$  вертикална и инструменат ће бити спреман за посматрање, само још треба да буде главни пресек призме довољно близак вертикалној равни. Али ово последње дотеривање инструмента врши се тек тада када посматрач види у дурбину два лика звезде, кад она још није достигла висину од  $60^\circ$ .

**133. Случај када главни пресек призме није вертикалан.** — Када главни пресек призме није вертикалан, ни права линија која спаја оба лика звезде у дурбину такође није вертикална; посматрач треба

да обрати пажњу на ову појаву и ако стварно примети да два лика звезде не стоје на једној вертикалној линији (да би ову сигурније оценио служе му вертикалне стране правоугаоника од коначца), онда он нарочитим завртњем окреће призму и цео дурбин заједно с призмом око хоризонталне осовине која се поклапа са осовином дурбина, дотле док линија која спаја оба лика не постане вертикална. Он ово мора успети да изврши за неколико секунда до тренутка поклапања ликова, да би му у том тренутку инструменат био у *потпуном миру* и он могао са свом потребном пажњом да забележи овај тренутак према хронометру.

Ако пак, на начин који смо применили у § 131, испитамо величину утицаја отступања од вертикалности главног пресека призме на величину висине на којој се посматрају звезде при поклапању оба лика, видећемо да ће несталност ове висине, ако угао између главног пресека призме и вертикале означимо са  $b$ , бити изражен обрасцем

$$\Delta h = 4 \sin 60^\circ \cdot 206\,265'' \sin^2 \frac{1}{2} b.$$

За различите углове  $b$  овај израз има вредности

$$\begin{aligned} b &= 600'', & 120'', & 60''; \\ \Delta h &= 1'',512, & 0'',060, & 0'',015. \end{aligned}$$

Према томе ово је највеће отступање код астролаба с призмом, но оно се, као што је већ казано, отклања у току самог посматрања.

Из претходног излагања се види да нагиб зракова, који из призме улазе у објектив, у равни главног пресека, знатно мање утиче на величину оног зенитног отстојања на коме се налази звезда у тренутку поклапања њених ликова у дурбину, него њено отступање од равни главног пресека призме, једнако разлици азимута звезде од азимута главног пресека призме. Одатле излази да није потребно сувише ограничавати место у видном пољу где треба посматрати то поклапање и уз то се посматрачу може допустити већи део поља у вертикалном правцу него у хоризонталном. Зато се у астролабу који израђује Оптичко-механичко друштво у Паризу, у видном пољу дурбина налази правоугаоник од коначца, чија вертикална страна има  $20'$ , а хоризонтална само  $5'$ . Посматрање поклапања оба лика треба вршити у границама овог правоугаоника.

Пракса је показала да је посматрање тачније кад се ликови сасвим не поклапају већ се налазе на једној *хоризонтали* у дурбину; због тога не треба доводити главни пресек призме потпуно вертикално већ оставити изван мали нагиб  $b$ , рецимо до  $1'$ . Тада се ликови неће поклапати, него ће пролазити врло близу један поред другог.

На основи ових расуђивања долазимо до закључка да је и поред сразмерно широких граница отступања призме, њеног дотеривања и дотеривања дурбина, висина на којој се посматрају звезде *стална* у границама од 1—2 *стога* дела лучне секунде, па је стога астролаб с призмом нарочито подесан инструменат за примену методе једнаких висина у циљу једновременог одређивања ширине места и стања часовникова.

Напоследку најосетљивији део инструмента је живин хоризонтат. Као што је већ речено, то је *бакарни тањир* у који је у танком слоју насута жива. Тањир мора бити амалгамисан да би га жива квасила.

Жива мора бити чиста, без скрамице и прљавштине на површини. Она се мора добро штитити од ветра, јер и лак ветар може изазвати боре на површини живе, а због њих одбијени лик звезде није више тако оштар као онај други. У циљу заштите од ветра препоручује се да се живин хоризонтат покрива двоспратним поклопцем који на два места има округле отворе таман толике да не ограничавају сноп зракова који може проћи кроз објектив.

#### 134. Број звезда које треба посматрати и њихов избор.

— Као што је круг у равни одређен трима тачкама, тако је и у посматраном задатку, са теориског гледишта потребно и довољно посматрати три звезде на једном истом зенитном отстојању. Али се притом претпоставља да посматрање не садржи никаква отступања. У пракси је боље, као и у другим задацима практичне астрономије, не задовољавати се мивимумом неопходних посматрања, већ их имати нешто више ради сигурности од грубих грешака и могућности да се макар и приближно оцени тачност добивених резултата. С друге стране, средиште круга који пролази кроз три или четири тачке одређује се утолико сигурније, уколико приближније три тачке образују равнострани троугао, а четири тачке квадрат. Зато се при избору звезда код ове методе препоручује да се посматрају у једној серији најмање четири звезде распоређене тако да се по азимуту разликују једна од друге за по  $90^\circ$ , на пр. на *ЈЗ, СЗ, СИ, ЈИ*, као што се то нарочито препоручује у упутствима за радове са астролабом Нокс Шоуа и Бола.<sup>1)</sup>

Напослетлу пре посматрања неопходно је потребно саставити програм за дотично вече, а то није тешко урадити само ако имамо при руци нарочите помоћне таблице. Такве се таблице налазе на пример у поменутој књизи Нокс Шоуа и Бола. Оне садрже за низ ширина час и минуто звездана времена када која сјајна звезда, до 4,5 величине, достиже висину од  $60^\circ$ , и њен азимут у том тренутку. Помоћу тих таблица посматрач може брзо да изабере подесне звезде тако да размаци међу посматрањима не буду ни сувише мали ни сувише велики, а да азимути звезда одговарају горњим условима.

Да би се инструменат довео у азимут звезде, на њему постоји хоризонтални круг по коме клизи индекс утврђен за носач на коме се налази дурбин с призмом и живин хоризонтат. Али се по свом склопу инструменат не може уперити на Северњачу, по којој се обично одређује место меридијана на хоризонталном кругу. Због тога се мора прибећи магнетној игли. Она се налази у узаној кутији причвршћеној за дурбин; у кутији постоји скала постављена тако да се визура налази у магнетном меридијану кад крај игле стоји на нули. Кад се дурбин доведе у тај положај, на хоризонталном кругу се добија читање које одговара магнетском меридијану. Да би се добило на кругу читање које одговара астрономском меридијану, треба познавати магнетску деклинацију у месту посматрања, тј. угао између магнетског и астрономског меридијана. Деклинација се назива источном ако се северни крај магнетске игле налази источно (или јужни западно) од астрономског меридијана. Према томе, ако знамо читање круга које одговара магнетском меридијану и деклинацију магнетске игле, простим сабирањем или одузимањем можемо добити место астрономског меридијана на кругу.

<sup>1)</sup> Knox Show and R. Boll, Prismatic Astrolaby.

Код неких инструмената и сам круг (или индекс) могу се обртати око вертикалне осовине и тада се може на почетку посматрања круг довести тако да место астрономског меридијана на кругу буде обележено нулом. Ово разуме се олакшава довођење инструмента у азимут звезде коју треба посматрати.

**135. Обрада посматрања.** — За обраду извршених посматрања било је предложено неколико метода. Ми ћемо изложити полу-рачунску, полу-графичку методу коју су предложили горе поменути аутори Нокс Шоу и Бол.

Приметимо пре свега да је стално зенитно отстојање на коме се посматрају звезде датим инструментом увек близу  $30^\circ$ , али није једнако код свих инструмената, зато што зависи од углова призме (в. израз  $\delta$  у § 130) и разликује се од  $30^\circ$  за неколико лучних секунда. То зенитно отстојање је *привидно*, тј. садржи рефракцију. Право зенитно отстојање, без рефракције, веће је од њега просечно за  $33''$ , али зависи разуме се од температуре и атмосферског притиска.

Како се посматране звезде нижу једна за другом, то се у току посматрања серије од четири звезде може занемарити промена рефракције и сматрати да су не само привидна, него и права зенитна отстојања звезда у тренуцима њихових посматрања међу собом једнака.

С друге стране, ни ширина места која се одређује није сасвим непозната и ми ћемо претпостављати да је она позната с могућом грешком до  $1'$ . Видећемо уосталом даље како треба поступати када је ширина позната са мањом тачношћу.

У том случају, *усвајајући* извесну почетну вредност ширине  $\varphi_0$  и зенитног отстојања  $z_0$ , својственог нашем астралабу с призмом, израчунаћемо часовне углове  $t$  и азимуте  $A$  посматраних звезда  $S_1, S_2, S_3, S_4$  по познатим обрасцима (в. § 91):

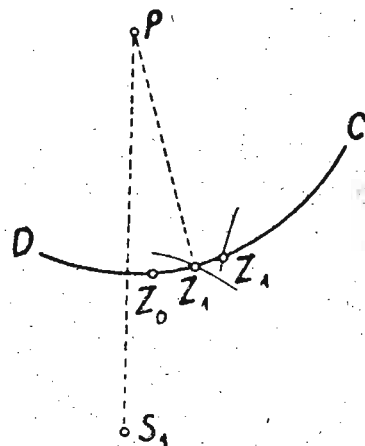
$$\sin^2 \frac{1}{2} t = \sec \varphi \sec \delta \sin \frac{1}{2} [z_0 + (\varphi_0 - \delta)] \sin \frac{1}{2} [z_0 - (\varphi_0 - \delta)],$$

$$\sin A = \frac{\cos \delta}{\sin z_0} \sin t.$$

Тада су  $t_1 + \alpha_1, t_2 + \alpha_2, t_3 + \alpha_3, t_4 + \alpha_4$ , тренуци посматрања у звезданом времену; ако их упоредимо са тренуцима тих истих посматрања прочитаним на хронометру  $T_1, T_2, T_3, T_4$ , добићемо стања хронометра  $t_1 + \alpha_1 - T_1 = u_1, t_2 + \alpha_2 - T_2 = u_2$  итд..

Ова стања изражена у временским секундама назваћемо израчунатим стањима; она нису тачна, јер су и  $\varphi_0$  и  $z_0$  само приближне вредности ширине и сталног зенитног отстојања; зато се  $u_1, u_2, u_3$ , итд. и не слажу међу собом. Нека је  $u_0$  алгебарски најмања величина од њих или чак нека величина с целим бројем временских секунда алгебарски мања од најмање од њих;  $u_0$  ћемо назвати *усвојеним* стањем хронометра.

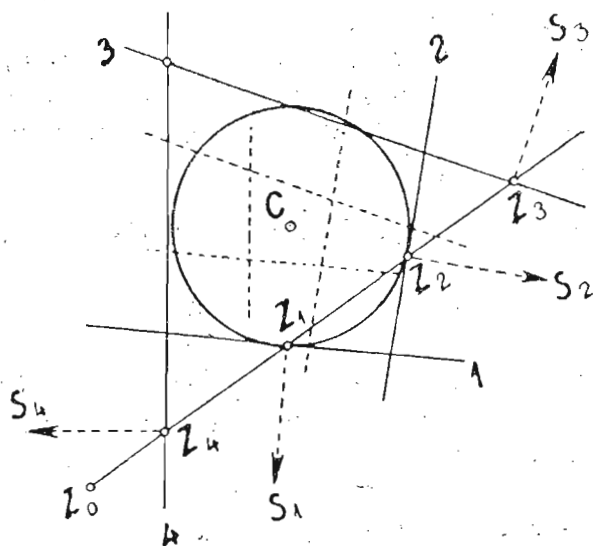
Замислимо на сл. 60 небеску сферу посматрану споља.  $P$  је небески пол; десно исток, лево запад; нека паралел  $CD$  има деклинацију једнаку усвојеној ширини  $\varphi_0$  места по-



Сл. 60

сматрања; значи узимамо да се на том паралелу налази зенит места посматрања. Нека су  $S_1, S_2, S_3, S_4$ , положаји посматраних звезда на небу у односу на меридијан места посматрања у односним тренуцима посматрања. Опишимо из  $S_1$  на сфери круг чији је полупречник једнак усвојеном сталном зенитном отстојању нашег инструмента, тј.  $z_0$ . Нека је  $Z_1$  тачка пресека тога круга с паралелом  $CD$ . Спојмо  $P$  са  $Z_1$ ; тада је из претходног јасно да је угао  $S_1PZ_1$  часовни угао  $t_1$  који смо израчунали. Значи  $PZ_1$  је израчунати меридијан и тачку  $Z_1$  можемо назвати зенитом израчунатим из звезде  $S_1$ . Нека су  $Z_2, Z_3, Z_4$  тачке добивене из звезда  $S_2, S_3, S_4$  на исти начин као тачка  $Z_1$  из звезде  $S_1$ .

Ако би  $\varphi_0$  и  $z_0$  били једнаки стварним вредностима ширине и сталног зенитног отстојања нашег инструмента, тачке  $Z_1, Z_2, Z_3, Z_4$  израчунате из 1, 2, 3 и 4 звезде поклапале би се; обрнуто, када би се оне поклапале, усвојена вредност ширине  $\varphi_0$  била би њена тачна вредност, а тада би и израчуната стања хрснометра  $u_1, u_2$  итд. такође била једнака међу собом и то би било тражено стање хрснометра. Али како  $\varphi_0$  и  $z_0$  у општем случају неће бити тачне вредности односних величина, то се ни тачке  $Z_1, Z_2, Z_3, Z_4$  на кругу  $CD$  неће поклапати. Међутим ако  $\varphi_0$  и  $z_0$  не садрже велика отступања, тачке  $Z_1, Z_2$  итд. биће блиске једна другој, па ћемо моћи део сфере на коме се оне налазе сматрати за раван и даља расуђивања и операције изводити с довољном тачношћу на равном цртежу.



Сл. 61

Према томе део лука  $CD$  између тачака  $Z_1, Z_2, Z_3, Z_4$  сматраћемо за праву (сл. 61) и тачке  $Z_1, Z_2, Z_3, Z_4$  нанећемо у извесној размери, на пр.  $1'' = 1mm$ , полазећи од ових разматрања: нека је  $S_i (\alpha_i, \delta_i)$  једна од посматраних звезда,  $T_i$  време њена посматрања,  $t_i$  часовни угао израчунат на горе показани начин. Тада је  $\alpha_i + t_i - T_i$  израчунато стање хронометра  $u_i$ . Нека је, као и горе,  $u_0$  усвојено стање хронометра. Даље је  $\alpha_i + t_i$  месно звездано време у тренутку посматрања звезде  $S_i$ , тј. ректасцензија зенита или тачке  $Z_i$ . С друге стране се  $T_i + u_0$  може назвати усвојено месно звездано време у истом тренутку или ректасцензија тачке  $Z_0$ . Према томе је разлика  $(\alpha_i + t_i) - (T_i +$

места  $+ u_0$ ), једнака  $\alpha_i + t_i - T_i$  или  $u_i - u_0$ , поправка усвојеног стања хронометра  $u_0$  на основи посматрања звезде  $S_i$ . Према томе, ако на цртежу узмемо за координатни почетак усвојено стање хронометра  $u_0$  (или тачку  $Z_0$ ), наносићемо десно, у позитивном смеру апсцисне осовине, величине  $u_i - u_0$ , претворене у лучне секунде множењем са 15 и још помножене са  $\cos \varphi_0$  да би се добиле лучне секунде великог круга дуж паралела  $CD$ . Тачке  $Z_1, Z_2, \dots$  треба наносити десно од координатног почетка, јер смо усвојили да је  $u_0$  алгебарски мање од свих  $u_i$ . После тога, на основи познатих азимута звезда  $S_1, S_2, S_3$  итд., повући ћемо праве  $Z_1S_1$  од израчунатог зенита  $Z_1$  ка звезди  $S_1$ , од  $Z_2$  ка  $S_2$  итд. и праве кроз  $Z_1, Z_2, Z_3, Z_4$ , управне на правце  $Z_1S_1, Z_2S_2, Z_3S_3, Z_4S_4$ . Ове праве претстављају мале делове кругова описаних из  $S_1, S_2, S_3$  и  $S_4$  полупречником једнаким  $z_0$ ; означимо ове праве цифрама 1, 2, 3, 4 као на цртежу и назовимо их *положајним линијама* по аналогiji са Сомнеровим линијама у навигацији (§ 167). Оне образују неки четвороугаоник. Ако се сетимо њихова постанка и ако место  $z_0$  узмемо нешто већу величину  $z_0 + \Delta z$ , није тешко увидети да ће се свака положајна линија, задржавајући свој правац, померити од своје звезде за величину  $\Delta z$  и заузети положај обележен на цртежу тачкастом линијом. Кад би се  $z_0$  даље увећавало *три положајне линије* неминовно би се пресекле у једној тачки и та би тачка претстављала на нашем цртежу *право* место зенита: њена апсциса дала би нам разлику  $(u - u_0) \cdot 15 \cos \varphi_0$ , где је  $u$  стварно тражено стање хронометра; а њена ордината (у изабраној размери  $1'' = 1 \text{ mm}$ ) дала би нам тражену поправку усвојене ширине  $\varphi_0$ . Али се лако види да та тачка пресека три положајне линије није ништа друго до центар круга који додирује три првобитно повучене положајне линије без икаквог допунског  $\Delta z$ .

Ако су посматране не три, него четири звезде, као што се препоручује из практичних разлога, не може се, разуме се, повући круг који тачно додирује све четири положајне линије и треба пробама наћи такав круг који би *што је могуће* ближе пролазио покрај свију њих, једнима што ближе прилазећи, друге што мање прелазећи. Удаљеност кружне линије од четири положајне линије може служити за мерило степена тачности посматрања и рачуна.

Осим тога полупречник тога круга даје нам, у усвојеној размери поправку  $\Delta z_0$  усвојеног сталног зенитног отстојања  $z_0$  нашег инструмента, тако да после малог броја свођења извршених на тај начин добивамо већ тачнију његову величину  $z_0 + \Delta z_0$  са којом вршимо даља израчунавања.

Незгода код цртежа може наступити само у случају ако испадне сувише велики, што се може догодити ако су вредности  $\varphi_0$  и  $z_0$  далеко од правих вредности тих величина. У том случају рачун се мора изводити двапут: најпре се из цртежа начињеног с полазним подацима  $\varphi_0$  и  $z_0$ , али у мањој размери, на пример  $1'' = 10 \text{ mm}$ , одреде приближно поправке  $\Delta \varphi_0$  и  $\Delta z_0$ , а затим се с новим вредностима  $\varphi_0 + \Delta \varphi_0$  и  $z_0 + \Delta z_0$  понови цео рачун и цртеж из кога се добију допунске поправке ширине и сталног зенитног отстојања инструмента.

Нокс Шоу и Бол уносе у изложену графичку методу измену која није битна с теоријске стране, али која нешто олакшава посао у пракси. Они предлажу да се увећа цртеж у односу  $1 : \cos \varphi_0$ , а да се сачува размера  $1'' = 1 \text{ mm}$ , тј. да се узму за отсечке  $Z_0Z_1, Z_0Z_2, Z_0Z_3$

итд. вредности  $(u_1 - u_0) 15''$ ,  $(u_2 - u_0) 15''$  итд. без множења са  $\cos \varphi_0$ ; затим да се повуку, као што је речено, праве  $Z_1 S_1$ ,  $Z_2 S_2$ ,  $Z_3 S_3$  итд. и положајне линије и нађе центар круга који пролази што ближе положајним линијама. Тада је апсциса центра  $(u - u_0) 15''$ , а његова ордината  $\Delta \varphi_0 \sec \varphi_0$ ; зато ако је помножимо са  $\cos \varphi_0$  добијамо  $\Delta \varphi_0$ . Сми-сао ове измене је у томе што, место многобројних множења апсциса  $u_1 - u_0$  са  $\cos \varphi_0$  приликом израде цртежа, треба само једанпут множити са  $\cos \varphi_0$  ординату средишта. Разуме се да при таквом цртању полупречник круга није поправка вредности  $z_0$ , да би се добило  $\Delta Z$  треба полупречник круга, изражен у лучним секундама, помножити са  $\cos \varphi_0$ .

## ГЛАВА ПЕТНАЕСТА

### ПРИБЛИЖНА ОДРЕЂИВАЊА ШИРИНЕ, ЧАСОВНИКОВА СТАЊА И АЗИМУТА ПРЕДМЕТА НА ЗЕМЉИШТУ

**136. Кратке карактеристике различитих метода за приближна одређивања.** — Ако се располаже универзалним инструментом и часовником који нису високог квалитета, могу се вршити посматрања као што је напред описано, али с мањом тачношћу. Тада је целисходно и свођења вршити упрошћено служећи се логаритмима с мањим бројем децимала. Понекада је важно да се из посматрања што брже израчуна ширина, или стање часовника, или азимут. У тим случајевима треба се користити нарочитим таблицама за таква брза израчунавања. Такве су на пример таблице В. В. Ахматова „Высота и азимут в три минуты“ 3-ће издање Хигрографског отсека УМС РККА за 1936 г.; оне дају тражене величине са тачношћу до десетог дела лучне минуте.

Могу се изабрате звезде узети у нарочитом положају према зениту (помоћу глобуса или у мислима); и из њихова посматрања извести ширина, или стање часовника, или азимут, а понекад и све те величине једновремено. Ево примера:

1. Претпоставимо да можемо измерити у једном истом тренутку зенитно отстојање  $z$  Северњаче и разлику азимута  $\Delta A$  Северњаче и неке помоћне звезде  $S$ , која се не налази сувише далеко, на пример мање од 4 часа од своје доње кулминације. Замислимо на небеској сфери (очигледности ради на звезданом глобусу) такву тачку  $X$  чије је отстојање од Северњаче једнако измереном  $z$  (разуме се поправљеном за рефракцију) и да је угао између праваца из  $X$  ка Северњачи и ка помоћној звезди  $S$  једнак измереном  $\Delta A$ , при чему је  $X$  ближе Северњачи него звезди  $S$ . Није тешко приметити да таква тачка  $X$  потпуно одговара зениту места посматрања и да могу постојати две такве тачке. Оне се разликују по томе што је у једној за посматрача Северњача десно од звезде  $S$ , а у другој Северњача лево од  $S$ . Кад је место зенита на небеској сфери познато, познати су и ширина места, једнака деклинацији зенита, и правац меридијана, па значи и звездано време у тренутку посматрања и азимут сваке посматране звезде, а то значи и место меридијана на хоризонталном кругу инструмента. Може се обрасцима изразити веза ових величина са измереним  $z$  и  $\Delta A$  и координатама  $\alpha$  и  $\delta$  Северњаче и  $\alpha'$  и  $\delta'$  помоћне звезде. Сасвим тачно извршити овако једновремено посматрање обеју звезда, разуме се није могуће, али приближно се то може учинити. У том циљу посматраћемо звезду  $S$  и прочитати хоризонтални круг, затим Северњачу и прочитати вертикални и хоризонтални круг, затим опет звезду  $S$  и прочитати хоризонтални круг; при свима навођењима дурбина на звезду



забележићемо показивања часовника. То ћемо обавити из положаја инструмента  $KD$  и  $KL$ . Тада се може интерполовати за тренутак посматрања Северњаче читање хоризонталног круга које припада звезди  $S$  и на тај начин добити оно што бисмо добили једновременим посматрањем обеју звезда. Како ова интерполација неизбежно може бити само приближна, то и ова метода, као и свака друга која је у овом погледу њој слична даје само приближне вредности тражених величина.

Ради брзог свођења по овој методи састављене су помоћне таблице И. Жонголовића „Метод одновременного определения азимута, широты и звездного времени. Теория. Вспомогательные таблицы“, издање Астрономског института, 1935. Ова књига садржи таблице за примену ове методе у произвољном тренутку звезданог времена. За помоћну звезду узима једну од ових звезда:  $\gamma$  Касиопеје,  $\alpha$  Кочијаша,  $\alpha$  Великог Медведа,  $\beta$  Великог Медведа,  $\alpha$  Лабуда. Таблице су састављене тако да се са њима могу обрађивати посматрања од 1935—1945 г.

2. За одређивање ширине подесно је мерити висину Северњаче у тренутку звезданог времена који је познат са часовника, али се ово време може добити мерењем висине подесне помоћне звезде  $S$  у истом тренутку када је измерена и висина Северњаче. Ове су две висине довољне да би се на небеској сфери одредило место које одговара зениту као тачка  $X$  пресека два мала круга, описана из Северњаче и из звезде  $S$  сферним полупречницима респективно једнаким измереним (и од рефракције ослобођеним) зенитним отстојањима тих звезда. Постоје две такве тачке  $X$ , али се оне, као и у првој методи, разликују по томе која је звезда за посматрача десно, а која лево. То је идеја методе професора А. А. Михайлова за приближно одређивање ширине. Посматрања су проста: дурбин се наводи на Северњачу, затим на звезду  $S$  и опет на Северњачу при  $KD$  и при  $KL$  и свакипут се прочита вертикални круг. При сваком посматрању забележи се време са било каквог (макар и нетачног) часовника само зато да би се могла интерполовати висина Северњаче у тренутку посматрања звезде  $S$ . Свођење посматрања врло је сложено, али се оно јако олакшава таблицама које је саставио професор А. А. Михайлов. Подробна теорија и таблице објављени су у № 10 часописа „Геодезист“ за 1931 годину.

За помоћне звезде изабрате су  $\delta$  Касиопеје и  $\zeta$  Великог Медведа.

3. Метода професора Ф. Н. Красовског за одређивање азимута предмета на земљишту разликује се од претходних по томе што она претпоставља претходно познавање ширине места посматрања. Ако је ширина позната, да би се нашао азимут Северњаче, тачка меридијана на хоризонталном кругу, па значи и азимут предмета на земљишту, треба знати звездано време посматрања. У методи професора Красовског ово се познавање звезданог времена замењује мерењем разлике азимута Северњаче и помоћне звезде  $S$ . Посматрања су аналога посматрањима у методи професора Михайлова, само се место читања вертикалног круга врше читања хоризонталног круга, а тренуци читања бележе се са каквог било часовника само да би се могла читања која се односе на помоћну звезду интерполовати на тренутак посматрања Северњаче. За обраду посматрања М. Н. Смирнов је саставио посебне помоћне таблице „Таблицы для определения азимута земного предмета по способу проф. Ф. Н. Красовского на 1937—1941 гг.“ (изд. ГУГСК, М., 1937). Помоћне звезде су  $\delta$  Касиопеје и  $\zeta$  Великог Медведа.

Хронолошки је метода проф. Красовског била прва предложена (још 1924 г.), затим је била објављена метода проф. Михаилова (1931), а затим Жонголовићеве таблице. Ми смо их изложили по реду њихове општости. Ако бисмо се држали једноставности посматрања требало би почињати од методе проф. Красовског.

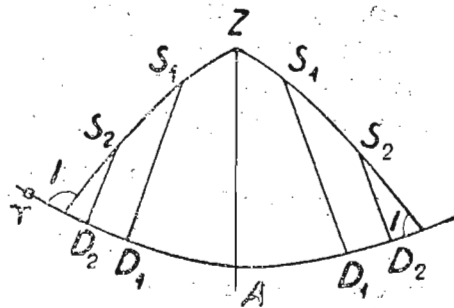
**137. Приближно одређивање ширине и часовникова стања помоћу виска, два виска или троугла од конца.** —

Кад се ради с универзалним инструментом лако је посматрати звезде на једнаким висинама, јер се једнакост висива лако контролише либелом за време посматрања. Напротив, у случају приближних посматрања, без инструмената, не постоји просто средство за одређивање тренутка пролаза двеју звезда кроз један исти алмукавтар, али постоји просто средство, као што је висак, за одређивање тренутка пролаза двеју звезда кроз један исти вертикал. Такво је посматрање тешко извршити универзалним инструментом, јер услед нагиба обртне осовине и колимације, при обртању дурбина око обртне осовине, визура отстаје од вертикалне равни, а нема начина да се ово отстајање прати тако просто као што се либелом може пратити отстајање дурбина од датог зенитног отстојања.

За посматрање се узима висак од белог конца с тегом који се потапа у суд са течномљом да би се ублажило клађење, конач се осветљава лампом. Од двеју звезда једна се изабере ближе зениту, а друга ближе хоризонту и, гледајући час на једну час на другу, забележи тренутак када су обе прошле иза виска. Или се образује вертикална раван, било помоћу два виска, било помоћу троугла од конца, пребацујући конач горе преко два ексерчића и везујући његове крајеве доле где се веша тег. За време посматрања бележи се тренутак када обе звезде једновремено прођу кроз ту вертикалну раван. Приметимо још да се у случају кад је остварена оваква раван не мора посматрати једновремени пролаз обеју звезда, већ се може посматрати узастопни пролаз једне звезде убрзо за другом кроз ову раван, само се она не сме померати у току пролаза обеју звезда (в. ниже).

Нека буде  $T$  тренутак једновременог пролаза двеју звезда кроз једну исту вертикалну раван забележен са часовника или хронометра. У том случају, ако су познате координате звезда  $S_1$  ( $\alpha_1, \delta_1$ ) и  $S_2$  ( $\alpha_2, \delta_2$ ), може се одредити или ширина  $\varphi$ , ако је познато стање хронометра  $u$ , па се значи може израчунати и звездано време  $s$  у тренутку посматрања, или се може одредити  $s$ , па према томе и стање хронометра  $u$ , ако је позната ширина  $\varphi$ . И доиста (сл. 62), нека су  $\alpha_0, \delta_0 = 0$ , координате оне тачке  $S_0$  на екватору у којој га пресеца круг  $S_1 S_2$  који пролази кроз обе звезде; нека је  $I$  угао између овог круга и екватора;  $A$  тачка на екватору у горњој кулминацији;  $P$  пол;  $Z$  зенит;  $\gamma$  тачка пролећне равнодневице; према томе је  $\gamma A$  угао једнак звезданом времену  $s$ ;  $ZA = \varphi$ . Повучемо ли тада деклинаписке кругове звезда  $S_1$  и  $S_2$ , имаћемо

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \delta_1 &= \pm \operatorname{tg} I \sin(\alpha_0 - \alpha_1), & \operatorname{tg} \delta_2 &= \pm \operatorname{tg} I \sin(\alpha_0 - \alpha_2), \\ \operatorname{tg} \varphi &= \pm \operatorname{tg} I \sin(\alpha_0 - s). \end{aligned} \quad (29)$$



Сл. 62.

Према томе је

$$\begin{aligned} \pm \operatorname{tg} I &= \frac{\operatorname{tg} \delta_1}{\sin(\alpha_0 - \alpha_1)} = \frac{\operatorname{tg} \delta_2}{\sin(\alpha_0 - \alpha_2)} = \frac{\operatorname{tg} \delta_1 + \operatorname{tg} \delta_2}{\sin(\alpha_0 - \alpha_1) + \sin(\alpha_0 - \alpha_2)} = \\ &= \frac{\operatorname{tg} \delta_1 - \operatorname{tg} \delta_2}{\sin(\alpha_0 - \alpha_1) - \sin(\alpha_0 - \alpha_2)}. \end{aligned}$$

из познатих особина пропорције.

Последња једнакост претвара се у

$$\begin{aligned} &\frac{\sin(\delta_1 - \delta_2)}{\cos \delta_1 \cos \delta_2 2 \sin[\alpha_0 - \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2)] \cos \frac{1}{2}(\alpha_1 - \alpha_2)} = \\ &= \frac{\sin(\delta_1 - \delta_2)}{\cos \delta_1 \cos \delta_2 2 \sin \frac{1}{2}(\alpha_2 - \alpha_1) \cos[\alpha_0 - \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2)]}, \end{aligned}$$

одакле добијамо

$$\operatorname{tg}[\alpha_0 - \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2)] = \frac{\sin(\delta_1 + \delta_2)}{\sin(\delta_1 - \delta_2)} \operatorname{tg} \frac{1}{2}(\alpha_2 - \alpha_1).$$

По том обрасцу израчунава се  $\alpha_0$ . Да би отступања на  $\delta_1$  и  $\delta_2$  мало утицала на рачун, не сме разлика  $\delta_2 - \delta_1$  бити врло мала; теориски је најбоље да она буде близу  $90^\circ$ , али се тада посматрање не може обавити. Када је  $\alpha_0$  израчунато,  $\varphi$  и  $s$  добијају се из следећих једначина

$$\operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg} \delta_1 \frac{\sin(\alpha_0 - s)}{\sin(\alpha_0 - \alpha_1)} \quad \text{и} \quad \operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg} \delta_2 \frac{\sin(s - \alpha_0)}{\sin(\alpha_2 - \alpha_0)}, \quad (30)$$

које се лако изводе из једначине (29).

Свака од њих даје или  $\varphi$ , ако је познато  $s$ , или  $s$ , ако је познато  $\varphi$ . Да бисмо нашли најповољније услове посматрања наћи ћемо зависност између поправака величина  $\varphi$  и  $s$ , а у том циљу диференцијалићемо једначине (30). Добићемо

$$\frac{d\varphi}{\cos^2 \varphi} = - \frac{\operatorname{tg} \delta_1}{\sin(\alpha_0 - \alpha_1)} \cos(\alpha_0 - s) ds.$$

Одатле налазимо

$$\frac{ds}{d\varphi} = - \frac{\sin(\alpha_0 - \alpha_1)}{\cos^2 \varphi \operatorname{tg} \delta_1 \cos(\alpha_0 - s)}.$$

То значи да је  $ds/d\varphi = 0$  када је  $\sin(\alpha_0 - \alpha_1) = 0$ , тј.  $\alpha_0 - \alpha_1 = 0^\circ$  или  $\alpha_0 - \alpha_1 = 180^\circ$ ; у оба се случаја, као што није тешко видети из једначине (29), добија  $I = 90^\circ$  и  $\alpha_1 = \alpha_2$  или  $\alpha_1 = \alpha_2 + 180^\circ$ .

Према томе да би се одредило  $s$ , тј. стање часовника из познате ширине  $\varphi$ , подесно је користити се таквим двома звездама чије се ректасцензије  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  мало разликују једна од друге (кад се посматра на југ) или се разликују приближно за  $12^h$  (кад се посматра на север — једна звезда изнад пола, друга испод њега). С друге стране је

$$\frac{d\varphi}{ds} = - \frac{\cos^2 \varphi \operatorname{tg} \delta_1 \cos(\alpha_0 - s)}{\sin(\alpha_0 - \alpha_1)}.$$

Значи,  $d\varphi/ds = 0$  кад је  $\cos(\alpha_0 - s) = 0$  или  $\alpha_0 - s = \pm 90^\circ$ , тј. кад тачка  $S_0$  лежи на  $90^\circ$  од тачке на екватору која кулминује, тј. кад се поклапа са источном или западном тачком. Значи, посматрања за одређивање ширине места  $\varphi$  из познатог звезданог времена, тј. кад знамо стање хронометра, морају се вршити на тај начин што ће се посматрати пролаз две звезде кроз један исти вертикал у близини првог вертикала.

Ако није посматран једновремен пролаз обеју звезда кроз једну исту вертикалну раван, него пролаз звезде  $S_1(\alpha_1, \delta_1)$  у тренутку  $T_1$  а звезде  $S_2(\alpha_2, \delta_2)$  у тренутку  $T_2$ , могу се извести исти закључци као и у посматраном случају. И заиста, треба само замислити да се у оној тачки небеске сфере у којој се звезда  $S_2(\alpha_2, \delta_2)$  налазила у тренутку  $T_2$ , у тренутку  $T_1$  (тј.  $T_2 - T_1$  раније) налазила тачка чија је деклинација  $\delta_2$ , а ректасцензија за  $T_2 - T_1$  мања од  $\alpha_2$ , тј. чија је ректасцензија  $\alpha'_2 = \alpha_2 - (T_2 - T_1)$ ; обележимо ту величину са  $\alpha'_2$ , а тачку на небеској сфери чија је ректасцензија  $\alpha'_2$  и деклинација  $\delta_2$  са  $S'_2$ . Тада ће наше посматрање бити еквивалентно са идеалним посматрањем једновременог пролаза двеју звезда  $S_1(\alpha_1, \delta_1)$  и  $S'_2(\alpha'_2, \delta_2)$  у тренутку  $T_1$  кроз једну исту вертикалну раван, и задатак одређивања  $\varphi$  и  $s$  из тих посматрања свешће се на већ размотрени задатак. За удобност посматрања важно је, разуме се, да се тренуци  $T_1$  и  $T_2$  не разликују много један од другог, на пр. не више од 15 минута. Јасно је међутим да је таква посматрања тешко извршити једним виском, јер је тешко задржати око у непроменљивом положају за све време посматрања између прве и друге звезде. То је могуће ако се користе два виска или троугао од конца.

У последњем случају могу се једна за другом посматрати у тренутку пролаза кроз једну исту раван звезде супротних азимута, на пр. једна звезда на југу, а друга на северу — за одређивање стања часовника, или једна на истоку а друга на западу за ширину места. Ова метода захтева претходни избор подесних парова звезда; такав избор није тешко извршити на звезданој карти, али је, разуме се, лакше користити се већ готовим таблицама, на пр. таблицама у књизи В. П. Ветчинкина „Метод одновремено-равных азимутов для определения широты и поправки часов“, ОНТИ, М.—Л., 1937.

Ова метода одређивања ширине и стања часовникова разрађена је у неколико радова на руском језику; ево њихова вероватно непотпуна списка:

1) Проф. К. Д. Покровский, Путеводитель по небу. (Способ Харцера.)

2) Проф. Р. Фогель, Новый способ для определения широты и времени, Русский астрономический календарь на 1899 г.

3) Проф. Р. Фогель, Способ определения широты и времени, Киевские университетские известия, том XII, 1898.

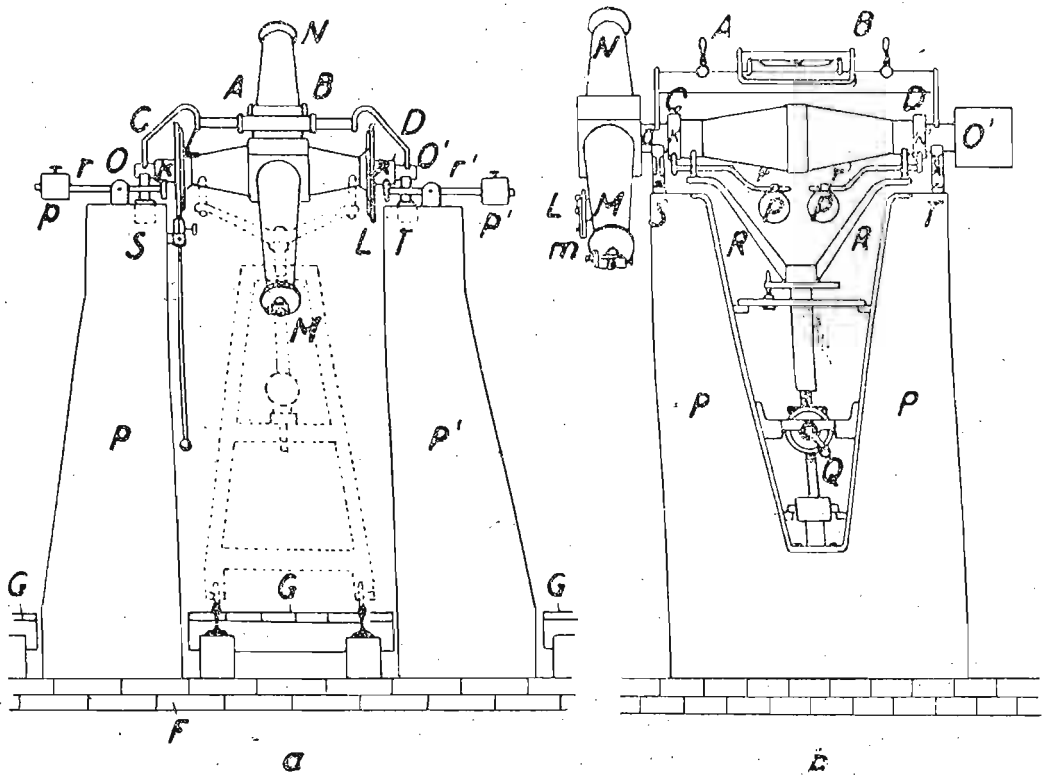
4) В. В. Каврайский, Определние времени без астрономических инструментов и тригонометрических вычислений, Русский астрономический календарь на 1912 г..

5) А. С. Яголим, Определение широты и времени по наблюдению звезд в одном и том же вертикале, Астрономический журнал, 11, № 2, 1934.

## ГЛАВА ШЕСНАЕСТА

### ПАСАЖНИ ИНСТРУМЕНАТ

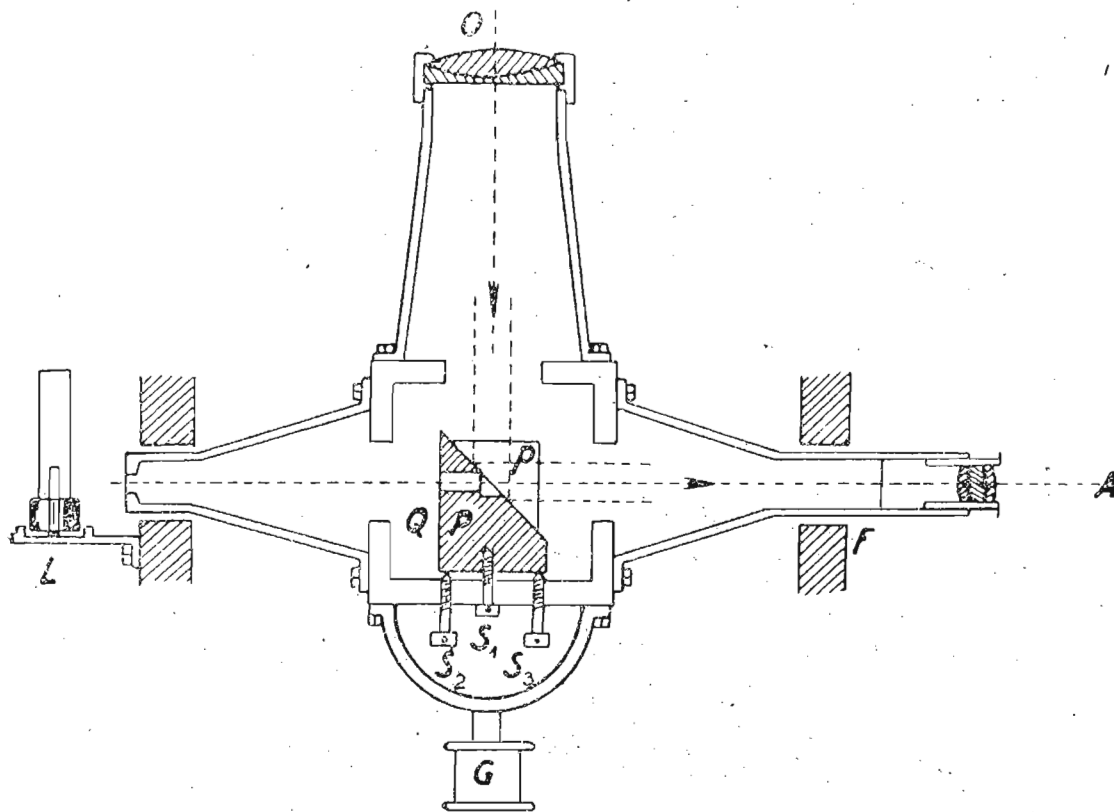
**138. Општи опис.** — (сл. 63, 64 и 65). Пасажни инструмент служи да се уз помоћ часовника одреди тренутак пролаза небеских тела кроз вертикалну раван, или кроз вертикални круг небеске сфере. Он се састоји из дурбина који се може обртати само око једне осовине, која је у идеалном случају потпуно хоризонтална. Дурбин може бити прав или преломљен. Технички се осовина остварује тако, што се на крајеве осовине (обично од месинга) стављају челични *наглавци*, по могућству тачно кружног пресека и једнаког полупречника. Они почињају на правоуглим лежиштима од месинга или бронзе, као што је приказано на сл. 70. Права која спаја оне кружне пресеке којим сваки *наглавак* лежи на свом лежишту јесте обртна осовина пасажног инструмента.



Сл. 63 — Пасажни инструмент

$P$  и  $P'$ —су стубови од камена или цигле на темељу  $F$ ;  $G$ —је под који не додирује стубове;  $N$ —је објектив,  $M$ —окулар с микрометром  $m$ ;  $OO'$ —осовина;  $S$  и  $T$ —лежишта,  $k$  и  $k'$ —ваљци, који обухватају осовину;  $r$  и  $r'$ —полуге са теговима  $p$  и  $p'$  на крајевима, који уравнотежују већи део оптерећења инструмента (али не цело оптерећење);  $L$ —кругови за довођење дурбина на дато зенитно отстојање;  $C$  и  $D$ —либелни ослонци;  $AB$ —либела

Прав дурбин ставља се или у средину између наглавака осовине или на један крај осовине, а на други се ставља тег. Преломљен дурбин обично се ставља тако да се својом средином везује за обртну осовину помоћу коцке у којој се налази правоугла призма, која одбија зраке што долазе до звезде и пролазе кроз поменућу половину дурбина у правцу шупље осовине, тако да се на крају осовине, разуме се изван наглавка, добија лик звезде. Понекад се кратки део дурбина са објективом причвршћује помоћу коцке за крај осовине и зраци светлости који се одбијају од призме у коцки пролазе кроз целу осовину и на крају дају лик звезде, у жижној равни дурбина поставља се мрежа конаца, која се састоји од два или више хоризонталних конаца и непарног броја вертикалних конаца који стоје управно на оним првим.



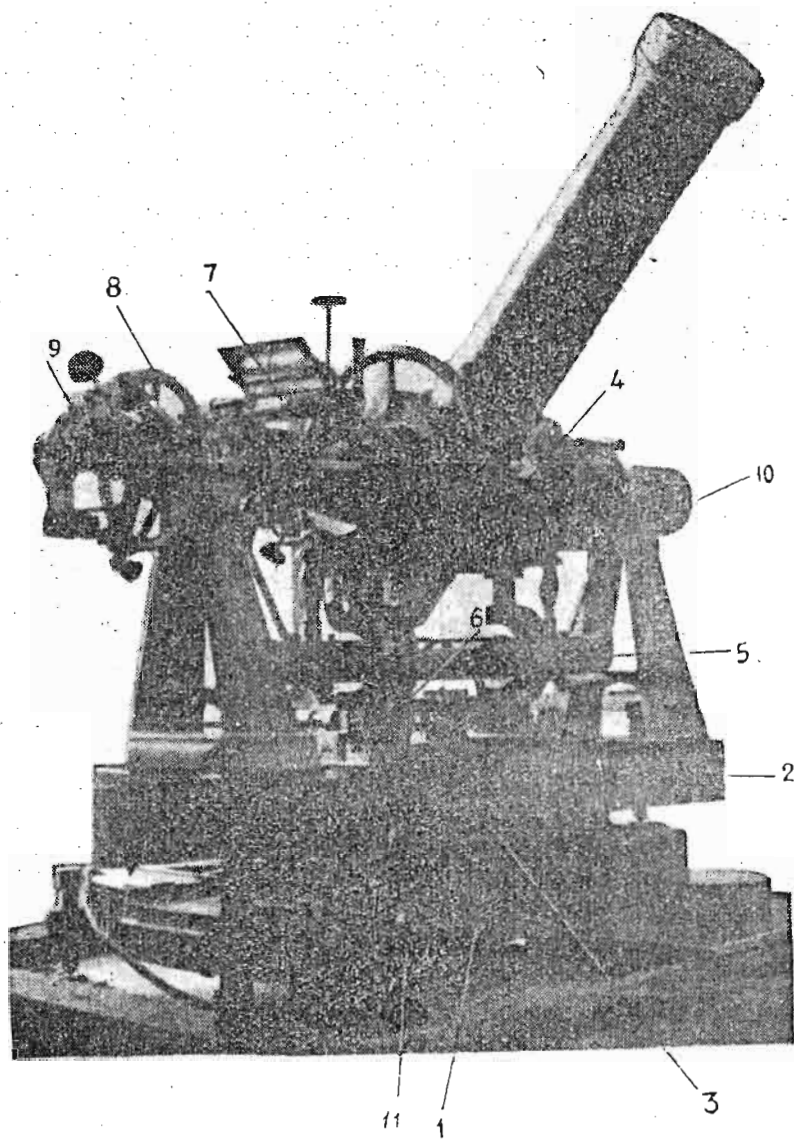
Сл. 64 — Преломљени дурбин

O—објектив; A—окулар; F—мрежа конаца; p—стаклена призма која лежи на металној призми Q; S<sub>1</sub>—завртањ који причвршћује призму P за доњи зид коцке; S<sub>2</sub> и S<sub>3</sub>—завртњи за фино кретање призме P; p—мала призма, прилепљена канадским балсамом за призму P, тако да зраци од сијалице L могу пролазити кроз p и P до F и A.

Ако замислимо раван која пролази кроз унутрашњу главну тачку објектива и хоризонтални конац у његовој жижној равни и затим раван њој паралелну, која пролази кроз спољашњу главну тачку објектива, није тешко уочити да ће ова раван сећи небеску сферу по великом кругу који пролази кроз оне тачке хоризонта у којима осовина инструмента пробија небеску сферу: стога хоризонтални конац претставља највећи део овог великог круга.

Код преломљеног дурбина конци који одговарају хоризонталним концима правог дурбина паралелни су делу дурбина који стоји управно на осовини; како је њихова улога иста, то је умесно назвати их хоризон-

талним, иако су они хоризонтални само онда када се посматрана тачка налази на хоризонту. *Визуром* код пасажног инструмента, назваћемо ову праву која пролази кроз унутрашњу главну тачку објектива и кроз ону тачку средњег вертикалног конца која лежи на средини између два блиска хоризонтална конца.



Сл. 65. — Пасажни инструменат Бамбергова типа.

1—постоље са три положајна завртња; 2—носач дурбина с лежиштима осовине; 3—полуга за обртање осовине; 4—коцка; 5—либела на хоризонталној осовини; 6—микрометарски завртањ; 7—Талкотова либела; 8—круг за усмеравање дурбина; 9—окуларни микрометар; 10—сијалица за осветљавање видног поља; 11—завртањ за дотеривање у азимуту.

Ако је обртна осовина тачно хоризонтална, а визура управна (на осовини, тачка пресека визуре с небеском сфером легаће на вертикалном кругу небеске сфере. Намена пасажног инструмента састоји се у томе да се њиме одређују уз помоћ хронометра или часовника тренуци пролаза разних небеских тела кроз тај вертикални круг. Постоји увек справа помоћу које се може онај део инструмента који носи лежишта обртати у извесној мери око вертикалне осовине тако да се може мењати азимут обртне осовине; осим тога се може завртњима мењати њен нагиб

а  
о  
з  
у

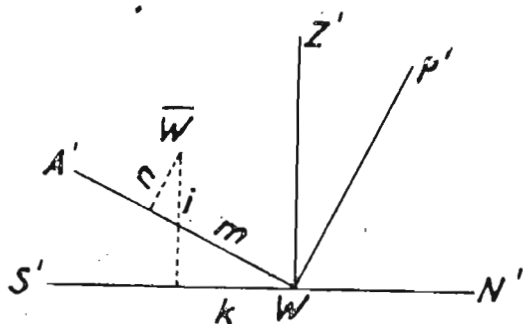
према хоризонту. Да би се благовремено довео дурбин на оно зенитно отстојање на коме ће звезда проћи кроз вертикал, на осовину је навучен омањи круг на коме се може заузети зенитно отстојање са тачношћу до  $1'$ ; да се не би пропустила звезда, треба познавати стање часовника, на пример са тачношћу до 1 минуте. Само посматрање тренутка пролаза звезде иза конца по најпростијој методи врши се овако: када звезда уђе у видно поље дурбина, посматрач дотера дурбин тако да се звезда (у тренутку кулминације) креће између два хоризонтална конца и затим броји секунде са часовника не гледајући на часовник, него гледајући у дурбин и памтећи положај звезде према концима у тренутку сваког секундног удара, нарочито у тренутку оног удара који претходи пролазу звезде иза конца и у тренутку наредног, када је звезда прешла конач, и према величини померања звезде оцењује од ока десете делове секунде који су протекли између првог удара и пролаза звезде иза конача, и одмах записује односну секунду и десети њен део, а после минуте и час. Ова метода назива се: *метода „вида и слуха“*. Постоје и друге са којима ћемо се упознати у § 145 и 151.

За време посматрања треба окретати инструменат на његовим лежиштима тако, да наглавак који је пре окретања био источни постане западни и обрнуто; за што лакше и што брже окретање раде се нарочите полуге помоћу којих се окретање преломљеног дурбина може извршити за неколико секунда.

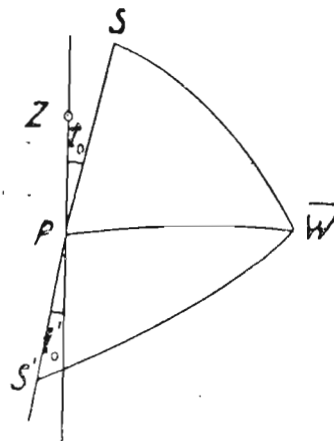
Да би се пасажни инструменат рационално искористио, треба га поставити стабилније од универзалног, најбоље је постављати га на зидани или камени стуб, на коме он стоји дуго времена, а не скида се сваке ноћи као што се то обично ради са универзалним инструментом.

Пасажни инструменат примењује се на првом месту за одређивање тренутака пролаза небеских тела кроз меридијан и тада служи за одређивање стања часовника или ректасцензија; али он се примењује и за одређивање стања часовника из посматрања пролаза звезде кроз вертикал Северњаче и за одређивање ширине места из посматрања пролаза звезда кроз први вертикал. Ми ћемо изложити прву и трећу примену пасажног инструмента.

**139. Пасажни инструменат у меридијану; његове константе.** — Ако је осовина инструмента уперена од источне ка западној тачки, а визура управна на осовини, она се при окретању инструмента око осовине креће у равни меридијана и тренутак  $T$  пролаза



Сл. 66



Сл. 67



неке звезде иза средњег конца забележен према звезданом часовнику или хронометру је у исто време и тренутак њеног пролаза кроз меридијан.

Међутим идеалан инструмент не постоји; његова осовина никада није уперена тачно у западну тачку, а визура никада није управна на овој осовини. Нека на сл. 66, која претставља део небеске сфере посматран изнутра,  $W$  претставља западну тачку,  $\overline{W}$  ону тачку небеске сфере у којој је просеца осовина инструмента, врло близу тачке  $W$ ;  $WZ'$  — део првог вертикала,  $WA'$  — део екватора,  $WP'$  — део деклинациског круга,  $WS'$  и  $WN'$  — правци ка јужној и северној тачки; као што је познато угао између  $WZ'$  и  $WA'$  једнак је ширини места  $\varphi$ . Означимо отстојање  $\overline{W}$  од  $WA'$ , тј. деклинацију тачке  $\overline{W}$ , са  $n$  и рачунајмо њен знак као код деклинације, тј. позитиван ако  $\overline{W}$  лежи северно од екватора. Отстојање  $\overline{W}$  од  $WP'$  означимо са  $m$  — и сматрајмо да је позитивно, ако, као на слици,  $\overline{W}$  лежи јужно од  $WP'$ ; јасно је да је  $90^\circ - m$  часовни угао тачке  $\overline{W}$  у обичном смислу речи. У другом, хоризонталном координатном систему, означимо отстојање  $\overline{W}$  од линије хоризонта  $S'WN'$  са  $i$ ; то је нагиб осовине инструмента према равни хоризонта; сматрајмо да је он позитиван кад је, као на слици, западни крај осовине виши од источног. Отстојање  $\overline{W}$  од  $WZ'$  означимо са  $k$  и називаћемо га *азимутом* хоризонталне осовине или инструмента и сматрати позитивним кад  $\overline{W}$  лежи јужно од  $WZ'$ . Јасно је да је  $90^\circ - k$  азимут западног краја осовине, тј. азимут тачке  $\overline{W}$  рачунат од јужне тачке. Напоследку усвојмо да је угао између правца осовине од истока ка западу и правца визуре од окулару ка објективу једнак  $90^\circ + c$ , где је  $c$  колимација, која може бити позитивна и негативна. Ако је  $c = 0$ , визура описује на небеској сфери велики круг који пролази на отстојању  $i$  од зенита (источно од зенита ако је  $i > 0$ ) и који пресеца хоризонт у тачкама чији су азимути  $180^\circ - k$  и  $360^\circ - k$ ; ако је уз то колимација позитивна, визура описује мали круг паралелан овом великом, а који лежи источно од последњег на отстојању  $c$ . За време посматрања нашим инструментом ми посматрамо тренутке пролаза небеских тела кроз овај мали круг, па морамо да одредимо како се из ових тренутака могу добити тренуци пролаза кроз меридијан, ако су нам познате бројне вредности инструментских констаната  $c$ ,  $m$ ,  $n$  или  $c$ ,  $i$ ,  $k$  (в. § 140), а затим морамо видети на који начин можемо одредити бројне вредности ових констаната (в. § 142—145). Координате  $m$ ,  $n$ ,  $i$  и  $k$  у пракси не прелазе  $1'$ ; отуда део сфере на сл. 66 можемо без осетног отступања сматрати за раван.

**140. Основни обрасци.** — Нека је на сл. 67  $\overline{W}$  западни крај осовине,  $P$  пол,  $Z$  зенит,  $S$  небеско тело у тренутку пролаза иза средњег конца инструмента. Тада је

$$PS = 90^\circ - \delta, \overline{WS} = 90^\circ + c, \overline{WP} = 90^\circ - n, \overline{WPZ} = 90^\circ - m;$$

$SPZ$  тражени часовни угао, који ћемо означити са  $t_0$ ;

$$\overline{WPS} = 90^\circ - m - t_0.$$

Из троугла  $\overline{WPS}$  имамо

$$\cos(90^\circ + c) = \cos(90^\circ - n) \cos(90^\circ - \delta) + \sin(90^\circ - n) \sin(90^\circ - \delta) \cos(90^\circ - m - t_0) \quad (31)$$

или

$$-\sin c = \sin n \sin \delta + \cos n \cos \delta \sin (m + t_0), \quad (31')$$

одакле добијамо

$$\sin (m + t'') = -\frac{\sin c}{\cos n \cos \delta} - \operatorname{tg} n \operatorname{tg} \delta.$$

Али све константе  $m$ ,  $c$  и  $n$  морају бити и јесу мале, оне не пре-лазе  $15''$ , па је зато и  $t_0$  мало, тако да се  $c$  довољном тачношћу може узети да је

$$m + t_0 = -c \sec \delta - n \operatorname{tg} \delta,$$

одакле налазимо

$$t_0 = -m - c \sec \delta - n \operatorname{tg} \delta. \quad (32)$$

За звезду у доњој кулминацији наћи ћемо, ако часовни угао звезде означимо са  $180^\circ + t_0'$ , да је

$$t_0' = -m + c \sec \delta + n \operatorname{tg} \delta. \quad (33)$$

Нека је  $T$  тренутак пролаза дате звезде иза средњег конца према хро-нометру или часовнику. У том тренутку њен часовни угао је  $t_0$ . Према томе, тренутак пролаза небеског тела кроз меридијан према часовнику биће

$$T - t_0 = T + m \pm c \sec \delta \pm n \operatorname{tg} \delta \begin{cases} \text{горња кулминација} \\ \text{доња кулминација} \end{cases}$$

и, према томе,

$$\begin{aligned} \alpha + a = T - t_0 + u = T + u + m + c \sec \delta + n \operatorname{tg} \delta & \begin{cases} \text{горња кулминација} \\ \text{доња кулминација} \end{cases} \\ 12^h + \alpha - a = T - t_0' + u = T + u + m - c \sec \delta - n \operatorname{tg} \delta & \end{cases} \quad (34)$$

Овде је  $\alpha$  привидна ректасцензија, тј. измењена годишњом абера-цијом и узета према положају пола (или равнодневичке тачке) у тре-нутку посматрања; она се узима из астрономског годишњака или се посебно израчунава по обрасцима сферне астрологије. Слово  $a$  озна-чава дневну аберацију, тј.  $a = +0^s,021 \cos \varphi \sec \delta$ . Обично се утицај дневне аберације спаја са утицајем колимације и тада једначине доби-јају облике

$$12 + \alpha = \left. \begin{aligned} & \\ & \end{aligned} \right\} T + u + m \pm (c - 0^s,021 \cos \varphi) \sec \delta \pm n \operatorname{tg} \delta \begin{cases} \text{горња кулминација,} \\ \text{доња кулминација.} \end{cases}$$

То је Беселов образац за свођење посматрања на пасажном инструменту.

Са слике 66 лако се добијају везе:

$$\begin{aligned} m &= k \sin \varphi + i \cos \varphi, & k &= m \sin \varphi - n \cos \varphi, \\ n &= i \sin \varphi - k \cos \varphi, & i &= m \cos \varphi + n \sin \varphi. \end{aligned}$$

Замењујући у Беселовом обрасцу изразе  $m$  и  $n$  са  $i$  и  $k$ , добијамо после простих свођења ове обрасце Тобија Мајера.

$$\left. \begin{aligned} \alpha + a &= T + u + c \sec \delta + i \frac{\cos(\varphi - \delta)}{\cos \delta} + k \frac{\sin(\varphi - \delta)}{\cos \delta} \text{ горња кулм.} \\ 12^h + \alpha - a &= T + u - c \sec \delta + i \frac{\cos(\varphi + \delta)}{\cos \delta} + k \frac{\sin(\varphi + \delta)}{\cos \delta} \text{ доња кулм.} \end{aligned} \right\} (35)$$

Коефицијенти уз  $c$ ,  $i$ ,  $k$  често се обележавају словима  $S$ ,  $I$ ,  $K$ .

Видећемо даље да у току посматрања треба обртати инструменат на лежиштима. Није тешко уочити да ће после обртања угао између правца осовине од истока према западу и визуре постати  $90^\circ - c$  место  $90^\circ + c$ , и зато ће у другом положају знак уз  $c$  бити супротан. Обично се разликује један положај инструмента од другог на тај начин, што се указује на којој је страни, на истоку или на западу, вертикални круг на обртној осовини.

Ако се горе написани обрасци односе на један положај, за други ће они изгледати овако:

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \\ 12^h + \alpha &= \end{aligned} \right\} T + u + \\ + m \mp (c + 0^s,021 \cos \varphi) \sec \delta \pm n \operatorname{tg} \delta \left\{ \begin{array}{l} \text{горња кулминација} \\ \text{доња кулминација} \end{array} \right\} \text{ II положај} \quad (36)$$

или

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \\ 12^h + \alpha &= \end{aligned} \right\} T + u \mp (c + 0^s,021 \cos \varphi) \sec \delta + \\ + i \frac{\cos(\varphi \mp \delta)}{\cos \delta} + k \frac{\sin(\varphi \mp \delta)}{\cos \varphi} \left\{ \begin{array}{l} \text{горња кулминација} \\ \text{доња кулминација} \end{array} \right\} \text{ II положај} \quad (37)$$

**141. Посматрања на бочним концима.** — Пролази звезда се не посматрају само на средњем концу већ на свима концима у мрежи, да би се повећала тачност посматрања сваке кулминације звезде. Али се свођење ових посматрања на меридијан не врши независно, него се посматрања на бочним концима свде на средњи конач, и то на овај начин.

Нека је часовни угао звезде при пролазу иза ма кога бочног конца  $t_0 \pm t$ , где  $t_0$  има исто значење као у § 140; обележимо са  $f$  углавно отстојање тога бочног конца од средњег, тј. угао с теменом у унутрашњој главној тачки објектива и с крацима упереним ка тачкама средњег и бочног конца које се налазе на средини између хоризонталних кснаца. Тада ћемо, аналого једначинама (31) и (31'), имати

$$\cos(90^\circ + c \pm f) = \cos(90^\circ - n) \cos(90^\circ - \delta) + \\ + \sin(90^\circ - n) \sin(90^\circ - \delta) \cos(90^\circ - m - t_0 \pm t)$$

или

$$- \sin(c \pm f) = \sin n \sin \delta + \cos n \cos \delta \sin(m + t_0 \mp t).$$

Одузимајући ову једначину од једначине (31'), добићемо

$$- \sin(c \pm f) + \sin c = \cos n \cos \delta [\sin(m + t_0 \mp t) - \sin(m + t_0)]$$

или

$$-2 \sin \frac{\mp f}{2} \cos \left( c \pm \frac{f}{2} \right) = \cos n \cos \delta \cdot 2 \sin \frac{\mp t}{2} \cos \left( m + t_0 \mp \frac{t}{2} \right).$$

Но како су  $c$ ,  $n$  и  $m + t_0$  увек врло мали, реда  $15''$ , то се с потпуно довољном тачношћу може написати

$$2 \sin \left( \mp \frac{f}{2} \right) \cos \left( \mp \frac{f}{2} \right) = 2 \sin \left( \mp \frac{t}{2} \right) \cos \left( \mp \frac{t}{2} \cos \delta \right),$$

одакле добијамо  $\sin t = \sin f \sec \delta$ . Угао  $f$  не прелази  $30'$ ; стога је, ако  $\delta$  није близу  $90^\circ$ , угао  $t$  такође мали, услед чега се може узети да је

$$t = f \sec \delta,$$

где су  $f$  и  $t$  изражени у оним јединицама у којима је то најзгодније, тј. у радијантима, у лучним секундама или у временским секундама. Али за звезде близу пола, за које је  $t$  веће од две временске минуте,  $t$  већ није довољно мало; зато ћемо претпоследњу једначину написати овако:

$$\frac{t}{t} \sin t = f \sec \delta \quad \text{или} \quad \frac{206\ 265}{15} t \cdot \frac{\sin t}{t} = \frac{206\ 265}{15} f \sec \delta$$

и напослетку

$$t^s \cdot \frac{\sin t}{t} = f^s \sec \delta,$$

где су  $t^s$  и  $f^s$  углови  $t$  и  $f$  изражени у временским секундама.

Одатле добијамо

$$\lg t^s + \lg \frac{\sin t}{t} = \lg f^s + \lg \sec \delta.$$

Мала величина  $k = \lg (t/\sin t)$  може се згодно утабличити. Мали одломак овакве таблице дат је при дну стране. Тада можемо написати

$$\lg t^s = \lg f^s \sec \delta + k.$$

На тај начин, ако је познато  $f$ , за сваки се конач добија његово „свођење на средњи“, и ако додамо  $t$  на тренутак пролаза звезде иза бочног конца или га од тог тренутка одуземо, добићемо онолико вредности пролаза звезде иза средњег конца, колико има конача, и од њих ћемо узети аритметичку средину.

Да би се, пак, добиле величине  $f$  после приближно дотераног инструмента у меридијан, посматрају се пролази полара с деклинацијама од  $70-85^\circ$  (северније се крећу сувише споро и зато је њихова употреба незгодна) иза свију конача у мрежи. Тада свака звезда за сваки конач даје  $t^s$ , а  $f^s$  се добија из једначине

$$\lg f^s = \lg t^s + \lg \cos \delta - k.$$

Средња вредност из неколико (10—20) одређивања даје већ довољно поуздану вредност за  $f^s$ .

$t^s$	$\lg f \sec \delta$	$k = \lg (t/\sin t)$
60	1,778	0,00000
300	2,477	0,000035
600	2,778	0,00014
900	2,954	0,00031
1200	3,079	0,00055
1500	3,175	0,00086
1800	3,254	0,00124

Пошто смо извели Беселов и Мајеров образац и приказали својење посматрања с бочних конаца на средњи, сад треба да изложимо методе за одређивање бројних вредности величина  $i$ ,  $s$  и  $k$  које улазе у изведене обрасце.

**142. Одређивање нагиба обртне осовине  $i$ .** — Већ смо у § 44 видели примену либеле на одређивање нагиба обртне осовине према хоризонту. Нађена правила примењују се и на случај пасажног инструмента. Као што је већ речено, нагиб се сматра позитивним ако је западни крај осовине виши од источног.

Да би се избегао неспоразум препоручује се да се при записивању читања увек обележава на који се крај мехура читања односе, на источни или западни; јер ако је нула на истоку, читање ће бити  $a_e, a_w (a_e < a_w)$ ; када је нула на западу, читање ће бити  $a_e', a_w' (a_w' < a_e')$ ; и ако тада са  $\beta^s$  означимо вредност полудела либеле у временским секундама, имаћемо

$$i^s = \frac{1}{2} \left[ (a_e + a_w) - (a_e' + a_w') \right] \beta^s.$$

Притом треба испитати и узимати у обзир могућу неједнакост наглавака обртне осовине. У том циљу изврши се одређивање нагиба  $i$  поступком изложеним у § 61, при положају инструмента  $KI$  (круг исток), затим се веома пажљиво окрене инструмент у положај  $KZ$  (круг запад) и поново одреди нагиб либелом. Нека је привидни нагиб добивен из непосредних читања либеле при  $KI$   $\bar{i}_1$ , а при кругу  $KZ$   $\bar{i}_2$ . Ако наглавци нису једнаки,  $\bar{i}_1$  неће бити једнако  $\bar{i}_2$ ; и то ако је наглавак с оне стране где је круг дебљи, онда је  $\bar{i}_1 < \bar{i}_2$ . Ако још нагиб при једнаким наглавцима обележимо са  $i_0$ , а утицај различите дебљине наглавака, као у § 61, са  $x$ , онда ће стварни нагиб осовине при  $KI$  бити  $i_1 = i_0 - x$ , а при  $KZ$   $i_2 = i_0 + x$ ; а добивене вредности  $\bar{i}_1$  и  $\bar{i}_2$  биће једнаке

$$\bar{i}_1 = i_1 - x = i_0 - 2x \quad \text{и} \quad \bar{i}_2 = i_2 + x = i_0 + 2x.$$

Одатле излази да је  $x = \frac{1}{4} (\bar{i}_2 - \bar{i}_1)$  и, према томе, да су стварни

нагиби, који нам баш и требају за обраду посматрања:

$$i_1 = \bar{i}_1 + x = \bar{i}_1 + \frac{1}{4} (\bar{i}_2 - \bar{i}_1),$$

$$i_2 = \bar{i}_2 - x = \bar{i}_2 - \frac{1}{4} (\bar{i}_2 - \bar{i}_1).$$

Величина  $\frac{1}{4} (\bar{i}_2 - \bar{i}_1)$  је константа инструмента; она се одређује на овде

показани начин велики број пута, да би се већим бројем мерења уништила њихова случајна отступања. Обично је ова константа врло мала и често се она не може поуздано одредити због своје мајушности.

Ако је наглавак круга тањи од овог другог, сва ова расуђивања остају на снази, само је величина  $x$  негативна; обрасци остају без промене. Читаоцу се предлаже да ово провери. О неправилностима наглавака види § 152.

**143. Одређивање колимације.** — Има неколико метода за одређивање колимације; за једне су потребни помоћни инструменти, али не захтевају ведро небо, за друге су потребна посматрања полара, али без икаквих допунских инструмената. Описаћемо укратко најважније од њих:

1) Одређивање колимације помоћу колиматора. Северно или јужно од инструмента постави се на чврст темељ хоризонталан помоћни дурбин тако да он претставља наставак дурбина пасажног инструмента, ако се овај постави хоризонтално и окрене му се објектив према објективу помоћног дурбина; у жижу овог дурбина, која се назива *колиматор*, постави се плоча с малим отвором или крст конаца, иза њега мутно стакло, а иза овог извор светлости, на пример електрична сијалица. Према томе, посматрач, гледајући у дурбин, видеће осим мреже конаца још и отвор или крст конаца у колиматору. Потребно је на дурбину имати окуларни микрометар (види § 113), тј. пауков конач у равни мреже конаца, паралелан вертикалним концима мреже, а који се може померати завртњем чији се цели обрти и делови обрта могу читати; ако су растојања бочних конаца одређена (в. § 141), то се она могу измерити завртњевим обртима и одатле се може извести колико лучних или временских секунда обухвата један завртњев обрт. Претпоставимо, као што је најчешће случај, да се конач микрометра помера ка његовом котуру ако се завртањ заврће и да притом подела на котуру расте, да је колиматор постављен јужно од пасажног инструмента и да је котур западно од окулара.

Уперимо дурбин (сл. 68а) на колиматор тако да његов отвор  $K$  или тачка пресека његова крста дође између два хоризонтална конца, наведимо покретни конач на отвор или на ту тачку колиматора и прочитајмо котур; нека он показује рецимо  $a_1$  делова. Претпоставимо да је  $a_0$  читање завртња при навођењу на средњи конач  $M$  у мрежи; значи лик отвора у колиматору лежи за  $a_1 - a_0$  котурових делова западно од средњег конца. Сад окренимо инструменат на његовим лежиштима и опет уперимо дурбин на колиматор (68б); завртњев котур налазиће се источно од окулара; нека његово читање при навођењу конца на отвор колиматора буде  $a_2$ ; значи, сад лик отвора у колиматору лежи за  $a_0 - a_2$  котурових делова западно од средњег конца  $M$  у мрежи. Замислимо сад праву, која пролази кроз унутрашњу главну тачку објектива, управну на обртној осовини инструмента; за њу је колимација нула и ми ћемо је називати линија без колимације; њој одговара средњи конач без колимације  $M_0$ . Ако при обртању инструмента осовина заузима тачно свој претходни правац, јасно је да ће и линија без колимације заузимати свој претходни правац. С друге стране, и правац зракова који долазе из колиматора такође је исти пре и после обртања. Стога ће се лик колиматорова отвора или крста пре и после обртања налазити на једнаком отстојању од оне тачке између хоризонталних конаца кроз коју пролази линија без колимације. Према томе ће микрометарско читање при навођењу на ту тачку

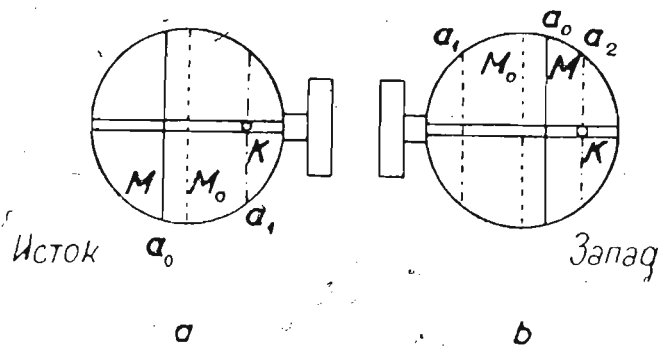
или на средњи конач без колимације бити једнако полубиру читања  $a_1$  и  $a_2$ , тј.  $\frac{1}{2}(a_1 + a_2)$ , а разлика између  $\frac{1}{2}(a_1 + a_2)$  и читања  $a_0$ . при навођењу покретног конач на средњи конач бити сама колимација, и то у другом положају инструмента

$$c = \frac{1}{2}(a_1 + a_2) - a_0,$$

а пре обртања

$$c = a_0 - \frac{1}{2}(a_1 + a_2);$$

овде је  $c$  изражено у деловима завртњева обрта; ако знамо вредност једног обрта, можемо  $c$  изразити у временским секундама.



Сл. 68

Примењујући иста расуђивања на случај када је колиматор постављен северно од инструмента добили бисмо потпуно исте обрасце за  $c$ .

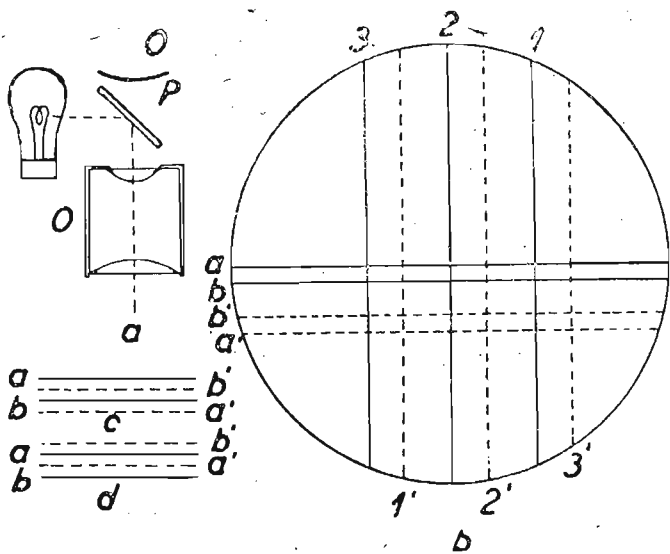
У овој методи претпоставља се да су и пре и после обртања инструмента осовина и линија без колимације сачувале свака свој правац. Претпоставимо међутим, да је при обртању инструмента из било каквог разлога осовина скренула тако, да се њен азимут  $k$  (у предњем његовом значењу) смањило. Тада бисмо, у случају да се колиматор налази на југу, место тачног читања  $a_2$  добили нетачно, мање читање  $a_2 - x$ , а у случају да се колиматор налази на северу, место  $a_2$  веће читање  $a_2 + x$ . Тада би се колимација у оба случаја добила с отступањем једнаким по апсолутној вредности, а супротног знака; узимајући аритметичку средину обеју вредности  $c$ , добили бисмо тачну њену вредност која не зависи од отступања услед обртања. Претпоставимо напоследку да имамо два колиматора и да у јужном постоји сталан, а у северном покретан вертикалан конач; претпоставимо даље да су оба колиматора постављена тако, да се осовине њихових објектива по могућству поклапају и да посматрач, гледајући кроз северни колиматор види у њему ликове конача јужног колиматора; између колиматорских објектива налази се коцка пасажног инструмента; претпоставимо да су на њеној јужној и северној страни начињени отвори кроз које пролазе зраци из једног колиматора у други. Посматрач доводи покретни конач северног колиматора до поклапања са ликом конача јужног колиматора. Тада светлосни зраци, који долазе од једног или другог конача и иду

између колиматора, образују међу собом *паралелне* снопове зракова. Према томе је навођење дурбина пасажног инструмента најпре на јужни колиматор, а затим на северни по резултату једнако обртању инструмента, и ако су  $a_1$  и  $a_2$  читања окуларног микрометра пасажног инструмента при навођењу на конач јужног и северног колиматора,  $a_0$  читање при навођењу на средњи конач, онда је  $c = a_0 - \frac{1}{2} (a_1 + a_2)$  ако се

придржавамо правила за знаке која су наведена у овом параграфу.

2. Одређивање колимације помоћу живиног хоризонта. За ово треба, кад је дурбин у вертикалном положају, са објективом доле, имати под објективом живин хоризонтат, тј. плитак суд са живом, који се ставља на чврст темељ под патосом, по средини између два стуба на којима се налазе лежишта, и који се обично покрива поклопцем у поду. Живин хоризонтат се ставља тако да објектив дурбина кад је овај у вертикалном положају с објективом доле дође баш изнад средине живине површине, која је према особини течности хоризонтална. Испред окулара  $O$  (сл. 69) постави се стаклена плочица  $P$  под углом од  $45^\circ$  према правцу светлосних зракова који пролазе кроз средину видног поља, са стране се налази сијалица са мутним стаклом чија се светлост одбија од обеју површина ове плочице, пролази кроз окулар, низ дурбин, кроз објектив, пада на живу, одбија се под углом који је једнак упадном углу, прелази обратан пут, после окулар пролази кроз плочицу и пада у посматрачево око  $O'$ .

Тада се у видном пољу види, осим мреже конача, још и њен лик у живи (сл. 69). Разумљиво је образовање овог лика кад су конци осветљени; од њих зраци иду у све стране — и ка посматрачу право



Сл. 69. Одређивање колимације помоћу живиног хоризонта.

Непрекидне линије — стварни конци, испрекидане линије — одбјени конци

кроз окулар и ка објективу, до живе, и назад до посматрачева ока. Али се лик конача у окулару добија и у том случају кад светлост иде једнострано од поменуте стаклене плочице. Треба још приметити ово: претпоставимо да је осовина хоризонтална и да је колимација средњег конача једнака нули; тада визура описује вертикалну раван и стога се



може обртањем дурбина око осовине поставити он тако, да се зраци од тачке на средњем концу, која се налази између два хоризонтална конца, враћају обратно предњим путем и да се „одбијени“ лик поклапа са „стварном“ тачком. Претпоставимо сад да је осовина нагнута за угао  $i''$ , тада ће се „одбијени“ лик средњег конца померити на запад од „стварног“ конца за угао  $2i''$ . Претпоставимо да при  $i = 0$  колимација није нула него  $+c$ ; тада ће се „одбијени“ конач налазити *источно* од „стварног“ за угао  $2c''$ . Према томе посматрач ће окуларним микрометром измерити растојање између „стварног“ и „одбијеног“ средњег конца у деловима завртњева обрта и сматрати га позитивним, ако „одбијени“ конач лежи западно од стварног; ако је ово растојање једнако  $d''$  (у лучним секундама), онда је  $d'' = 2i'' - 2c''$ . Ако је нагиб осовине измерен либелом, онда се одатле добија колимација

$$c = \frac{1}{2} (2i'' - d'').$$

3. Одређивање колимације посматрањем звезда. У том циљу посматрају се пролази звезда близу пола иза бочних конца с јелне стране средњег конца и при том се мери нагиб  $i_1$ ; затим се инструмент окрене пажљиво, али довољно брзо, да би се још могли добити пролази исте звезде иза бочних конца с друге стране од средњег; средњи се мора по правилу пропустити за време обртања, а тренуци пролаза звезде иза бочних конца бележе се као и пре обртања инструмента. Треба схватити да ће то бити они исти конци иза којих су посматрани пролази пре обртања инструмента. Измери се опет нагиб осовине  $i_2$ . После тога се оба посматрања на бочним концима сведу на средњи конач; нека су добивени тренуци  $T_1$  и  $T_2$ . Под претпоставком да је азимут  $k$  пре и после обртања био једнак, добићемо две једначине, аналоге једначинама (35) и (37) изведеним у § 140:

$$\left. \begin{aligned} \alpha + a &= T_1 + u + c \sec \delta + i_1 \frac{\cos(\varphi \mp \delta)}{\cos \delta} + \\ &+ k \frac{\sin(\varphi \mp \delta)}{\cos \delta} \left\{ \begin{array}{l} \text{горња кулминација} \\ \text{доња кулминација} \end{array} \right. \end{aligned} \right\} \text{ I положај,}$$

$$\left. \begin{aligned} \alpha + a &= T_2 + u - c \sec \delta + i_2 \frac{\cos(\varphi \mp \delta)}{\cos \delta} + \\ &+ k \frac{\sin(\varphi \mp \delta)}{\cos \delta} \left\{ \begin{array}{l} \text{горња кулминација} \\ \text{доња кулминација} \end{array} \right. \end{aligned} \right\} \text{ II положај.}$$

Величина  $u$  сматра се да је непроменљива, јер сва посматрања трају само мали број минута. Ако одузмемо другу једначину од прве добијамо

$$0 = T_1 - T_2 + 2c \sec \delta + (i_1 - i_2) \frac{\cos(\varphi \mp \delta)}{\cos \delta}.$$

Одатле добијамо  $c$  за први положај инструмента:

$$c = \frac{1}{2} (T_2 - T_1) \cos \delta - (i_1 - i_2) \cos(\varphi \mp \delta).$$

**144. Одређивање азимута  $k$**  врши се комбиновањем посматрања двеју или више звезда чији се коефицијенти уз  $k$  знатно разликују, тј. из звезда близу пола и зенитних или екваторских или из звезда у горњој и доњој кулминацији. Колимација и нагиб осовине морају бити познати. Тада за поларе важи једначина аналога једначини (35) изведеној у § 140:

$$\alpha = T_p + u_p + (c - 0^{\circ}021 \cos \varphi) \sec \delta_p + i_p \frac{\cos (\varphi - \delta_p)}{\cos \delta_p} + k \frac{\sin (\varphi - \delta_p)}{\cos \delta_p}$$

или аналога за доњу кулминацију. А у случају екваторске или зенитске звезде једначина

$$\alpha = T + u + (c - 0^{\circ}021 \cos \varphi) \sec \delta + i \frac{\cos (\varphi - \delta)}{\cos \delta} + k \frac{\sin (\varphi - \delta)}{\cos \delta}$$

Стања часовника могу се или сматрати за једнака, ако се тренуци  $T_p$  и  $T$  мало разликују један од другог а дневни ход часовника је мали, или се, ако је дневни ход часовника  $\omega$  познат, може ставити

$$u = u_p + \frac{\omega}{24} (T - T_p),$$

где је  $T - T_p$  изражено у часовима и деловима часа. Ако тада одузмемо једну једначину од друге и означимо краткоће ради  $T_p$  и  $T$ , поправљене за колимацију и нагиб осовине, са  $T'_p$  и  $T'$ , добијамо

$$k \left[ \frac{\sin (\varphi - \delta_p)}{\cos \delta_p} - \frac{\sin (\varphi - \delta)}{\cos \delta} \right] = \alpha_p - \alpha - T'_p + T' + \frac{\omega}{24} (T - T_p)$$

Одатле добијамо  $k$ ; његов коефицијент не сме бити мали зато да би неизбежна отступања на  $T_p$  и  $T$  што мање утицала на одређивање  $k$ , а величина коефицијента углавном зависи од  $\delta_p$ . Осим тога видимо да треба знати тачне вредности  $\alpha$  и  $\alpha_p$  и да се претпоставља да се за све време посматрања азимут инструмента не мења. Могу се међутим посматрања вршити тако да није потребно тачно знати ректасцензије; то је објашњено у наредном параграфу.

**145. Одређивање азимута  $k$  из посматрања звезде близу пола у трима узастопним кулминацијама.** — Ако постоји колиматор, а још боље два, и окуларни микрометар, може се као што смо видели у првој тачки § 143 одредити  $c$ , али се притом, као што је лако видети, добија још угао између линије без колимације и правца зракова који долазе из колиматора (од његова отвора или крста); овај угао једнак је  $\frac{1}{2} (a_1 - a_2)$ . Ако означимо са  $K$  азимут зракова који долазе из јужног колиматора, сматрајући овај пут  $K$  позитивним од југа ка истоку, онда је

$$K = k + \frac{1}{2} (a_1 - a_2).$$

Сматраћемо да је у току посматрања, која ће бити ниже описана, азимут  $K$  колиматора сталан, па ће нам, значи, свако одређивање  $a_1$  и  $a_2$  дати, истина не  $k$ , али промену  $k$ ; на пример: ако  $12^h$  после првог нашег одређивања  $a_1$  и  $a_2$  нађемо величине  $a_1'$  и  $a_2'$ , онда је

$$K = k' + \frac{1}{2} (a_1' - a_2')$$

и, према томе, промена  $k' - k$  једнака  $\frac{1}{2} (a_1 - a_2) - \frac{1}{2} (a_1' - a_2')$

биће позната; означимо је са  $\Delta k$ .

Осим тога, ако нам ректасцензија посматране поларе и није тачно позната, ипак можемо израчунати промену  $\Delta\alpha$  њене ректасцензије која долази од прецесије, нутације и аберације; зато претпоставимо да нам је  $\Delta\alpha$  познато. На основи изложенога, посматрања звезде близу пола у трима узастопним кулминацијама даће нам ове једначине:

$$\left. \begin{aligned} \alpha + a &= T_1 + u_1 + c_1 \sec \delta + i_1 \cos(\varphi - \delta) \sec \delta + \\ &\quad + k_1 \sin(\varphi - \delta) \sec \delta \text{ (горња кулм.)}, \\ \alpha + \Delta\alpha - a &= T_2 - 12^h + u_2 - c_2 \sec \delta + i_2 \cos(\varphi + \delta) \sec \delta + \\ &\quad + (k_1 + \Delta k) \sin(\varphi + \delta) \sec \delta \text{ (доња кулм.)}, \\ \alpha + \Delta'\alpha + a &= T_3 + u_3 + c_3 \sec \delta + i_3 \cos(\varphi - \delta) \sec \delta + \\ &\quad + (k_1 + \Delta'k) \sin(\varphi - \delta) \sec \delta \text{ (горња кулм.)}. \end{aligned} \right\} (38)$$

Овде су нам  $\Delta\alpha$ ,  $\Delta'\alpha$ ,  $\Delta k$  и  $\Delta'k$  познати на основи малочас реченог. Претпоставимо да је часовник имао у току тих дана сталан ход, тако да је промена његова стања била сразмерна времену, тј.

$$u_2 - u_1 = u_3 - u_2 \quad \text{или} \quad \frac{1}{2} (u_1 + u_3) = u_2.$$

Узећемо сада полузбир прве и друге једначине (38) и од њега одузети другу. Тада ће се  $\alpha$  скратити, стања часовника ће се скратити и у добивеној једначини остаће познате величине и непознато  $k$ , тако да ће се добити једначина

$$k [\sin(\varphi - \delta) - \sin(\varphi + \delta)] \sec \delta = \text{познатој величини,}$$

одакле ћемо добити  $k$  и непознајући ректасцензију посматране звезде; али је зато потребно имати поуздан колиматор и поуздан часовник.

Да би колиматор био поуздан њему се даје овакав облик: на солидан стуб, на нивоу објектива дурбина који је дотеран хоризонтално, ставља се објектив колиматора с великом жижном даљином од неколико десетина метара (50—100 метара). У његову жижу, исто на солидан стуб, ставља се такозвана мира, тј. метална плочица с отвором иза кога се ставља мутно стакло и извор светлости. Овај се отвор види у дурбину пасажног инструмента као кружић. Захваљујући великој жижној даљини објектива неизбежна мала линиска померења његова и мирина мало се примећују на промени правца зракова који долазе из објектива таквог колиматора у објектив пасажног инструмента, а сталност овог правца зракова је основни услов који се поставља колиматору.

Да би показивања часовника била што поуздравија добар часовник се држи у добро затвореном цилиндру и у таквој просторији где су дневна колебања температуре неприметна.

**146. Дотеривање пасажног инструмента** врши се путем поступног приближавања. Помоћу либеле на обртној осовини може се она дотерати хоризонтално; кад се окулар дотера оштро на конце и на звезду, најбоље на Северњачу, тако да лик звезде постане оштар, мрежа се утврди у том положају; притом се израчуна до на 1' Zenитно отстојање Северњаче и вертикални круг дотера тако да без икакве поправке показује Zenитно отстојање визуре; после тога лако ће се моћи доводити дурбин на потребна Zenитна отстојања. Уперимоли затим дурбин на једну од звезда са познатом ректасцензијом  $\alpha$  близу Zenита и забележимоли приближно време њена пролаза иза средњег конца  $T$ , наћи ћемо стање часовника  $u = \alpha - T$ ; ако затим уперимо дурбин на екваторску звезду  $\alpha_1$ , наћи ћемо за њу  $T_1$  и стање  $u_1 = \alpha_1 - T_1$ . Величина  $u_1$  неће се поклапати са  $u$  због константе азимута  $k$ . Окретањем постоља инструмента по азимуту постићи ћемо да разлика између  $u$  и  $u_1$  не буде велика. После тога ћемо по једној звезди близу екватора проверити хоризонталност такозваних хоризонталних конаца. После ових радњи већ се могу одредити отстојања појединих вертикалних конаца од средњег (§ 141) и константе  $c$ ,  $i$  и  $k$  и инструменат дотерати тако да ове константе буду мале.

При преносу инструмента на ново место, разуме се не треба поново одређивати отстојања конаца и померати мрежу конаца ради дотеривања  $c$ , већ се треба само побринути за  $i$  и  $k$ .

**147. Одређивање часовникова стања.** — Пасажви инструменат у меридијану служи за одређивање ректасцензија (о томе види главу XX) и за одређивање стања часовника. За последњу сврху нарочито су подесни и већином се примењују пасажни инструменти с преломљеним дурбином, какве је крајем XIX века почео израђивати немачки механичар Бамберг. Код њих се постоље са лежиштима састоји из једне јединствене масивне гвоздене плоче, која се са три завртња ослања на другу сличну, нешто већу плочу, која лежи на каменом стубу; помоћу ових завртања на које се инструменат ослања може се у малој мери мењати азимут и нагиб обртне осовине. Да би се крајеви обртне осовине или њени наглавци сачували од брзог хабања, дурбин са осовином не лежи на лежиштима целом својом теживом, већ само малим бројем килограма; осовина је подупрта симетрично према тежишту са два пара котурова, преко којих се велики део тежине дурбина и осовине преноси на једну јаку опругу, која се налази у поменутој гвозденој плочи.

За одређивање часовникова стања  $u$  употребљавају се обрасци из § 140, из којих добијамо:

$$u = \alpha - \left[ T + (c - 0^s,021 \cos \varphi) \sec \delta + i \frac{\cos(\varphi - \delta)}{\cos \delta} + k \frac{\sin(\varphi - \delta)}{\cos \delta} \right] \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{I пол. вистр.} \\ \text{горња кулм.} \end{array} \right.$$

$$u = 12^h + \alpha - \left[ T - (c - 0^s,021 \cos \varphi) \sec \delta + i \frac{\cos(\varphi + \delta)}{\cos \delta} + k \frac{\sin(\varphi + \delta)}{\cos \delta} \right] \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{I пол. вистр.} \\ \text{доња кулм.} \end{array} \right.$$

$$u = \alpha - \left[ T - (c + 0^s,021 \cos \varphi) \sec \delta + i \frac{\cos(\varphi - \delta)}{\cos \delta} + k \frac{\sin(\varphi - \delta)}{\cos \delta} \right] \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{II пол. вистр.} \\ \text{горња кулм.} \end{array} \right.$$

$$u = 12^h + \alpha - \left[ T + (c + 0^s,021 \cos \varphi) \sec \delta + i \frac{\cos(\varphi + \delta)}{\cos \delta} + k \frac{\sin(\varphi + \delta)}{\cos \delta} \right] \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{II пол. вистр.} \\ \text{доња кулм.} \end{array} \right.$$

Да би се одредило стање часовника треба знати ректасцензије неколико звезда; оне се узимају из астрономског годишњака у коме се за сваку десету кулминацију у Гринвичу дају ректасцензије изабраних звезда из основног каталога. За свако одређивање времена бира се најмање једна звезда у близини пола и 8—10 зенитских или екваторских звезда, од којих 4—5 кулминирају једна за другом непосредно пре поларе, а других 4—5 после ње. Посматрају се пролази 4—5 звезда иза свију конаца и за време посматрања сваке звезде одређује се нагиб осовине; код поларе посматрају се само пролази иза бочних конаца који су непосредно поред средњег конца; за време док звезда прелази део видног поља око средњег конца, посматрач обрће инструмент на његовим лежиштима рачунајући на то да ће стићи у другом положају да посматра пролаз те исте поларе иза првог конца после средњег и затим иза свих осталих (није тешко увидети да су то они исти ковци у мрежици на којима су извршена посматрања и пре окретања); понекад за звезде које нису сасвим близу пола мора да се пропусти и пролаз иза конца најближег средњем. У другом положају опет се посматрају пролази 4—5 звезда иза свију конаца.

Затим се преко познатих отстојања бочних конаца од средњег израчунају свођења пролаза иза бочних конаца на средњи коначи и узме се аритметичка средина. Из ње се отстрани утицај нагиба осовине, јер је  $i$  познато из посматрања, а  $I$  из таблица. Из посматрања поларе, из којих се отстрани утицај нагиба осовине, израчуна се колимација по методи описаној у трећој тачки § 143, а затим се тренуци пролаза звезда иза средњег конца ослободе утицаја колимације и заједно с њом дневне аберације. На тај начин исправљени тренуци користе се за одређивање азимута  $k$  комбиновањем пролаза поларе са пролазом једне или неколиких зенитних или екваторских звезда, као што је описано у § 144. Кад је нађемо  $k$ , ослободе се тренуци пролаза од утицаја азимута и добије се онолико независно одређених  $u$  колико је узето звезда, осим полара; од ових вредности узима се средња, која се односи на онај тренутак који се добија као средња вредност свих тренутака пролаза звезда кроз меридијан.

Да би крајњи резултат ослободили утицаја константе азимута многи посматрачи бирају зенитске звезде тако да збир њихових коефицијената уз  $k$  буде близак нули.

Осим тога, ако постоји могућност да се користи метода брзог посматрања пролаза помоћу њихова регистровања, (види § 149), треба сваку звезду посматрати као полару, из оба положаја инструмента, обрћући инструмент у току пролаза сваке звезде иза средњег конца; тада средња вредност пролаза иза једног истог конца пре и после обртања даје тренутак пролаза иза средњег конца ослобођен утицаја колимације (види подробније § 152).

**148. Лична отступања.** — Ма колико прост и беспрекоран изгледао поступак процењивања десетих делова секунде при посматрању пролаза звезде иза конаца по методи „вида и слуха“, ипак се показало да се у њему крију неизбежна систематска лична отступања посматрача, која достижу и неколико десетих делова секунде. Ако на пример један посматрач посматра пролаз звезде кроз прву половину мрежице, а други одмах после првог кроз другу, онда ће пролази ове звезде иза средњег конца, израчунати из ових посматрања показивати систематску, тј. више

или мање сталну разлику, која за неке парове посматрача може достићи скоро једну секунду времена. Примећено је да је код посматрача почетника ово лично отступање мало, иако су случајна велика. Са стицањем посматрачког искуства ове врсте случајна отступања се смањују, али зато систематско отступање достиже осетну величину,

Били су пронађени диспозитиви за одређивање ових личних отступања, али нису ушли у употребу како због сложености њихова склопа, тако и због тога што се показало немогуће да се помоћу њих испитају отступања под разним условима посматрања, при различитом правцу кретања звезда у пољу вида, различитој њеној брзини и различитом положају посматрачеве главе; уз то је примећено да се посматрачево лично отступање мења у току времена. Зато је пажња посматрача и механичара била обраћена на то да се нађу методе посматрања при којима би лична отступања у суштини била мања него код методе „вида и слуха“.

**149. Регистровање пролаза звезда.** — Таква је метода била нађена средином XIX века ускоро после проналаска телеграфа и поступно је истиснула из астрономске праксе методу „вида и слуха“; данас се последња примењује врло ретко. Нова метода се састоји у регистровању тренутака пролаза звезда иза конаца помоћу електричне струје и има много преимућства над методом „вида и слуха“. За њену примену служи *хронограф*, описан у § 75. Овде на траци од хартије, која се одмотава часовним механизмом са добрим регулатором који обезбеђује равномерно одвијање траке, једно перо бележи секунде часовника тако да се може разликовати почетак сваке минуте, а другим пером посматрач региструје тренутке пролаза звезде иза конаца у мрежи пасажног инструмента. Нарочитим прибором врши се читање регистрованих тренутака на траци и одређује се тренутак сваког пролаза звезде иза конаца са тачношћу до стотог (па чак и до хиљадитог) дела секунде, тј. тачније од самог посматрања.

Са употребом хронографа отпала је потреба да се часовник према коме се врши посматрање налази поред самог инструмента; он се смешта у такву просторију, где су густина и температура ваздуха што сталније, како би и ход часовника био што сталнији. У томе је огромно преимућство посматрања с хронографом над методом „вида и слуха“. Друго преимућство састоји се у томе што су лична отступања притом знатно мања него код методе „вида и слуха“. Смањују се не само систематска, већ и посматрачева случајна отступања. Природно је да је нова метода истиснула претходну из радова на опсерваторијама, а у последње време и из радова на терену.

Због тога се и хронометри снабдевају „контактима“ помоћу којих се коло струје једне полусекунде затвара а друге отвара.

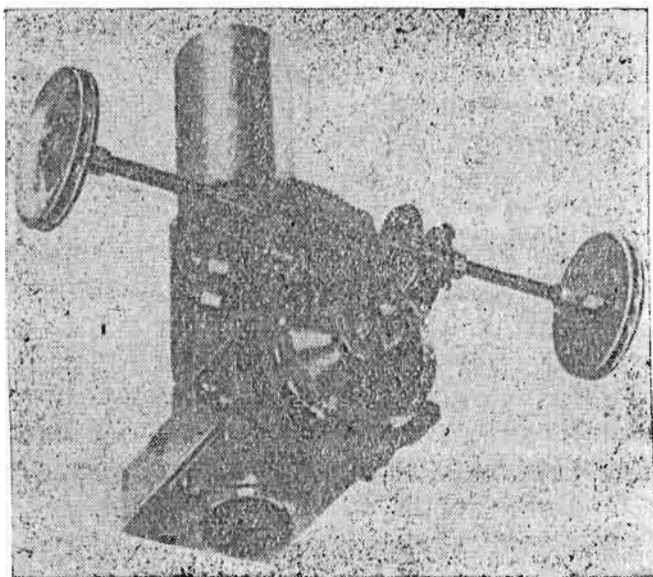
Овакав секундни контакт код часовника, који затвара и отвара коло секундног пера, може се користити и за синхронизовање тзв. синхронизованих часовника који раде под дејством електричне струје; њихове се казаљке крећу потпуно складно с кретањем казаљки основног часовника и посматрач који има код инструмента синхронизовани часовник исто као да има пред собом основни часовник. Између осталог може са њега да уписује почетак минуте на хронографску траку.

**150. Отступања која долазе од различитог сјаја звезда.** — Када је са применом хронографа повишена тачност посматрања,

било је примећено још једно отступање у посматрању пролаза које зависи од сјаја звезде. Извршимо овај оглед. Посматрајмо пролаз сјајне звезде иза прве половине микрометарске мреже конаца, а затим ставимо пред објектив дурбина, не додирујући га, густу мрежицу, на пр. од сита, која ће апсорбовати део светлости звезде, услед чега ће њен сјај у дурбину опасти, рецимо за пет привидних величина, и затим посматрајмо пролаз тако ослабљеног лика исте звезде иза друге половине микрометарске мреже конаца. Ако затим израчунамо пролаз звезде иза средњег конца на основи посматрања у свакој половини мреже посебно, видеће се да ће тренутак пролаза слабог лика звезде бити отприлике за  $0^{\circ},05$  већи него тренутак пролаза сјајне звезде, тј. изгледаће да је сјајан лик прошао иза конца раније од слабог.

Ово отступање код свих посматрача има исти знак и приближно, али не тачно, једнаку величину. Да би се оно смањило и напослетку уништило, данас се на опсерваторијама примењују, или мрежице пред објективом, или тамна стакла пред окуларом да би се ослабио привидни сјај посматраних звезда и свео на оне границе сјаја у којима се посматрање врши још доста поуздано. Отступање које преостане и у овим смањеним границама узима се у обзир пошто сваки посматрач одреди за себе његову вредност на горе поменути начин.

**151. Безлични микрометар.** — Тежња да се још више смањи лично отступање посматрача при посматрању пролаза звезда иза конаца довела је крајем XIX века до израде безличног микрометра (сл. 70). Први га је израдио Репсолд. У овом инструменту, као и у обичном окуларном микрометру, постоји вертикалан конач који се покреће завртњем, али се паралелно са микрометарским котуром на коме је



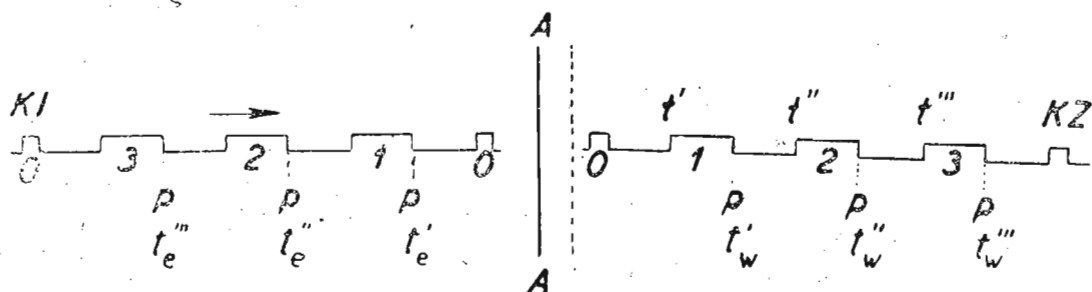
Сл. 70. Безлични микрометар

подела налази други котур по чијој се периферији наизменично ређају метални делови са деловима који не проводе струју; уз овај котур налаже лака опруга; помоћу двеју ручица може се с руке на руку непрекидно обртати завртањ који покреће рам с концем. Кад је звезда ушла у видно поље, посматрач чека да она дође до покретног конца на одређеном његовом положају и чим она наиђе под конач,

обрће завртањ таквом брзином да конач за све време пролази кроз средину лика покретне звезде. При томе обртању котура наизменично се отвара и затвара коло струје која пролази кроз металне делове котура и опружицу или бива прекинута на деловима који не проводе струју на периферији котура. Ова струја покреће сигнално перо хронографа, а ово за то време исписује сигнале који одговарају одређеним положајима котура према крају опружице, као да на тим положајима покретни конач наилази на непокретне конце и да посматрач региструје пролазе звезде иза њих.

Искуство је показало да се лична отступања при посматрању оваквим микрометром знатно смањују у поређењу са обичним регистравањем и разлика између различитих посматрача износи само неколико хиљадах или мали број стотих делова секунде; стога ранији његов назив „безлични микрометар“ није потпуно тачан. У исто време и отступања која зависе од сјаја звезда знатно се смањују. Стога се данас ова метода посматрања обавезно уводи тамо где је потребна највиша тачност.

**152. Одређивање часовникова стања помоћу пасажног инструмента с безличним микрометром.** — Ако је пасажни инструмент снабдевен справом за брзо обртање из једног положаја у други, а сем тога има и безлични микрометар, онда се посматрања у



Сл. 71.

циљу одређивања часовникова стања врше уз обртање инструмента при посматрању сваке звезде, и то овако. Претпоставимо да посматрање неке звезде у горњој кулминацији почиње при положају инструмента „круг исток“ (KI), при чему се безлични микрометар налази на страни круга, дакле исто тако на истоку, а његов котур изнад окулару (в. § 117). Када звезда уђе у видно поље, посматрач дотера инструмент тако да се звезда креће између два хоризонтална конца и у првој половини видног поља покреће микрометарски конач одржавајући га на звезди одвртањем микрометарског завртња. Познато је да се приликом завртњевог завртања конач приближава котуру, па како се звезда у горњој кулминацији, посматрана преломљеним дурбином у положају „круг исток“, креће у дурбину озго наниже, значи да завртањ треба одвртати. Пошто је померио конач за 2—3 обрта, али још није дошао до средине видног поља, и пошто је прочитао либелу (о томе види ниже) посматрач обрне инструмент на лежиштима, па при положају „круг запад“ (KZ), помера конач одржавајући га на звезди на истим завртњевим обртима, због чега се ови обрти не смеју бирати у близини линије без колимације. У том случају, после инструментова обртања



посматрач би могао да не добије звезду на истом месту као и пре обртања. Приликом праћења звезде у положају  $KZ$  завртањ се заврће, те се исти обрти завртњеви прелазе у обрнутом смеру. Већ је речено да се при завртњеви обртању врши наизменично затварање и отварање кола струје.

На сл. 71 схематски је приказана хронографска трака. Бројевима 1, 2 и 3 означена су места куда струја тече, када опруга на микрометру додирује металне делове котура (контакте) и сигнално перо на хронометру скреће. Уствари контакта ће бити више, неколико десетина. Неки од ових контакта краћи су од осталих (0), што нам омагућује да их разликујемо. Стрелицом је означено којим се редом у току времена контакти нижу. Уствари је међутим размак између нултих контакта на траци знатно већи но што је на цртежу приказано, јер је између њих извршено обртање инструмента. Претпоставимо да су наглавци на обртној осовини инструментовој једнаки. При обртању инструмента и осовина и линија без колимације сачуваће своје раније положаје у простору. Покретни конац ће при датом читању на котуру бити подједнако удаљен од идеалног конца без колимације и при  $KI$  и  $KZ$ , као што је приказано на сл. 71, где права  $AA$  претставља конац без колимације. Ако бисмо на траци бележили све прекиде струје, не правећи разлику између затварања и прекидања кола, онда би средња вредност свака два читања на траци што се односе на исто читање микрометрова котура, била уједно и тренутак пролаза звезде иза конца без колимације.

Често се међутим, из разлога о којима је било речи у § 75, користе само прекиди струје. Они су на цртежу означени словом  $p$ , а као што се са цртежа види, не леже симетрично према концу без колимације. Означимо тренутке који им одговарају, прочитане на хронографској траци, хронолошким редом са  $t_e''', t_e'', t_e', t_w', t_w'', t_w'''$ , а тренутке затварања кола струје при  $KZ$  са  $t', t'', t'''$ , као што је на цртежу приказано. Тада је из разлога симетрије тренутак пролаза звезде иза конца без колимације, који ћемо означити са  $T$ , дат изразима

$$\frac{t_e''' + t'''}{2}, \quad \frac{t_e'' + t''}{2}, \quad \frac{t_e' + t'}{2}.$$

Полузбирови тренутака прекида струје биће

$$\frac{t_e''' + t_w'''}{2}, \quad \frac{t_e'' + t_w''}{2}, \quad \frac{t_e' + t_w'}{2}.$$

Ови последњи биће већи од првих, па је лако увидети да је

$$\frac{t_e''' + t'''}{2} = \frac{t_e''' + t_w'''}{2} - \frac{t_w''' - t'''}{2},$$

а тако исто и за друге тренутке. Но  $\frac{t_w''' - t'''}{2}$  је временски размак у коме се звезда у видном пољу помера између два положаја покретног конца који одговарају ширини трећег контакта, или, ако његову ширину

за звезду на екватору означимо са  $\tau_3$  у лучним секундама, онда је

$$\frac{t_w''' - t''}{2} = \frac{\tau_3}{2} \sec \delta,$$

где је  $\delta$  деклинација посматране звезде. Ако користимо само прекиде струје, ми ћемо стога за тренутке пролаза звезда иза конца без колимације добити ове изразе:

$$\begin{aligned} \frac{t_e''' + t_w'''}{2} - \frac{\tau_3}{2} \sec \delta, & \quad \frac{t_e'' + t_w''}{2} - \frac{\tau_2}{2} \sec \delta, \\ \frac{t_e' + t_w'}{2} - \frac{\tau_1}{2} \sec \delta, & \end{aligned}$$

а ако узмемо средњу вредност свих, добићемо у општем случају

$$T = \frac{1}{n} \sum \frac{t_e + t_w}{2} - \frac{1}{n} \sum \frac{\tau_i}{2} \sec \delta,$$

где се  $i$  мења од 1 до  $n$ , а  $n$  је број прочитаних парова прекида струје.

На пртежу испрекидана линија одговара тренутку  $\frac{1}{n} \sum \frac{t_e + t_w}{2}$ . Значи да од аритметичке средине полузбирова односних тренутака прекида струје треба да одузмемо половину средње ширине контакта помножену са  $\sec \delta$ .

Да би одредио ширину сваког контакта посматрач веома споро обрће завртањ безличног микрометра и слуша ударце сигналног пера на хронографу. При сваком ударцу бележи читање на завртњевој когуру и из њих добија ширину сваког контакта изражену у деловима завртњева обрта. Вредност завртњева обрта у лучним или временским секундама може да одреди из посматрања пролаза звезда иза покретног конца у положајима који се разликују за цео број обрта или, пак, из посматрања звезда у највећој дигресији, као што је описано у § 119.

Треба узети средњу ширину  $\frac{1}{n} \sum \tau_i$  свих контакта који се користе при посматрању и њену половину одузети од  $\frac{1}{n} \sum \frac{t_e + t_w}{2}$ .

Да би се обрачунао утицај нагиба обртне осовине мере се либелом нагиби и при  $KI$  и при  $KZ$ . Ако наглавци нису једнаке дебљине добићемо ово: нека је, као у § 142,  $\bar{i}_1$  нагиб одређен из непосредних читања мехурових крајева при  $KI$ , а  $i_2$  при  $KZ$ . Стварни нагиб осовине при  $KI$  јесте

$$i_1 = \bar{i}_1 + x,$$

а при  $KZ$

$$i_2 = \bar{i}_2 - x.$$

Поправка средњег тренутка из контакта при  $KI$  услед нагиба биће

$$Ii_1 = \bar{I}_1 + Ix,$$

а при  $KZ$

$$Ii_2 = \bar{I}_2 - Ix,$$

где је  $I$  коефицијент Мајерова обрасца. Како треба од обеју поправака узети средњу вредност, то се чланови  $+Ix$  и  $-Ix$  потиру, што значи да се за свођење може употребити нагиб осовине који се непосредно добија из либелиних читања не водећи рачуна о неједнакостима наглавака. Шта више није потребно обртати либелу на осовини, ни при  $KI$ , ни при  $KZ$ , него се она може оставити да виси за све време посматрања. Тада ћемо добити ово: нека се дебљи наглавак налази на страни круга. Претпоставимо да се на истој стани налази и либелина нуле. Да су оба наглавка једнака, била би либелина читања при  $KI$  рецимо  $a_e$  и  $a_w$  ( $a_e < a_w$ ), а после инструментова обртања при  $KI$ ,  $a_e'$  и  $a_w'$  ( $a_e' > a_w'$ ), те би нагиб осовине у либелиним полуделовима био

$$\frac{1}{2} \left[ (a_e + a_w) - (a_e' + a_w') \right].$$

Ако би наглавак на страни круга био дебљи, онда би читања била:

$$\bar{a}_e = a_e - 2x, \bar{a}_w = a_w - 2x, \bar{a}_e' = a_e' - 2x, \bar{a}_w' = a_w' - 2x.$$

Но ми смо баш малочас видели да неједнакост наглавака у овом случају нема утицаја и, с друге стране, из наших читања формално добијамо нагиб једнак

$$\frac{1}{2} \left[ (\bar{a}_e + \bar{a}_w) - (\bar{a}_e' + \bar{a}_w') \right] = \frac{1}{2} \left[ (a_e + a_w) - (a_e' + a_w') \right],$$

а то је иста вредност као и при једнаким наглавцима коју једино и треба узети у обзир. Дакле, либелу можемо оставити да виси на осовини, можемо читати мехурове крајеве и из њих израчунавати нагиб на уобичајени начин; различита дебљина наглавака биће већ самим тим унета у рачун.

Азимут се одређује на уобичајен начин: 1) или помоћу полара' 2) или помоћу довољног броја зенитних звезда с обе стране зенита' јер коефицијентата  $K$  има и позитивних и негативних, а њихов је збир близак нули.

О овом питању постоји на руском језику исцрпна монографија П. Н. Доглова, „Определение времени в меридиане пассажным инструментом с регистрирующим микрометром“, М—Л., 1935.

Пример за одређивање часовникова стања пасажним инструментом с безличним микрометром  
Астрономска опсерваторија Московског Универзитета

1939 г. април 11

Бамбергов пасажни инструмент

Посматрач А. И. Лаврова

1	*	$\epsilon$ Leo	19 LMi	$\eta$ Leo	36 UMa	41 LMi	$\beta$ UMa	$\psi$ UMa	3 Dra
2	$\alpha$	9 <sup>h</sup> 42 <sup>m</sup> 25 <sup>s</sup> ,75	9 <sup>h</sup> 53 <sup>m</sup> 59 <sup>s</sup> ,75	10 <sup>h</sup> 0 <sup>m</sup> 02 <sup>s</sup> ,79	10 <sup>h</sup> 26 <sup>m</sup> 47 <sup>s</sup> ,04	10 <sup>h</sup> 40 <sup>m</sup> 08 <sup>s</sup> ,53	10 <sup>h</sup> 58 <sup>m</sup> 13 <sup>s</sup> ,31	11 <sup>h</sup> 06 <sup>m</sup> 17 <sup>s</sup> ,10	11 <sup>h</sup> 39 <sup>m</sup> 08 <sup>s</sup> ,66
3	$\delta$	24° 3'	41°21'	17°03'	56°18'	23°30'	56°42'	44°50'	67°05'
4	$z$	31 42	14 24	38 42	-0 33	32 15	-0,57	10 55	-11 20
5	sec $\delta$	1,10	1,33	1,05	1,80	1,09	1,82	1,41	2,57
6	$I$	0,93	1,29	0,82	1,80	0,92	1,82	1,38	2,52
7	$K$	0,575	0,332	0,654	-0,017	0,582	-0,032	0,268	-0,505
8	$T$	42 <sup>m</sup> 0 <sup>s</sup> ,53	53 <sup>m</sup> 34 <sup>s</sup> ,66	03 <sup>m</sup> 37 <sup>s</sup> ,55	26 <sup>m</sup> 22 <sup>s</sup> ,39	39 <sup>m</sup> 43 <sup>s</sup> ,30	57 <sup>m</sup> 48 <sup>s</sup> ,65	5 <sup>m</sup> 58 <sup>s</sup> ,12	38 <sup>m</sup> 44 <sup>s</sup> ,49
9	$iI$	-0,08	-12	-0,07	-16	-0,08	-16	-12	-22
10	$\left( ca + \frac{\tau}{2} \right) \text{ sec } \delta$	-22	-27	-21	-37	-22	-37	-29	-52
11	наглавци	-0,04	+0,04	-0,04	+0,02	-0,04	+0,02	+0,04	-0,07
12		42 0,19	53 34,31	3 37,23	26 21,88	39 42,96	57 48,14	5 51,75	34 43,68
13		+25,56	25,44	24,56	25,16	25,57	25,17	25,35	24,98
14	0,56K	-32	-19	-37	+01	-33	+02	-15	+28
15	$u$	+25,24	-25	-19	17	24	19	20	26

У првом реду дата је ознака звезде; у другом  $\alpha$  из годишњака American ephemeris and Nautic Almanac; у трећем —  $\delta$ ; у четвртном зенитно отстојање добивено по обрасцу  $z = \varphi - \delta$ , за  $\varphi = 55^{\circ}45'$ ; у петом  $\sec \delta$ ; у шестом и седмом коефицијенти Мајеровог обрасца

$$I = \frac{\cos(\varphi - \delta)}{\cos \delta} \quad \text{и} \quad K = \frac{\sin(\varphi - \delta)}{\cos \delta}.$$

Они су потребни за свођење тренутка пролаза звезде на меридијан по обрасцу

$$T_{\text{попр.}} = T_{\text{посм.}} + iI - \left( \frac{\tau}{2} + \text{дн. абер.} \right) \sec \delta + kK,$$

где је  $\tau$  средња ширина контакта.

Унапред је дато  $\frac{\tau}{2} = 0^{\circ}191$ ; дневна аберација је  $0^{\circ}012$  (за Москву);

за  $i$  је на основи свих читања добивено —  $0^{\circ}089$ , те је усвојено да је оно исто за све посматране звезде. Како су ови бројеви мали, узети су  $\sec \delta$  и  $I$  само са 2 децимале, јер већа тачност не би имала смисла.  $K$  је узето на 3 децимале, јер до краја свођења сматрамо да је величина  $k$  непозната. Величине  $\sec \delta$ ,  $I$  и  $K$  узете су из „Таблиц для астрономических вычислений“, поменутих у предговору уз друго издање. У осмом реду налази се  $T_{\text{посм.}}$ . Да бисмо показали како се добијају ове величине дате су у посебној табlici у тексту за звезду 19 LMi читања хронографске траке за  $KI$  и  $KZ$  и израчунате вредности  $T_{\text{посм.}}$

Средња вредност ових збирова је  $69^{\circ}32$ , а половина  $34^{\circ}66$ , што и стоји у табlici. Девети и десети ред горње табlice садрже односне чланове обрасца за свођење. Како величине које треба множити имају мало

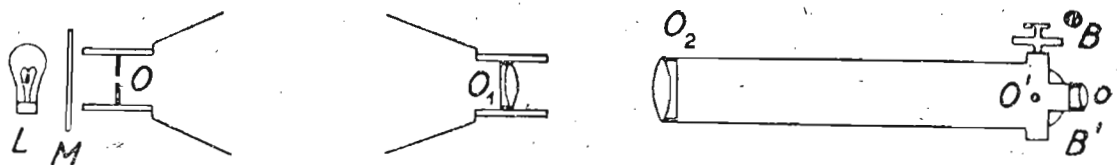
19 LMi

$KI$	$KZ$	Збир
53,76	15,82	69,58
55,73	13,56	69,29
57,66	11,57	69,23
58,64	10,51	69,15
1,71	7,66	69,37
3,93	5,50	69,41
5,66	3,51	69,17
7,59	1,61	69,20
10,81	58,61	69,42
11,83	57,58	69,41

цифара, то је, разуме се, најрационалније користити логаритмар или рачунске табlice, а не логаритамске табlice. У једанаестом реду стоји поправка тренутка услед неједнакости наглавака (в. § 153). У дванаестом реду дат је поправљени тренутак пролаза кроз меридијан, а у тринаестом  $\alpha$  — број из дванаестог реда. После овога израђен је график да би се одредио азимут  $k$ : апсцисе — коефицијенти  $K$ , ординате — бројеви из тринаестог реда. Кроз добијене тачке повучена је права, а из њеног нагиба према апсцисној осовини добијена вредност азимута  $k = 0^{\circ}56$ . Тада су израчунате поправке бројева из тринаестог реда од утицаја азимута, тј.  $0^{\circ}56 K$ . У петнаестом реду налазе се дефинитивна часовникова стања израчуната из посматрања сваке звезде.

Као средња вредност добија се  $u = +25^{\circ}218 \pm 0^{\circ}011$ . Најзад треба узети у рачун паралаксу хронографских пера, која је једнака  $0^{\circ}027$ . Узме ли се и она у обзир биће  $u = +25^{\circ}191$ . Ова се поправка односи на средњи тренутак посматрања, тј. 1939 април 11,  $10^{\text{h}}6$  звезданог времена.

**153. Неправилности наглавака обртне осовине.** — Ако наглавци имају облик кружних цилиндара, онда постоји одређена обртна осовина инструмента и за њу везана визура; то је права која спаја средишта оних кружних пресека наглавака којима се они ослањају о лежишта и на које се стављају либелени ослонци при мерењу нагиба осовине. Неједнакост полупречника наглавака може се измерити и узети у обзир, као што је речено у § 143. Али је посао далеко сложенији ако су наглавци неправилни, тј. ако њихови пресеци нису кругови већ неправилне криве. Приметимо одмах да не би било никакве тешкоће кад би ове неправилне (или правилне) криве биле код оба наглавка једнаке и имале исти положај; ни тада при обртању инструмента не би било непомичне праве, као у случају кружних наглавака, али би се све праве које спајају односне тачке на пресечним кривим, померале паралелно и постојала би раван управна на свима овим правим; осим тога у дурбину би постојала и линија без колимације која би описивала велики круг небеске сфере. Али се на таку случајност не може рачунати и, строго узевши, треба сматрати да је радни пресек сваког наглавка посебна неправилна крива, која се, захваљујући вештини механичара, мало разликује од круга. Стога обртна осовина у правом смислу речи и не постоји, а не постоји ни линија без колимације, пресек визуре с небеском сфером не описује мали круг као у случају констаната  $i$ ,  $s$  и  $k$ , већ врло неправилну криву која мало отступа од овог малог круга, неправилно прелазећи с једне његове стране на другу. Тренутак пролаза лика звезде иза средњег конца је тренутак пролаза звезде кроз ову неправилну линију. Да би се посматрани тренуци исправили, треба знати отступање ове неправилне линије од поменутог малог круга, а да бисмо ово знали, морамо познавати такорећи клицање металне осовине инструмента које долази од неправилности наглавака.



Сл. 72.

Ми ћемо описати основну идеју једне од метода за испитивање ових неправилности, и то оне методе која непосредније од других доводи до коначног циља. Замислимо најпре кружне, макар и неједнаке наглавке; сваки радни пресек има своје средиште; замислимо да су наглавци шупљи и да је у радни пресек једног наглавка постављена плочица с малим отвором  $O$  тачно у његовом средишту (сл. 72), а да се у радном пресеку другог наглавка налази објектив, чија се унутрашња главна тачка  $O_1$  поклапа са средиштем тог радног пресека, а жижна даљина са растојањем оба пресека, тако да се поменути мали отвор налази у главној жижи објектива. Стаavimo пред плочу с малим отвором мутно стакло  $M$  и извор светлости  $L$ , а у продужење другог наглавка астрономски дурбин са објективом  $O_2$  и окуларом  $O$ ; тада ћемо у њему видети лик малог отвора  $O'$ , који образују зраци што пролазе кроз објектив  $O_1$  и дурбин;  $O'$  ће се налазити у жижној равни објектива дурбинског. При обртању инструмента око осовине с кружним

наглавцима лик  $O'$  ће бити непокретан у видном пољу дурбина. Замислимо даље немогући случај, да се тачке  $O$  и  $O_1$  не налазе у средиштима радних пресека, већ да су подједнако удаљене од њих, за једну исту вредност и у једну исту страну; тада ће  $O'$  при обртању осовине бити непомично, јер ће  $OO_1$ , а то значи и снап паралелних зракова који долазе из  $O_1$ , сачувати при обртању непромењени правац.

У општем случају поћи ће нам за руком да дотерамо и  $O$  и  $O_1$  само близу средишта радних пресека наглавака, и тада ће, као што није тешко видети,  $O'$  у случају кружних наглавака обилазити по кругу око извесног средишта. Лик  $O'$  заузимаће ово средиште у малочас посматраном идеалном случају, који је немогуће остварити у пракси.

Али ако радни пресеци наглавака нису кругови, пасажни инструмент неће имати сталне обртне осовине и тачка у дурбину неће описивати круг него сложену криву, која ће се, кад су неправилности мале, мало разликовати од круга. Међутим ми можемо сматрати да се инструмент и у случају неправилних наглавака обрће око неке геометриске осовине за коју су карактеристичне константе  $i$  и  $k$ , само да сваком њеном положају одговарају мала отступања услед којих константе  $i$  и  $k$  добијају прираштаје  $\Delta i$  и  $\Delta k$ , који се мењају при обртању дурбина и зависе како од облика оба наглавка, тако и од облика оне површине лежишта на којој они леже; у овоме се састоји суштина методе коју излажемо. Коју ћемо баш праву узети за геометриску осовину окарактерисану параметрима  $i$  и  $k$ , то је строго узевши мало важно, јер је јасно да ће свакоме пару констаната  $i$  и  $k$  одговарати посебне поправке  $\Delta i$  и  $\Delta k$  које у заједници са  $i$  и  $k$  треба да одређују стварни правац осовине за дато зенитно отстојање дурбина пасажног инструмента.

Зато се у жижду раван поменутог помоћног астрономског дурбина, где се ствара лик тачке  $O'$  који се образује после пролаза зракова кроз објектив у наглавку и објектив тога дурбина, поставља микрометар с крстом конаца који се могу помоћу два завртња са котурима  $B$  и  $B'$  померати и хоризонтално и вертикално. Посматрач окреће дурбин рећимо за по  $30^\circ$ , или за по  $12^\circ$ , или неки други угао, и у сваком положају наводи крст конаца на лик тачке  $O'$  и чита оба микрометарска завртња. Тако он добија координате лика тачке  $O'$  за низ дурбинових положаја за време док овај опише пун круг. Из горњег објашњења јасно је да ће све тачке  $O'$  лежати на кругу, ако су оба наглавка кружна; у противном ће отступања ових тачака од кружне линије дати тражене поправке  $\Delta i$  и  $\Delta k$ .

Место да се у описаном колиматору посматра обртање осовине инструмента, може се поступати (и поступа се) и друкчије. На оба краја осовине поставе се плоче и на сваку се, што је могуће ближе тачки у којој је просеца обртна осовина инструмента, стави сићушна белега; на непровидној се плочи на пример обележи црна тачка и плоча осветли спреда или се на провидној плочи обележи црна тачка и плоча обасја светлошћу која пролази кроз осовину. Испред сваке такве плоче стави се микроскоп с описаним двојним микрометром. При обртању инструмента свака поменута тачка ће описивати извесну криву линију чије се тачке мере микрометром. Ако је наглавак правилан, ова ће крива бити круг; ако она није круг, могу се одредити отступања криве од круга и из њих израчунати утицај неправилности сваког наглавка,

па значи и оба заједно, на тренутке пролаза небеских тела иза средњег конца.

Ми се нећемо задржавати у нашем курсу на појединостима овог задатка и оне који се интересују упутићемо на посебне радове који следе:

1) А. К о в а л ь с к и й, Исследование фигуры цапфов большого пассажного инструмента Эртеля, Известия Академии Наук, т. V, № 2 (сентябрь), 1896.

2) П. Д о л г о в, Определение времени в меридиане пассажным инструментом с регистрирующим микрометром, М.—Л., 1935. У тој књизи изложене су укратко и друге методе за испитивање наглавака и наведена је литература.

3) I v o n V i l l a r c e a u. Étude du mouvement de rotation de la lunette méridienne, Annales de l'Observatoire de Paris, Mémoires, Vol. VII, 1863.

#### 154. Пасажни инструмент у првом вертикалу. Основни обрасци.

— Особености посматрања пролаза звезде кроз први вертикал пассажним инструментом могу се објаснити помоћу слике 73. Нека је  $P$  — пол,  $Z$  — зенит,  $A$  — тачка на екватору,  $EZW$  — први вертикал,  $S$  и  $S'$  — тачке његова пресека с дневним паралелом неке звезде;  $360^\circ - t$  и  $t$  часовни углови ових тачака. Тада је

$$\operatorname{tg} PZ = \operatorname{tg} PS \cos t,$$

или

$$\operatorname{tg} (90^\circ - \varphi) = \operatorname{tg} (90^\circ - \delta) \cos t,$$

или

$$\operatorname{tg} \delta = \operatorname{tg} \varphi \cos t \text{ и } \operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg} \delta \sec t.$$

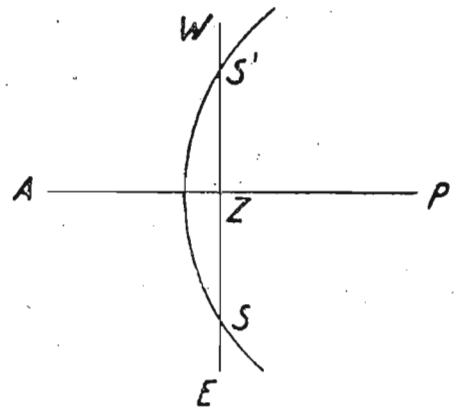
Ако се  $\delta$  мало разликује од  $\varphi$ , са слике се види да  $t$  није велико, и тада се  $\cos t$  мало мења са променом  $t$  или у случају малог отступања у  $t$ . Претпоставимо да помоћу хронометра или часовника одређујемо тренутке  $T_e$  и  $T_w$  пролаза звезде кроз источни и западни део првог вертикала. Ако тада обележимо са  $u_e$  и  $u_w$  односна стања часовникова, добијамо

$$2t = (T_w + u_w) - (T_e + u_e)$$

и ако нам је познат дневни ход хронометра  $\omega$ , онда је  $u_w - u_e = (T_w - T_e) \omega / 24$  и, према томе,  $t$  ћемо такође знати.

Према томе ако је разлика између  $\varphi$  и  $\delta$  мала, добићемо, без обзира на неизбежна мала отступања у  $T_e$ ,  $T_w$  и  $\omega$  (а велика отступања немају одакле да дођу), врло тачну вредност  $\cos t$  и одатле ћемо тачно одредити  $\varphi$ , ако је познато  $\delta$ , или  $\delta$ , ако је познато  $\varphi$ . Ако ни  $\varphi$  ни  $\delta$  нису тачно познати, онда се на основи ових посматрања могу из промена  $\delta$  наћи промене  $\varphi$  или, обрнуто, из промена  $\varphi$  наћи промене  $\delta$ .

Приметимо још да нормална рефракција нимало не утиче на посматране тренутке, што је разуме се врло важно.



Сл. 73.



Због свега тога ова се посматрања примењују на одређивање ширине места, али данас се овај задатак много zgodније решава Талкотовом или Пјевцовљевом методом које од инструмента захтевају непроменљивост у краћем временском размаку него ова метода и код којих се битни елемент, тј. непроменљивост зенитног отстојања, проверава либелом. На сличан се начин у основи одређује константа аберације из промена деклинација зенитних звезда под претпоставком да је  $\varphi$  стално; таква су одређивања извршена на Пулковској опсерваторији првих година после њена оснивања помоћу великог пасажног инструмента у првом вертикалу. Данас, када је сталност  $\varphi$  оповргнута посматрањима, могу се обрнуто из оваквих посматрања извести промене ширине места из познате константе аберације и сопственог кретања посматране звезде у деклинацији.

**155. Утицај инструментових констаната на одређивање ширине места,** испитаћемо под претпоставком да су оне тако мале да се могу њихови квадрати и међусобни производи занемарити, а посматрања исправити само првим степеном констаната. Константе пасажног инструмента у првом вертикалу исте су као и код пасажног инструмента у меридијану, наиме: 1) нагиб осовине  $i$ , који ћемо сматрати позитивним ако је северни крај осовине виши од јужног; 2) азимут осовине  $k$ , тј. мали угао између меридијана и вертикалног круга који пролази кроз осовину,  $k$  ћемо сматрати за позитивно ако је северни крај осовине померен из меридијана ка западу; 3) колинација  $c$ , коју ћемо сматрати позитивном ако мали круг који описује на небеској сфери визура инструмента лежи јужно од првог вертикала.

Ако је  $c = 0$ ,  $k = 0$ , а само  $i \neq 0$ , онда је посматрање пролаза звезде иза средњег конца инструмента идентично с посматрањем пролаза звезде кроз раван што пролази кроз источну и западну тачку а нагнута је према првом вертикалу за угао  $i$ . Ова раван, пак, није ништа друго до раван првог вертикала места чија је ширина  $\varphi' = \varphi - i$ , ако је  $\varphi$  ширина реалног места посматрања. Стога ако је  $T_w - T_e$  разлика посматраних пролаза звезде кроз западни и источни део првог вертикала, ослобођена хронометарског хода,  $\varphi'$  можемо добити по обрасцу

$$\operatorname{tg} \varphi' = \operatorname{tg} \delta \sec (T_w - T_e),$$

а затим ширину места посматрања из једначине  $\varphi = \varphi' + i$ .

Ако је  $i = 0$ ,  $c = 0$ , али  $k > 0$ , звезда ће и на истоку и на западу раније пролазити иза средњег конца, а тек затим кроз први вертикал. Из простих геометријских расуђивања и обрасца  $\Delta t = k / \sin \varphi$ , чије извођење препоручујемо читаоцу, може се видети да је ова разлика и по апсолутној вредности једнака и на истоку и на западу. Стога је полуразлика  $\frac{1}{2} (T_w - T_e)$  пролаза иза средњег конца једнака полуразлици пролаза кроз први вертикал, због чега без икаквих поправака можемо написати

$$\operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg} \delta \sec \frac{1}{2} (T_w - T_e).$$

Напоследку ако је  $i = 0$ ,  $k = 0$ , али  $c > 0$ , на истоку звезда пролази најпре кроз први вертикал, а затим иза средњег конца, а на

западу обрнуто; зато разлика  $T_w - T_e$  садржи двоструко отстапање које долази од утицаја колимације при сваком посматрању пролаза. Посматрања се могу потпуно ослободити овог утицаја, ако на истоку посматрамо пролазе звезде иза неколико бочних конаца мреже или иза неколико положаја покретног конца окуларног микрометра, а затим окренемо инструменат на његовим лежиштима и одмах по обртању продужимо посматрање исте звезде на истим непокретним концима или истим положајима покретног конца. Средња вредност пролаза звезде иза истог конца пре и после обртања је тренутак пролаза звезде кроз линију без колимације. Ако средину таквих средњих вредности за све конце означимо са  $T_e$  при источним посматрањима и са  $T_w$  при западним посматрањима, и ако претпоставимо да је разлика  $T_w - T_e$  ослобођена хронометарског хода, онда опет важи једначина

$$\operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg} \delta \sec \frac{1}{2} (T_w - T_e).$$

Према томе, ако су константе  $s$ ,  $i$  и  $k$  мале, то ћемо посматрањем једне исте звезде на истоку и на западу, као што је било описано, добити ширину  $\varphi$  по обрасцима

$$\operatorname{tg} \varphi' = \operatorname{tg} \delta \sec \frac{1}{2} (T_w - T_e) \quad \text{и} \quad \varphi = \varphi' + i,$$

где је  $T_w - T_e$  разлика тренутака пролаза ослобођена хронометарског хода.

Постоје и друге методе посматрања пролаза једне звезде или парова звезда кроз први вертикал у којима се користе основне одлике ове појаве привидног дневног кретања звезданог неба. Али се ми на њима не можемо задржавати. Оне који се интересују упућујемо на обимније курсеве (Савића, Бринова, Човенета).

## ГЛАВА СЕДАМНАЕСТА

### ОДРЕЂИВАЊЕ РАЗЛИКА ДУЖИНА МЕСТА

**156. Основна разматрања.** — Мерењем зенитних отстојања небеских тела близу првог вертикала, или Цингеровом методом, или пасажним инструментом у меридијаву, може се одредити стање часоеника, тј. разлика између показивања часоеника и месног звезданог времена, ако часоеник или хронометар раде по звезданом времену. Ако у тренутку  $T_1$  означимо ово стање са  $u_1$ , а са  $\omega$  дневни ход хронометра који се добија упоређивањем његових стања у току два и више узастопних дана, онда се његово стање за тренутак  $T$  може изразити обрасцем  $u_1 + \frac{\omega}{24}(T - T_1)$ , где је разлика  $T - T_1$  изражена у часовима и у деловима часа.

С друге стране нека је у тренутку  $T_2$  разлика између показивања тога истог хронометра и *гринвичког* звезданог времена  $U_2$ ; тада ће ова разлика у тренутку  $T$  бити  $U_2 + \frac{\omega}{24}(T - T_2)$ . То значи да је у тренутку

$T$  по хронометру *месно* звездано време  $T + u_1 + \frac{\omega}{24}(T - T_1)$ , а *гринвичко*

звездано време  $T + U_2 + \frac{\omega}{24}(T - T_2)$ . Она се разликују једно од другога за разлику дужина места или за дужину места посматрања рачунату од Гривнича. И то ако *источну* дужину  $\lambda$  сматрамо за позитивну, онда је  $\lambda =$  месно звездано време — *гринвичко* звездано време или

$$\lambda = [T + u_1 + \frac{\omega}{24}(T - T_1)] - [T + U_2 + \frac{\omega}{24}(T - T_2)] = u_1 - U_2 - \frac{\omega}{24}(T_1 - T_2).$$

Ако ли се, као што је усвојено у страним астрономским годишњацима, *западна* дужина сматра за позитивну, онда је обрнуто,

$$\lambda = [T + U_2 + \frac{\omega}{24}(T - T_2)] - [T + u_1 + \frac{\omega}{24}(T - T_1)] = U_2 - u_1 - \frac{\omega}{24}(T_2 - T_1).$$

Јасно је да се при прелазу с једног места на друго  $u_1$  мења и ради једноставности обрасца и простоте разматрања и рачуна згодно је одржавати стање  $U_2$  у односу на *гринвички* меридијан да буде мало; другим речима, згодно је да хронометар ради по *гринвичком* звезданом времену с малим стањем, али главно је умети одредити ову поправку  $U_2$ .

**157. Хронометарске експедиције.** — У раније време стање  $U_2$  могло се знати само из претпостављеног хода хронометрова у времену његова преноса. Када је полазио са извесне опсерваторије, чија је дужина била позната, посматрач ју је напуштао знајући стање  $U_2$  хронометра у одређеном тренутку и дневни ход његов  $\omega$ , одређен из посматрања на тој опсерваторији и са испитаним променама у зависности од температуре и других услова у току времена. Прелазећи затим разна места на којима је било потребно да одреди дужину, посматрач је на сваком од њих одређивао стање свог хронометра  $u_1$  и затим се обавезно враћао у полазну тачку, где је одмах одређивао  $U_2$  и поново испитивао ход хронометра. Тада је, или ослањајући се на сталност хронометрова хода за време пута, или одређујући га брижљивије из својих испитивања, посматрач могао са већом или мањом тачношћу одредити стање часовника према Гринвичу за сваки дан, и напосе за сваки тренутак свога одређивања његова стања према месном времену у свакој тачки где је он ово стање одређивао. Тако је он добивао дужине свих тих места, ослањајући се на дужину полазне тачке која је била одређена на потпуно исти начин. Ради веће тачности требало је преносити не један хронометар, већ неколико, и на тај начин су се вршиле *хронометарске експедиције* са неколиким десетинама хронометара.

Када су на тај начин биле одређене дужине неколико места, како на обалама океана и мора, тако и у унутрашњости континената, даље се могло поступати простије. Напустивши почетну тачку с познатом дужином, да би имао наредна стања својих хронометара према Гринвичу, посматрач није више морао непрестано да се враћа у полазну тачку, већ је могао само да допутује до друге тачке са познатом дужином и на њој да одреди стање, јер ако је дужина  $\lambda$  позната, из горе наведених једначина имамо, сматрајући источну дужину за позитивну:

Гринвичко звездано време = Месно звездано време —  $\lambda$

или

$$T + U = T + u - \lambda,$$

одакле добијамо

$$U = u - \lambda.$$

Значи, долазак у тачку с познатом дужином замењује у том случају кружно путовање.

**158. Други стари начини за одређивање разлике дужина.** — Осим преношења хронометара примењивани су и други начини за одређивање  $\lambda$ , на пример посматрања Месечевог кретања или помрачења Јупитерових сателита.

Месец се у току једног часа помери на небу за пола степена, у току минуте — за пола лучне минуте; стога ако се може у астрономском годишњаку претсказати Месечев положај међу звездама у одређеним тренуцима гринвичког времена, онда би посматрач који је одредио подесним инструментом Месечев положај међу звездама познатог тренутка по свом хронометру, могао знати колико је у том тренутку времена на гринвичком меридијану, па значи и разлику  $U$  показивања свог хронометра и гринвичког времена; после тога одређивање стања  $u$  пружало би могућност да се одреди дужина места.

Исто се тако у астрономским годишњацама дају, додуше без велике тачности, тренуци помрачења Јупитерових пратилаца у гринвичком времену. Стога сваки посматрач, одредивши помоћу дурбина овај тренутак по свом хронометру, може да нађе  $u$ , па према томе и дужину места. Оваква приближна одређивања дужине необично су важна за сигурну и безбедну пловидбу.

Баш је зато Енглески адмиралитет у XVIII и XIX веку настојао на усавршавању хронометра и изради тачних таблица Месечева кретања, по којима би се његов положај на небу могао тачно предвидети на неколико година унапред. Није случајно Енглески адмиралитет издао Ханзенове „Месечеве таблице“.

**159. Одређивање дужине помоћу телеграфа.** — Други начин, много тачнији од преноса хронометара, истина згоднији само на суву али не и на мору, појавио се када је био пронађен електромагнетни телеграф.

Претпоставимо да је место чију дужину треба одредити везано телеграфском линијом с местом чија је дужина позната или непосредно са Гринвичком опсерваторијом, и да су на оба места исте вечери и још боље из истих звезда одређена стања хронометра или часовника. Онда се телеграфом може послати сигнал у тренутку одређеном по часовнику једнога места и примити тај сигнал на другом месту по часовнику другог места. Нека се индекс 1 односи на место с непознатом, а индекс 0 на место с познатом дужином; разлика њихових дужина нека

је  $\lambda$ . Нека су добивена стања часовника у оба места:  $u_1 + \frac{\omega_1}{24}(T - T_1)$

и  $u_0 + \frac{\omega_0}{24}(T - T_0)$ , као што је објашњено у § 156, и нека је једног

тренутка дат сигнал, који су обе станице примиле у тренуцима  $T_1'$  и  $T_0'$  по својим часовницима. Значи звездана времена у тренутку сигнала била су

$$T_1' + u_1 + \frac{\omega_1}{24}(T_1' - T) \quad \text{и} \quad T_0' + u_0 + \frac{\omega_0}{24}(T_0' - T).$$

Њихова разлика једнака је разлици дужина, па ћемо, рачунајући  $\lambda$  позитивно ка истоку, добити

$$\lambda = \left[ T_1' + u_1 + \frac{\omega_1}{24}(T_1' - T) \right] - \left[ T_0' + u_0 + \frac{\omega_0}{24}(T_0' - T) \right].$$

Али, као што смо већ видели, стања  $u$  носе лична отступања посматрача; при хронометарским експедицијама ово отступање не улази ако су посматрач и инструменат у свима посматрањима исти и ако се претпостави да је лично отступање посматрача константно.

При одређивању дужине помоћу телеграфа сваки посматрач има своје отступање; зато у одређивање  $\lambda$  улази разлика отступања. Осим тога, притисак тастера који затвара заједничко коло струје, не изазива у један исти тренутак удар електромагнетских котви на обема станицама због разлика у самоиндукцији и механичком склопу прибора (маса котви, силе опруга итд.), а делом и због тога што се електрицитет

не простире тренутно кроз линије. Зато се морају давати сигнали (и то не једанпут) и с једне и с друге станице.

Да би се, пак, избаčila лична отступања посматрача они морају узајамно мењати места сваки са својим инструментом. Спочетка се добијају неколико стања једних истих вечери, при чему се посматрач  $A_1$  налази у месту  $M_1$ , а посматрач  $A_2$  у месту  $M_2$ , а затим исто толико стања и исте вечери добијају  $A_1$  у  $M_2$ ,  $A_2$  у  $M_1$ . Сваке вечери шаље се неколико сигнала у обе стране. Тада се као средње вредности добијају из сваке серије пре и после премештања две дужине у које разлика личних отступања улази са супротним знаком; из средње вредности ове две дужине разлика личних отступања испада, под претпоставком да је ова разлика у обема серијама била иста.

**160. Одређивање дужине места помоћу радија.** — После проналаска радија престала је потреба за телеграфском линијом, а после организације неколико служби времена није више била потребна отпремна радио-станица ни на једном месту посматрања, потребан је само свакоме посматрачу подесан пријемник. У данашње време неколико служби времена (в. § 162) свакога дана у одређени тренутак светског времена, а већина њих и два пута дневно, шаљу у стар такозване ритмичке сигнале времена, кратке звуке као телеграфске тачке, који се нижу у току  $5^m$  један за другим у размацама од  $\frac{1}{61}$  дела минуте средњег времена. Преко подесног пријемника посматрач слуша ове кратке сигнале као да су удари хронометра и како је ових удара 61 у минути, то посматрач може с високом тачношћу оценити тренутак једновременог удара одређеног сигнала и одређеног откуцаја хронометра, као што чини при упоређењу средњег и звезданог хронометра. Поправка сваког сигнала или његово свођење на напред одређени тренутак гринвичког средњег времена увек су познати до неколико стотих делова секунде; упоређење хронометра са ударима врши се с тачношћу до  $0^s01$  и према томе одређивање разлике показивања хронометра и гринвичког времена врши се с тачношћу која зависи углавном од тачности тренутка сигнала. Али се из Билтена Међународне службе времена може дознати поврвка сигнала с тачношћу до  $0^s01$ , па значи и тачно звездано гринвичко време сваког сигнала, и с односном тачношћу може се знати  $U_2$  у тренутак  $T_2$ . Тада, ако упоредимо  $u_1$  и  $U_2$ , као што је било изложено у § 156, добијамо дужину  $\lambda$  од Гривича. Нека је посматрач одредио стање хронометра  $u_1$  у тренутку  $T_1$ , тада је у тренутку  $T$  његово стање

$$u_1 + \frac{\omega}{24} (T - T_1).$$

Нека је с друге стране, примивши часовне сигнале преко радија, одредио разлику између показивања свог хронометра и гринвичког времена  $U_2$  у тренутку  $T_2$ ; значи у тренутку  $T$  ова је разлика

$$U_2 + \frac{\omega}{24} (T_1 - T_2).$$

Зато ће бити као и раније, ако источну дужину сматрамо за позитиву,

$$\lambda = \left[ u_1 + \frac{\omega}{24} (T - T_1) \right] - \left[ U_2 + \frac{\omega}{24} (T_1 - T_2) \right] = u_1 - U_2 - \frac{\omega}{24} (T_1 - T_2).$$

Главно отступање при овом одређивању  $\lambda$  долази од личног отступања посматрача. Да би се оно отклонило поступа се овако: посматрач прво одређује на овај начин дужину од Гринвича једног места чија је дужина позната из претходних одређивања, затим одређује дужину оних места где је то потребно, и напослетку, опет по други пут на првом месту с познатом дужином. Упореди ли оба своја одређивања ове дужине с оном њеном вредношћу коју он сматра за тачну, он ће одредити своје лично отступање и узме га у обзир при обради својих посматрања на другим местима.

Нека је  $\lambda$  позната дужина полазне тачке и нека су  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  њене вредности које је посматрач одредио помоћу радија. Поправке њених одређених вредности јесу  $\lambda - \lambda_1$  и  $\lambda - \lambda_2$ . Узмемо ли њихову средњу вредност  $\frac{1}{2} (\lambda - \lambda_1 + \lambda - \lambda_2)$ , добићемо поправку коју треба додати

одређеним дужинама других тачака, да би измерене дужине ослободили посматрачева личног отступања. То је такозвано једнострано одређивање дужине.

Да би се повећала тачност примењују се *двострана* посматрања, тј. посматрања два посматрача, који мењају места заједно са својим инструментима, не само оним који служе за одређивање времена но и са целом радио-апаратуром. Значи, у општем случају посматрања се врше исто као и код одређивања помоћу телеграфа, само место одашиљања сопствених сигнала преко телеграфске линије, оба посматрача примају једне те исте сигнале изабраних служби времена.

### 161. Распоред посматрања и пријема часовних сигнала.

— Ако бацимо поглед на горе наведене обрасце за одређивање  $\lambda$ , видимо да у сваки од њих улази ход хронометра  $\omega$ , исто као што улази у одређивање дужине  $\lambda$  хронометарским експедицијама, само с том разликом што је при тим експедицијама било потребно одређивати ход хронометра у току неколико дана или десетина дана, а у случају одређивања дужине помоћу телеграфа или радија ход хронометра потребно је одређивати само у току неколико часова једног вечера или једне ноћи. Времена одређивања стања  $u_1$  и упоређивања часовника помоћу телеграфа или радија могу се распоредити тако да ход има врло малу вредност. На пример, ако се одређује стање  $u_1$  двапут једног вечера у тренуцима  $T_1'$  (стање  $u_1'$ ) и  $T_1''$  (стање  $u_1''$ ), а између оба одређивања се примају часовни сигнали или упоређују часовници обеју станица, онда према претходном параграфу добијамо

$$\lambda' = u_1' - U_2 - \frac{\omega}{24} (T_1' - T_2) \quad \text{и} \quad \lambda'' = u_1'' - U_2 - \frac{\omega}{24} (T_1'' - T_2),$$

а као средњу вредност

$$\lambda = \frac{1}{2} (\lambda' + \lambda'') = \frac{1}{2} (u_1' + u_1'') - U_2 - \frac{\omega}{24} \left[ \frac{1}{2} (T_1' + T_1'') - T_2 \right].$$

Само  $\omega$  добија се притом из стања  $u_1'$  и  $u_1''$  добијених из посматрања по обрасцу

$$\frac{\omega}{24} = \frac{u_1'' - u_1'}{T_1'' - T_1'}$$

где је разлика  $T_1'' - T_1'$  изражена у часовима и деловима часа. Како се

$\frac{1}{2}(T_1'' - T_1')$  мало разликује од  $T_2$  због поменутих услова посматрања,

то  $\omega$  већ мало утиче на резултат. Зато отпада потреба за великим бројем хронометара. У исту сврху могу се примењивати и сложеније комбинације одређивања стања хронометра и пријема сигнала. При том се претпоставља да је ход хронометра *константан* само у току малог броја часова.

**162. Часовна служба.** — Почетком 20-тих година XX века организују се прве службе времена са систематским одашиљањем часовних сигнала. Огада су оне уведене у многим земљама и данас постоји врло много служби времена. Задатак сваке од њих је одређивање и одржавање тачног времена, пријем часовних сигнала и одређивање поправака тих сигнала, неке од њих осим тога саме одашиљу часовне сигнале. За остварење ових циљева свака служба времена има :

1) Један, а још боље неколико тачних часовника чија се стања одређују помоћу пасајних инструмената. У разним земљама употребљавају се часовници разне израде, али се врло често користе часовници Рифлерове минхенске радионице, која од краја XIX века израђује врло добре часовнике. Последњих година њих су превазишли својом каквоћом Шортови часовници (Енглеска); часовници се морају налазити под условима који у највећој мери обезбеђују сталност њиховог хода.

2) Један или више пасајних инструмената, најбоље Бамбергова типа, којима се довољно често, једампут у 3—5 дана, ако то допуштају временске прилике, одређује стање основног часовника, а упоређењем са њим и других часовника часовне службе.

3) Подесну радио-апаратуру за пријем часовних сигнала; данас се тежи томе да се часовни сигнали и секунде основног часовника региструју хронографски; на тај се начин добија докуменат који се може чувати; али обезбедити регистровање пријема много је теже од пријема на слух, а тешко да он превазилази последњи у тачности. Оне службе времена које одашиљу сигнале имају још нарочите часовнике, чија се минута средњег времена дели не на 60, као обично, већ на 61 део, и приближно полусекундно клатно које обавља потпуно клађење (с лева на десно и с десна на лево) за  $\frac{1}{61}$  део минуте средњег времена. При сваком таквом потпуном клађењу оно једампут затвори коло струје и ово се затварање преноси каблом из одељења у коме је смештена служба времена у лабораторију отпремне радио-станице, где се ова кратка затварања кола струје претварају у бежичну предају кратких „тачака“ кроз етар, које примају подешени пријемници. Испред предаје ових кратких сигнала, тачака, предају се још сигнали за подешавање пријемника на односну таласну дужину, за саопштење уговореног шифрованог назива предајне службе времена и ради предаје такозваних сигнала тачног времена (три серије по 6 тачака).



Ритмички сигнали предају се овим редом:

- нулти — повлака дужине 0,4—0,5 секунде (њен почетак је  
 1 почетак прве минуте),  
 60 — 60 тачака прве серије или минуте,  
 61 — повлака чији је почетак крај прве и почетак друге  
 минуте,  
 62—121 — 60 тачака друге серије или минуте,  
 122 — повлака чији је почетак крај друге минуте,  
 123—182 — 60 тачака треће серије или минуте,  
 183 — повлака чији је почетак крај треће минуте,  
 184—243 — 60 тачака четврте серије или минуте,  
 244 — повлака чији је почетак крај четврте минуте,  
 245—304 — 60 тачака пете серије или минуте,  
 305 — повлака чији је почетак крај пете минуте.

На тај начин у етар се предају 300 кратких сигнала, који се при-  
 мају, и посматрач бележи поклапање неколико њих са откуцајима свог  
 хронометра, записујући увек редни број сигнала и његове серије и по-  
 казивање хронометра у том тренутку.

Служба времена која даје сигнале води рачуна о томе да ход  
 помоћних полусекундних часовника буде нула и да средњи тренутак  
 свих „тачака“, тј. средина између 30 и 31 сигнала треће минуте што  
 тачније одговара унапред датом тренутку светског времена (гринвичког  
 грађанског времена), познатом свима који примају сигнале. Ево, примера  
 ради, гринвичког грађанског времена предаје ритмичких сигнала неких  
 служби времена:

Науен (Немачка)	од	0 <sup>h</sup> 01 <sup>m</sup> 00 <sup>s</sup>	до	0 <sup>h</sup> 06 <sup>m</sup> 00 <sup>s</sup>
Бордо (Француска)	„	8 01 00	„	8 06 00
Рагби (Енглеска)	„	9 55 00	„	10 00 00
Москва (СССР)	„	14 01 00	„	14 06 00

Ако је ход помоћних часовника једнак нули, унапред је познато  
 које време дели сваку тачку од средине 30 и 31 сигнала треће серије;  
 и доиста, почетак прве и последње повлаке удаљен је од ове средине  
 $2^m30^s,00$ ; прва тачка прве серије (а тако исто и 60 тачка V серије)  
 $2^m30^s,00 - \frac{60}{61}$  средњих секунда, тј.  $2^m29^s,0164$ ; друга тачка I серије  
 (и 59. V-те)  $2^m29,0164 - 0,9836 = 2^m28,0328$  и тд. За сваки сигнал може  
 се добити такав број и саставити „таблице за свођење пријема ритмич-  
 ких часовних сигнала“, које садрже ове разлике у средњем времену  
 за пријем сигнала према средњем хронометру и у звезданом времену  
 за њихов пријем према звезданом хронометру. Према томе ако је за-  
 бележено поклапање  $n$ -тог сигнала  $m$ -те серије с тренутком  $T$  по хроно-  
 метру, онда се из такве помоћне таблице узима број минута и секунда  
 који треба додати на  $T$  или одузети од  $T$  да би се знало показивање  
 $T_0$  хронометра које одговара средњем тренутку сигнала. Упоредивањем  
 његовим са тренутком светског времена коме одговара овај средњи  
 тренутак, добија се разлика показивања хронометра  $T_0$  и светског времена.

Међутим пракса је показала да се не могу предати сигнали у етар  
 савршено тачно. Поновило се исто оно што и у свим осталим задацима  
 практичне астрономије: лакше је одредити поправку извршенога него  
 извршити ма шта без отступања. Према томе сигнале сваке станице

примају друге станице, и свака станица која располаже добрим часовницима и њиховим стањима одређује поправку сваке предаје сигнала и своје резултате саопштава Бироу за време (међународном у Паризу, совјетском у Пулкову), где се од свих тих поправака изводи најтачнија поправка сваке предаје и ова се објављује. Ове поправке узимају у обзир сви они који су ма у коме циљу, на пример, за одређивање дужина помоћу радија (види § 160), за гравиметриска посматрања и томе слично, користили ма који сигнал једне од служби времена.

Тако се обезбеђују потребе астронома који одређују разлике дужина места.

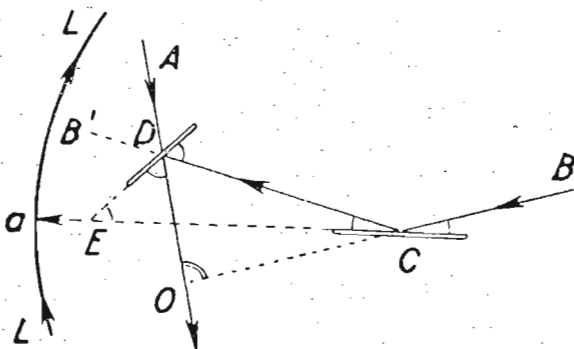
Таблице за свођење ритмичких сигнала налазе се у овим књигама:

- 1) Астрономический ежегодник (за текућу годину).
- 2) Инструкция для астрономических определений на триангуляции I и II класса, ГУГСК, М., 1936.
- 3) Таблицы для астрономических вычислений, Госкартгеодезия, Л.—М., 1932.

ОСНОВИ ПРИМЕНЕ АСТРОНОМИЈЕ НА МОРЕПЛОВСТВО  
И ВАЗДУХОПЛОВСТВО

**163. Задатак.** — Одавно се у морепловству, кад се брод отисне на пучину далеко од обале, а последњих година и у ваздухопловству, када авион крене на далеки лет над морем, јављала и јавља потреба да се с времена на време одређују координате брода и авиона, да они не би скренули с пута. Ризично је за време дугог пута ослањати се све време само на компас и на одређивање брзине кретања, иако се оваква посматрања врше за све време кретања.

Јасно је да се  $\varphi$  и  $\lambda$  на мору могу одредити у суштини истим методама као и на копњу, али само с том разликом 1) што су за мерење зенитних



Сл. 74.

отстојања потребни инструменти који не захтевају стабилан ослонац, већ се могу лако држати у рукама, 2) што није потребна висока тачност; на мору је потпуно довољна тачност до 1' или чак 2', а у ваздуху због брзог кретања авиона и још мања, па се зато могу и треба да примењују такве варијанте метода за одређивање  $\varphi$  и  $\lambda$ , са којима се може на рачун тачности добити у простоти и брзини израчунавања; нарочито је ово важно у ваздухопловству.

Треба имати у виду да брз пароброд прелази на један час  $1/3$  степена на Земљиној површини, а авион 1—2 и више степена. Стога проучимо: 1) подесан инструменат и 2) подесне методе посматрања и израчунавања.

**164. Опис и теорија секстанта.** — На мору су се за мерење углова одавно користили различити инструменти који су се могли држати у рукама, али се од 30 тих година XVIII века за ову сврху искључиво примењује рефлекторни секстант; идеју за овај инструменат дао је Њутн, али је он нашао практичну примену после објављивања Хадлејевих радова. Он је састављен на овом принципу. Нека је  $AO$  (сл. 74) правац зракова који од неког предмета  $A$  долазе у астрономски дурбин, који треба замислити у продужењу праве  $AO$ ; зраци падају у дурбин пролазећи изнад непокретног огледала  $D$  (ближе читаоцу) и пролазећи само кроз горњи део дурбинова објектива, а доњи је за њих заклоњен огледалом  $D$ ; друго огледало  $C$  обрће се око осовине; претпоставимо да зраци од другог предмета  $B$  падају на огледало  $C$ , одбијају се од

његу под углом који је једнак упадном углу, падају на огледало  $D$  и одбивши се од њега улазе у исти дурбин кроз доњи део објектива; ако они буду у њ улазили истим правцем као и зраци од предмета  $A$ , ликови предмета  $A$  и  $B$  у дурбину ће се покlopити; може се показати да је у том случају угао између огледала двапут мањи од угла између праваца зракова од  $A$  и  $B$ . И доиста, претпоставимо да су оба снопа зракова, нормале на огледалима и оптичка осовина објектива паралелни једној истој равни и да је то раван цртежа. Нека се у тој равни огледала секу у тачки  $E$ , а осовине снопова зракова у тачки  $O$ . Онда по теореме спољашњег угла који је једнак збиру два унутрашња имамо:

$$U_3 \Delta DOC: \sphericalangle B'DO = \sphericalangle AOB + \sphericalangle DCO,$$

$$U_3 \Delta DEC: \sphericalangle B'DE = \sphericalangle DEC + \sphericalangle DCE.$$

Али по закону одбијања светлости је

$$\sphericalangle B'DE = \frac{1}{2} \sphericalangle B'DO \quad \text{и} \quad \sphericalangle DCE = \frac{1}{2} \sphericalangle DCO.$$

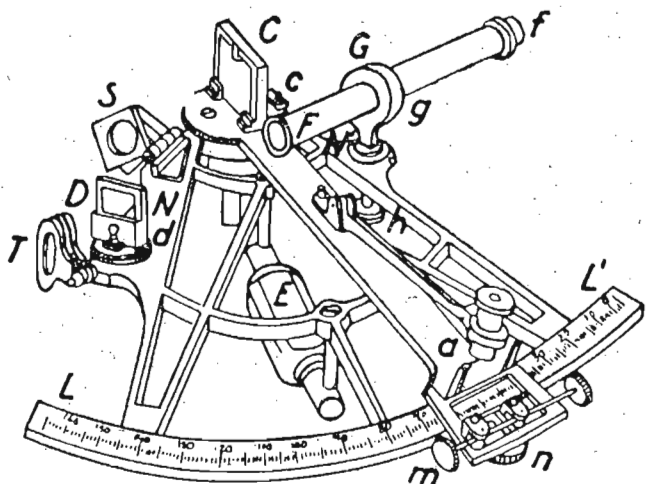
Према томе из претходне две једначине лако се налази да је

$$\sphericalangle AOB = 2 \sphericalangle DEC,$$

што је и требало доказати. Усвојено је да се  $D$  зове мало, а  $C$  велико огледало.

Нека тачка  $C$  на истоименом огледалу има ту особину да се зрак који на њу падне и од ње се одбије после одбијања од  $D$  простире у правцу оптичке осовине објектива. У том случају је најрационалније огледало  $C$  обртати око осовине која пролази кроз такву тачку  $C$ . Претпоставимо да од огледала  $C$  полази индекс с пртом  $a$  и да је око тачке  $C$  као око кружног средишта постављен сектор  $LL$  са поделом у степенима, да је читање при поклапању ликова два предмета  $K$ , а читање кад су огледала паралелна  $K_0$ ; тада је угао између праваца из тачке  $O$  до оба предмета једнак  $2(K - K_0)$ . У идеалном инструменту  $K_0$  требало би да буде једнако нули, у реалном се оно назива поправка нуле или колимација.

На том оштроумном принципу заснива се *секстант*, назван тако стога што сектор  $LL$  већином износи шестину круга. Он је приказан на сл. 75, на којој је словима  $NLLN'$  обележена његова основа, са  $LL'$  круг с поделом, са  $C$  и  $D$  огледала. Са горњег дела огледала  $D$  скинут је амалгам да би зраци од предмета  $A$  могли долазити у



Сл. 75.

дурбин  $FF$ . Завртњима  $s$  и  $d$  може се мењати нагиб огледала, да би се она довела у управност према кругу. Завртњем  $h$  може се подизати и

спуштати дурбин над кругом, да би се регулисала количина светлости која од предмета  $A$  и  $B$  долази у објектив;  $S$  и  $T$  су тамна и обојена стакла потребна за посматрање Сунца,  $p$  је завртањ за причвршћивање алхидаде  $a$  са нонијусом. Словом  $m$  обележен је микрометарски завртањ за фино обртање огледала  $C$  (над нонијусом се види лупа), а словом  $E$  ручица за држање инструмента.

**165. Посматрања секстантом.** — Да би одредио угао између праваца ка предметима  $A$  и  $B$  посматрач држи секстант за ручицу, гледа кроз дурбин на предмет  $A$  изнад амалгама огледала  $D$ , раван круга држи тако да она пролази кроз предмет  $B$  и огледало  $C$  обрће догле док се лик предмета  $B$  не појави у видном пољу. Тада посматрач причвршћује завртањ  $p$  и обрће завртањ  $m$ , а окреће и секстант око осовине дурбина, док ликове предмета  $A$  и  $B$  не доведе до поклапања у средишту видног поља, а затим прочита на кругу поделу  $K$ . Затим треба да одреди  $K_0$  (види горе) и разлику  $K - K_0$  да помножи са 2. Да би се посматрачу уштедело ово множење сви су бројеви који означавају степене на кругу секстанта већ помножени са 2, тако да на једном крају сектора стоји  $0^\circ$ , а на другом  $130^\circ$  или  $140^\circ$  или т. сл.

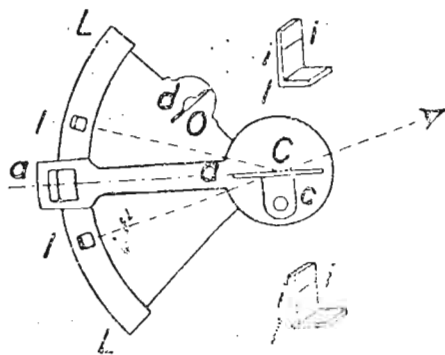
Да би се одредило почетно читање  $K_0$  најбоље је навести секстант на практично бескрајно удаљен предмет, на пример на небеско тело, и довести до поклапања његова два лика. Кад се посматра Сунце кроз тамно стакло на окулару, треба крајеве два Сунчева лика довести да се додирну и узети читање  $K_0'$ , затим их превести преко положаја у коме се поклапају и довести их да се додирну супротним крајевима, па узети читање  $K_0''$ , средња вредност од  $K_0'$  и  $K_0''$  даје  $K_0$  — читање у тренутку поклапања котурова. То је тачнији начин од начина њихова довођења до стварног поклапања.

При астрономским посматрањима на мору секстантом се мере висине небеских тела над хоризонтом. У том циљу посматрач спушта горњи или доњи Сунчев руб до привидног морског хоризонта, тј. границе воде и неба која лежи на висинском кругу Сунчева средишта. У ту сврху, пошто је ставио погодно обојено стакло између оба огледала, он гледа дурбином хоризонат поред малог огледала и обрћући велико огледало треба пре свега да у дурбину добије Сунчев лик. Затим, не испуштајући из видног поља дурбинова ни хоризонат ни Сунце, треба да доведе до поклапања горњи или доњи Сунчев руб са поменутом тачком на хоризонту. У ту сврху посматрач, делујући на микрометарски завртањ, приближује Сунчев руб хоризонту и притом помера дурбин дуж хоризонта лево и десно, да би нашао ону тачку на хоризонту чије је отстојање од Сунчевог руба најмање. Очигледно је да је то баш она тачка на хоризонту која лежи на висинском кругу Сунчева средишта, те ће измерено угловно отстојање бити тражена висина Сунчева руба над хоризонтом. Уопште узев је ова радња доста сложена, па је за тачно мерење Сунчеве висине на мору потребно дуже или краће увежбавање. Подробно су ове радње изложене у течајевима поморске астрономије.

Од висине добивене на тај начин треба одузети такозвану депресију хоризонта, која долази отуд што се посматрачево око не налази на морском нивоу, већ на некој висини над морем, од рецимо  $H$  стопа. Може се показати да ова депресија хоризонта при средњој рефракцији износи  $60\sqrt{H}$  лучних секунда ( $H$  је изражено у стопама). Осим тога од измерене висине треба одузети рефракцију.

Секстантом се могу мерити висине и на копну помоћу вештачког хоризонта. Њих има две врсте: 1) површина живе или уља наливеденог у плитак суд, или 2) равна површина тамног стакла које лежи на три-ма положајним завртњима и које се либелом доведе у хоризонталан положај. Посматрач гледа кроз дурбин лик небеског тела, на пример Сунца, који се види у таквом хоризонту и доводи га до поклапања са Сунчевим ликом који се добива одбијањем од оба секстантова огледала; јасно је да се притом мери *двострука* висина Сунца над хоризонтом.

**166. Константе секстанта.** — Описане радње даће тражену висину небеског тела ако је секстант идеално тачан, а то значи: оба огледала су управна на кругу и планпаралелна, тамна и обојена стакла такође су планпаралелна; обртна осовина огледала *C* поклапа се са средиштем кружне поделе. Управност огледала *C* према кругу може се проверити ако се у њ гледа веома косо (сл. 76) тако да се у њему види лик једног дела круга, а поред њега сам тај део; он треба да претставља продужетак свог лика у огледалу, ако је оно управно на кругу. Ако су оба дела, онај који се види непосредно и његов лик, нагнути један према другоме, завртњем се *s* може исправити положај огледала *C*. Ако после тога управимо секстант на небеско тело тако да се оно види и непосредно и после одбијања од огледала, па ако оба лика при обртању огледала пролазе један поред другог а не поклапају се, значи да огледало *D* није управно на кругу, и тада завртњем *d* треба исправити његов положај. Отступања која остају после ових поправака имају неосетан утицај на резултате мерења. Главне константе секстанта су: ексцентричност обртне осовине и призматичност огледала, али се оне не могу испитати друкчије него мерећи секстантом разне углове тачно измерене другим инструментом. У том циљу, на нарочитим поморским опсерваторијама, са одређене тачке где се поставе секстанти које треба испитати, теодолитом се тачно измере угловна растојања између неколиких предмета. Упоредивањем мерења добивених одређеним секстантом с тачним мерењима добива се таблица поправака која затим служи за поправку висина мерених тим секстантом. Разуме се, после таквог испитивања на инструменту се не смеју вршити никакве измене; иначе се поправки могу променити.



Сл. 76.

**167. Одређивање положаја брода на мору** заснива се на мерењу висина небеских тела одређеног тренутка по хронометру; потребна је притом само претпоставка да је познато стање хронометра, тј. свођење његових показивања на гринвичко грађанско време; данас се оно сасвим сигурно и лако добија из пријема часовних сигнала; раније методе брижљивог испитивања хронометарског хода (иако се оно и сад неодложно обавља на бродовима) или мерења Месечевих растојања већ припадају неповратној прошлости. Од неколико метода за одређивање положаја брода на мору ми ћемо описати само најса-

вршенију, то је метода примене Сомнерових линија коју је предложио Сент-Илер.

Претпоставимо да је у тренутку  $T$  по хронометру посматрано небеско тело на висини  $h$  над хоризонтом; како је из часовних сигнала познато свођење хронометра на светско време, то се из астрономског годишњака могу узети координате  $\alpha$  и  $\delta$  тога небеског тела, иако се оне мењају у току времена. Како за ово није потребна крајња тачност, то се за морепловство издају нарочити поморски астрономски годишњаци, на пр. у СССР поред „Астрономического ежегодника“ Ленинградског астрономског института и његов „Морской астрономический ежегодник“<sup>1)</sup>. Нека је, дакле, у тренутку посматрања  $T_0$  светско време, а  $S$  гринвичко звездано време; оба су нам позната из часовних сигнала; значи, часовни угао небеског тела у Гринвичу је  $S - \alpha$ . Треба приметити: 1) да су западна дужина и ширина места  $O$  на Земљи, у коме је посматрано небеско тело тога тренутка у зениту, респективно  $S - \alpha$  и  $\delta$ ; 2) да је, под претпоставком да је Земља лопта, геометриско место свих оних места на Земљи у којима се тога тренутка то небеско тело налази на висини  $h$  или на зенитном отстојању  $90^\circ - h$ , мали круг описан око  $O$  као средишта сферним полупречником  $90^\circ - h$ . Како смо ми по претпоставци посматрали ово небеско тело баш на висини  $h$ , то значи да се наш брод налази на томе кругу. Замислимо да смо успели *истог тренутка* да одредимо и висину  $h'$  другог небеског тела с координатама  $\alpha'$ ,  $\delta'$ ; у том случају наш брод налазиће се и на другом кругу чије средиште  $O'$  има дужину  $S - \alpha'$  и ширину  $\delta'$ , а чији је сферни полупречник  $90^\circ - h'$ . Према томе, кад бисмо имали довољно велики глобус, нанели бисмо на њ тачке  $O$  и  $O'$ , описали из њих кругове сферним полупречницима  $90^\circ - h$  и  $90^\circ - h'$  и нашли две тачке њихова пресека; која тачка одговара нашем броду може се лако оценити по томе које нам је небеско тело за време посматрања било лево а које десно. Али глобус се не може употребити јер је гломазан, а на карти се ови кругови не могу цртати зато што карта не претставља верно Земљину лоптасту површину; зато се обрада описаних посматрања врши на други начин. Ми ћемо најпре изложити идеалан случај једновременог посматрања оба небеска тела, а затим реалан случај који се примењује у поморској пракси.

Како се од самог тренутка кад брод исплови на отворено море на њему непрекидно води записник правца по коме се креће и брзина којом се креће, то се увек могу знати такозване „предрачунске координате“ његове  $\varphi_0$  и  $\lambda_0$  у тренутку посматрања (дужина од Гринвича, позитивна ка западу). Знајући њих, затим координате посматраног небеског тела  $\alpha$  и  $\delta$  и тренутак посматрања у гринвичком времену, добијамо најпре његов часовни угао  $S - \alpha - \lambda_0$  „предрачунском“ месту посматрања, а затим израчунамо за то исто место  $(\varphi_0, \lambda_0)$  висину и азимут небеског тела по обрасцима

$$\sin h_0 = \sin \varphi_0 \sin \delta + \cos \varphi_0 \cos \delta \cos (S - \alpha - \lambda_0),$$

$$\sin A_s = \sin (S - \alpha - \lambda_0) \cos \delta \sec h_0$$

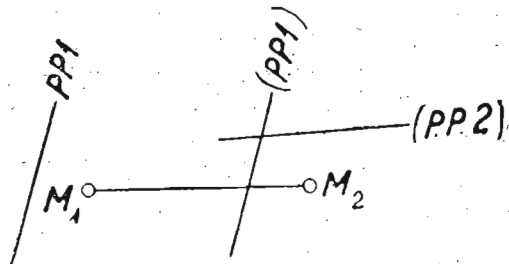
или по другим, изведеним из ових.

<sup>1)</sup> Код нас „Наутички годишњак“ Астрономеричког института САН. — Прим. прев.

Упоредимо сада  $h_0$  с посматраним  $h$ . Ако је  $h_0 > h$ , тј.  $90^\circ - h_0 < 90^\circ - h$ , онда се „предрачунско“ место  $(\varphi_0, \lambda_0)$  налази у унутрашњости круга описаног полупречником  $90^\circ - h$  око тачке  $O$ ; а ако је  $h_0 < h$  оно се налази изван тога круга; право се, пак, место брода налази на самом кругу и недалеко од „предрачунског“ места. Ако сад замислимо лук великог круга од „предрачунског“ места до  $O$ , онда се делић малог круга с полупречником  $90^\circ - h$  најближи „предрачунском“ месту може приближно заменити правом линијом управном на правац од  $(\varphi_0, \lambda_0)$  ка  $O$  и која га сече на отстојању  $h_0 - h$  од места  $(\varphi_0, \lambda_0)$  ка  $O$ , ако је  $h_0 > h$ , или на отстојању  $h - h_0$  од  $O$  ка  $(\varphi_0, \lambda_0)$ , ако је  $h > h_0$ .

Према томе на поморској се карти (Меркаторове пројекције, која не деформише праве) одмери од места  $(\varphi_0, \lambda_0)$  у правцу „предрачунског“ азимута  $A_s$  у датој размери разлика  $h - h_0$  (ако је  $h < h_0$ , одмери се  $h_0 - h$  у правцу  $A_s + 180^\circ$ ) и повуче се права управно на линију азимута  $A_s$ . На тој се правој налази место брода и она се назива „положајна линија“ или „Сомнерова линија“ по имену капетана Сомнера који је први скренуо пажњу на ове линије.

Ако имамо и посматрање другог небеског тела у истом тренутку, и ако за њ извршимо исти рачун и сличну конструкцију, добићемо за други азимут праву управну на линији азимута, на отстојању  $h'_0 - h'$  од „предрачунског“ места  $(\varphi_0, \lambda_0)$ . Пресек ове две положајне линије одредиће стварни положај брода на карти, па значи и његову ширину и дужину. Није тешко уверити се да ће се најсигурније добити положај кад се обе положајне линије секу под углом блиским  $90^\circ$ ; значи треба посматрати небеска тела у азимутима који се по могућству разликују за  $90^\circ$ .



Сл. 77. Сомнерове линије

Међутим не могу се једновремено посматрати два небеска тела, а ако их посматрамо једно за другим промениће се и време посматрања, па и положај брода. Осим тога два небеска тела лако је наћи ноћу, а дању много теже; осим Сунца дању се може видети само Месец, али не увек, а Венера још ређе. Зато ћемо изложити најчешћи случај два посматрања Сунца (сл. 77). Из места  $M_1$  с „предрачунским“ координатама  $(\varphi_1, \lambda_1)$  у тренутку  $T_1$  светског времена измери се висина Сунца  $h_1$ ; из места  $M_2$  с „предрачунским“ координатама  $(\varphi_2, \lambda_2)$  у тренутку  $T_2$  светског времена измери се висина Сунца  $h_2$ . Узајамни положај ова два места  $M_1$  и  $M_2$  може се довољно тачно одредити из кретања брода у времену од  $T_1$  до  $T_2$ .

За оба места  $M_1$  и  $M_2$  изврши се горе описани рачун и повуку положајне линије П. Л. 1 и П. Л. 2, које одређују право место брода у тренуцима  $T_1$  и  $T_2$ , па се поведе рачуна о овоме. *Релативан положај* „предрачунског“ и правога места брода у тренутку  $T_2$  биће исти као и у тренутку  $T_1$ , ако смо само тачно одредили померање брода у времену од  $T_1$  до  $T_2$  или смо одлучили да занемаримо отступање које долази од овог померања. И доиста, разлика између „предрачунских“ места  $M_1$  и  $M_2$  по величини и правцу није ништа друго до разлика између правих положаја брода у тренуцима  $T_1$  и  $T_2$  израчуната из његове брзине и правца кретања.



У том случају релативан положај брода и „предрачунског“ места у тренутку  $T_2$  можемо добити ако пренесемо  $M_1$  и линију  $П. Л. 1$  паралелно, без обртања, тако да  $M_1$  падне у  $M_2$ ; тада ће  $П. Л. 1$  заузети положај ( $П. Л. 1$ ) и у заједници са  $П. Л. 2$  одредити право место брода у тренутку  $T_2$ , које ћемо добити као тачку пресека две праве ( $П. Л. 1$ ) и  $П. Л. 2$ .

У пракси није подесно чекати да се азимут Сунца промени за  $90^\circ$  од првог до другог посматрања и можемо се задовољити његовом променом од  $50^\circ$ — $60^\circ$

У изложеноме се састоји суштина методе за одређивање положаја брода на мору помоћу положајних линија, која се примењује у последње време. Постоје и друге, специјалније методе, на којима се ми нећемо задржавати. Да би се убрзала обрада, израчуњате су нарочите помоћне таблице; за појединости упућујемо оне који се интересују на посебне уџбенике поморске астрономије.

Постоје и други инструменти који могу да замене описани секстант. На пример круг са призмама, на коме место кружног сектора постоји цео круг с поделом и два нонијуса, којима се искључује утицај ексцентричности, а такође и инструменти израђени на другом оптичком принципу.

Из поморске астрономије постоји на руском језику доста обимна литература од које ћемо указати на ове три књиге:

1) Н. Н. Матусевич, Мореходная астрономия, изд. Гидрографического управления.

2) Б. П. Хлюстин, Мореходная астрономия, 2-е изд, Ленгострансиздат, 1940.

3) Проф. Н. А. Сакеллари, Мореходные инструменты, Описательный курс, 2-е изд, Гос. транспортное изд.-во, Л., 1936.

За обраду поморских посматрања издају се нарочите таблице:

1) „Мореходные таблицы 1903 года“ издаване више пута, са шестим стереотипним издањем 1933 г, изд. Гидрографического управления.

2) „Мореходные таблицы 1933 года“ с изменама према ранијим, издање Гидрографического управления.

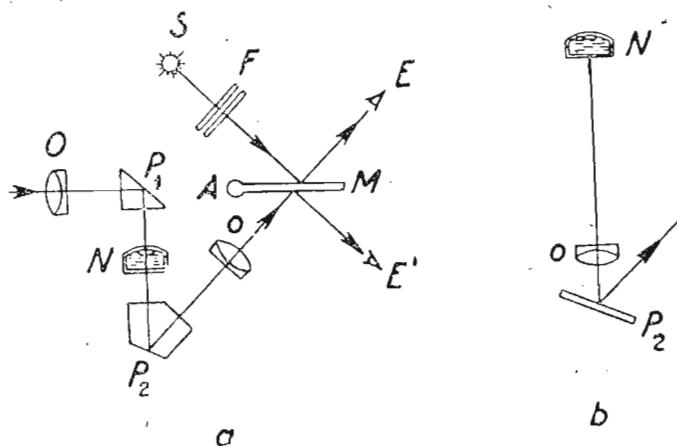
3) Проф. В. В. Ахматов, Высота и азимут в три минуты, Таблицы, ускоряющие и упрощающие вычисление линий положения, 3-е изд., изд. Гидрографического отдела УМС РККА, Л., 1936.

**168. Примена астрономије у ваздухопловству.** — Као што морепловац прибегава поморској астрономији само на отвореном мору, далеко од обале, тако је и ваздухопловац приморан да примењује „ваздухопловну астрономију“ као метод за проверавање свог пута, а нарочито као средство за оријентацију, када је изгубљена свака непосредна веза са Земљом.

У основи ваздухопловне астрономије налазе се исте оне основне замисли као и у основи поморске астрономије, тј. мерење висина небеских тела над хоризонтом инструментом који се може држати у руди и примена Сомнерових линија за обраду посматрања.

Висине се могу мерити од привидног хоризонта, ако се линија дуж које се „састају небо и Земља“ добро види са авиона, ако није заклоњена облацима; за ту сврху служи секстант истог састава као горе описани поморски, или још простији. Потребно је знати висину авиона над Земљом да би се од посматране висине могла одбити депресија привидног хоризонта испод хоризонталне равни која пролази кроз инструменат.

Ако је привидни хоризонт заклоњен облацима, може се одређивати висина небеских тела под „облачним хоризонтом“, али само у случају ако је облачни покривач под авионом довољно раван, а авион



Сл. 78. Ход зракова у секстанту за ваздушну пловидбу

се не налази сувише ниско над облацима; опет је потребно знати висину авиона над облацима.

У ваздухопловству се примењују нарочити секстанти. Описаћемо један од њих који се највише употребљава код нас. Његов оптички систем схематски је приказан на сл. 78 а. Битни део овог секстанта је центричка либела. Горња плоча њена споља је равна или испупчена, а с унутрашње стране сферна. Доња плоча је планпаралелна. Комора је испуњена течношћу, но тако да у њој остане *округао* мехур, који се као и код цевасте либеле увек налази на највишем месту у комори. По дану је либела осветљена светлошћу која пролази кроз сочиво *O* и тотално се рефлектује под правим углом у призми *P*<sub>1</sub>. Ноћу се у ту сврху између призме и либеле ставља мала сијалица. Светлост од либеле иде наниже, улази у петострану призму *P*<sub>2</sub>, а од ње, после тоталне рефлексije, иде опет навише под углом од 45° према хоризонту (призма је тако учвршћен а у инструменту). Затим пролази кроз окулар *o* и доле доспева до планпаралелне плоче *P*. Највећи део светлости пролази кроз ову плочу, а мањи се одбија и одлази десно наниже, тако да се либелин мехур може видети и озго и оздо.

Главни пресеци обеју призама, оптичке осовине оба сочива, полупречник либелине сферне површине, који пролази кроз средиште њене облоге и нормала на планпаралелној плочи треба да леже у једној равни, и то у равни цртежа. Важно је ово: мехур треба да се налази у жижној равни окуларног сочива *o*, а средиште сферне површине у либели треба да буде у средишту окулара *o* или, тачније речено, у његовој предњој (рачунајући у смеру кретања зракова) главној тачки.

Да бисмо ово себи боље претставили замислимо да се испод либеле, на потребном отстојању, налази окулар  $o$ , а испод њега огледало  $P_2$ , које скреће зраке десно навише, под углом од  $45^\circ$  (сл. 78 б). Ма где се налазио либелин мехур (само ако није на самој ивици облоге), биће, на основи особине течности на коју делује сила теже, права која иде од средине мехура ка средишту сферне површине, тј. ка главној тачки (или простије ка средини) окулару  $o$ , увек вертикална. Ову праву призма скреће за *сталан* угао према вертикали (није важно да овај угао буде баш  $45^\circ$ , ова вредност је изабрана само да би се либелом лакше руковало). Према томе, кад гледамо кроз плочу  $M$  правац у коме видимо средину мехура заклапа увек исти угао са вертикалом. Шта више ако се мехур налази у жиљној равни окулару  $o$ , онда зраци од сваке мехурове тачке, после пролаза кроз окулар  $o$ , образују паралелан сноп. Стога је правац у коме се кроз окулар  $o$  види средина мехура *сталан*, ма кроз које место на окулару посматрач гледао. Међутим да би се мехур видео оштро, треба око да буде нормално, далековидо. Кратковидост је потребно исправити наочарима.

Други главни део инструмента је планпаралелна плоча  $M$ . Она се може оркети око осовине  $A$ , нормалне на равни цртежа, а померање се или чита помоћу обичног круга, или код описаног секстанта нарочитом направом коју нећемо описивати. Претпоставимо да се посматрање врши по дану и да треба измерити висину Сунца. Посматрач, држећи инструмент, доводи раван која одговара равни цртежа до поклапања с вертикалом Сунца и гледа либелин мехур кроз плочу  $M$ . Обртањем плоче  $M$  доводи Сунчев лик, који настаје одбијањем његових зракова на плочи  $M$ , до поклапања са средиштем округлог либелиног мехура. За слабљење Сунчеве светлости служе обојена или тамна стакла  $F$ . Читање на кругу везаном за плочу  $M$  даће нам Сунчеву висину, као што се може видети из овог расуђивања. Претпоставимо да смо овим секстантом посматрали на описани начин неку тачку на хоризонту (сл. 79) која се налази у Сунчевом вертикалу и нека читање на кругу тада буде  $0^\circ 0'$ . Јасно је да се ово може постићи ако се круг на подесан начин окрене око његове осовине. Нека притом нормала на плочи  $M$  заузме положај  $ON_0$ . Нека смо затим плочу  $M$  обрнули тако да у око  $E$  падају зраци од Сунца које се налази на висини

$h$ . Приметимо да је у ту сврху потребно обрнути плочу  $M$  за угао  $\frac{h}{2}$ , јер је код равног огледала увек упадни угао једнак одбојном. Баш тај угао  $\frac{h}{2}$  ми и читамо на кругу којим се мери обртање плоче  $M$  или, пак,

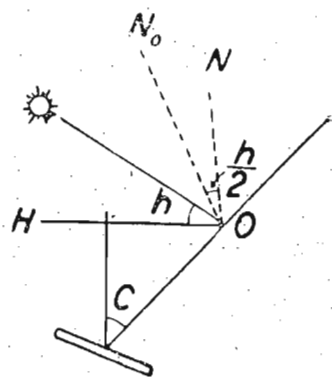
можемо поделу на том кругу удвојити као што је то учињено код поморског секстанта, тако да непосредно добијамо висину  $h$ .

Битно је да код ових посматрања визирани предмет доведемо у средину видљивог краја округлог либелиног мехура. Захваљујући томе ће правац у коме посматрамо образовати увек исти угао  $C$  с вертикалом (на пример угао од  $45^\circ$ ), па ће, дакле, читање при навођењу тачке са хоризонта на то место увек бити једнак нули.

Шта више, овакав секстант можемо при посматрању мало померати у равни посматрања. Притом ће се либелин мехур померати по унутрашњој либелиној сферној површини (либелу можемо нагињати само

дотле док мехур не дође до облоге) али Сунчев лик, кад је једном доведен до поклапања са средином либеле, неће се померати с ње.

Доиста, претпоставимо да смо, полазећи из положаја на сл. 78 а, обрнули цео секстант у смеру супротном од смера казаљке на часовнику за угао  $x$ . Либелин мехур ће скренути на десно, зраци које одбија призма  $P_2$  скенуће за угао  $2x$  у смеру супротном кретању казаљке на часовнику. Но како се нормала на плочи  $M$  заједно с инструментом померила за угао  $x$ , то ће Сунчеви зраци који се одбијају од плоче скренути за угао  $2x$ , а то значи исто онолико колико и зраци из либеле које одбија призма  $P_2$ . То значи да ће се као и пре средина либеле и Сунца у инструменту видети у истом правцу.



Сл. 79.

Ноћу посматрач посматра небеска тела кроз плочу гледајући оздо навише, а либелин мехур види захваљући зрацима који се одбијају од плоче  $M$ . Његово се око тада налази у положају  $E'$ . Ово не мења теорију овог инструмента.

Могу се замислити (и пронађени су) други, простији и сложенији инструменти за ту сврху, али код свију њих је битно присуство либеле која се заједно са посматраним предметом види у видном пољу и која у њему мора да заузме одређени положај, да би читање круга дало тражену висину посматраног небеског тела.

Из авиона је теже посматрати него на мору, али због брзине његова кретања није потребна толика тачност у одређивању ширине и дужине као у поморској астрономији. За обраду посматрања примењују се исте методе као и на мору, но како обраду треба извршити много брже него на мору (иначе губи смисао), макар и с мањом тачношћу, израђене су нарочите таблице, а пронађене и графичке методе да се рачун убрза.

За примену астрономије у ваздухопловству упућујемо на ове књиге:

- 1) Л. П. Сергеев, Руководство по воздушной астрономии, ч. I и II, изд. Управления ВВС РККА.
- 2) Проф. А. П. Молчанов, Курс аэронавигации, ОНТИ, 1937.
- 3) Н. Ф. Кудрявцев, Аэронавигация, М., 1937.
- 4) „Авиационный астрономический ежегодник“ (за текућу годину).

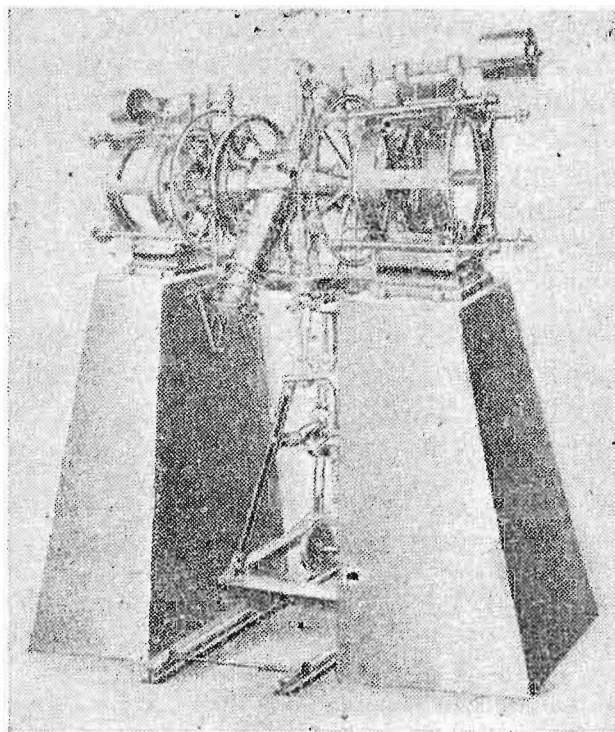
## ГЛАВА ДЕВЕТНАЕСТА

### МЕРИДИЈАНСКИ КРУГ

**169. Опис меридијанског круга.** — Као што је већ било речено у § 3, да би се одредиле рекгасцензије и деклинације небеских тела треба одређивати по часовнику тренутке њихова пролаза кроз меридијан и мерити зенитна отстојања у тренуцима њихових кулминација.

То се може извршити помоћу два инструмента:

1) пасажног инструмента у меридијану; за ту сврху употребљавају се пасажни инструменти (в. сл. 63а, 63б) с правим дурбином већих размера до  $1\frac{1}{2}$ —2 м жишне даљине; лежишта њихових наглавака утврђена су за солидне стубове од цигала озидане на великом темељу

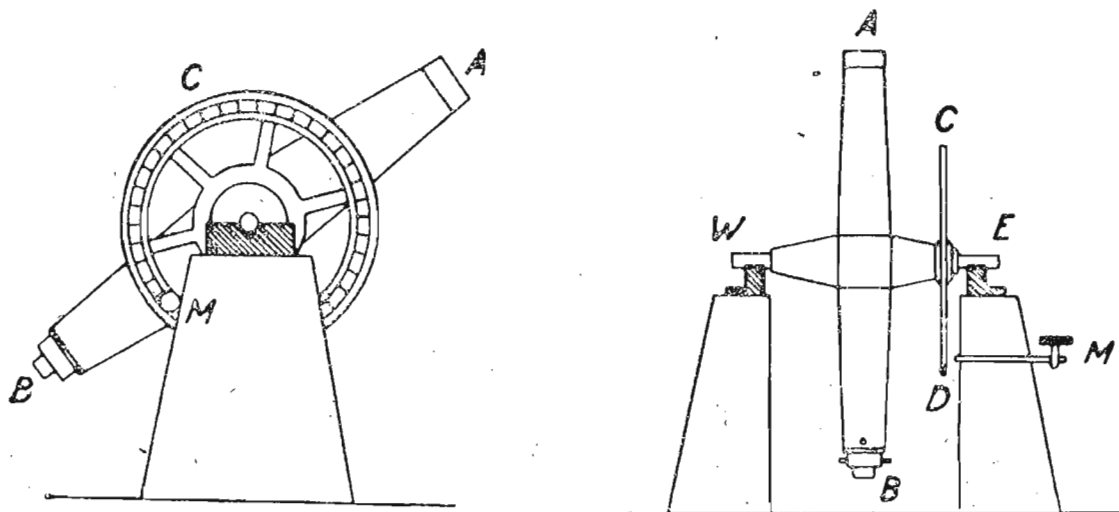


Сл. 80. Меридијански круг

да би се обезбедила што већа стабилност инструмента и што је могуће спорије промене његових констаната: колимације, нагиба и азимута; између пода павиљона и стубова обавезно се оставља прорез да кретање предмета на поду и не би потресало стубове; омогућено је лако обртање инструмента на његовим лежиштима из положаја „круг исток“

у положај „круг запад“ и обратно, иако не онако брзо као код малих инструмената са преломљеним дурбином; круг није велики, колико само да би се са тачношћу до једне минуте дурбин поставио на зенитно отстојање оне звезде која треба ускоро да прође кроз меридијан.

2) вертикалног круга који личи на универзални инструмент, чија обртна осовина носи прав дурбин са жижном даљином око 1, 5—2 *m* и више и тачно подељен круг с пречником до 1 *m*, који се чита обично помоћу четири микроскопа са тачношћу до на 0'', 1; хоризонтални круг



Сл. 81. Схема меридијанског круга (изглед са стране и спреда)

има другостепени значај и чита се обично само до на 1'; мерења зенитних отстојања вертикалним кругом врше се као што је описано у глави о универзалном инструменту.

Но за исте циљеве за које служе оба ова инструмента употребљава се и један инструмент *меридијански круг* (сл. 80 и 81), који претставља велики пасажни инструмент на чију је осовину навучен велики тачно подељен круг, као код вертикалног круга, а на оба стуба, за која су утврђена лежишта наглавака његове осовине, утврђен је још по један оквир; сваки оквир носи по четири микроскопа за читање круга са тачношћу до на 0'', 1. Постављена су два оквира, по један на сваком стубу, како би се и меридијанским кругом могло посматрати из два положаја „круг исток“ и „круг запад“. Обично поред тачно подељеног круга (на пример до на 5', код Репсолдових кругова до на 2') постоји на осовини, с друге стране дурбина, симетрично првome, други круг за заузимање положаја дурбина, издељен на пример до на 10' с могућности читања до на 1'. Као и код пасажног инструмента, тако и код меридијанског круга из предострожности од брзог хабања дурбин с осовином лежи на наглавцима само малим делом тежине, од неколико килограма; већим делом своје тежине инструмент лежи на два пара котурова, и овај део тежине уравнотежен је са два тешка тега. Дурбини ова три инструмента имају објективе од 10—20 *cm* отвора и 1½—2½ *m* жижне даљине; полупречници кругова крећу се од ½ *m* до 1 *m*.

Пролаз звезда кроз меридијан посматра се на меридијанском кругу потпуно исто као и на пасажном инструменту. Што се тиче мерења зенитних отстојања, овде је потпуно немогуће прибегавати обртању инструмента са положаја „круг исток“ на положај „круг запад“ или

обратно, јер би се притом губило одређивање тренутка пролаза небеског тела кроз меридијан, а осим тога велики се инструменат не може довољно брзо обрнути.

За мерење зенитних отстојања, тј. за одређивање тачке зенита на кругу, служи исти живин хоризонтат који служи и за одређивање колимације (§ 143). И доиста, кроз исту стаклену плочицу пред окуларом, која се примењује при одређивању колимације, виде се поред стварних хоризонталних конаца мреже још и „одбивени“, добивени одбијањем светлости од живе. Кад се дурбин обрће око осовине, узајамни положај стварних и одбивених конаца се мења. Кад је дурбин нагнут у равни меридијана, тако да је окулар јужније од објектива, стварни конци су јужнији од одбивених; ако је окулар северније од објектива, стварни конци налазе се северно од одбивених; кад се лаганим обртањем дурбина стварни и одбивени конци доведу до поклапања, раван која пролази кроз праву што иде по средини између хоризонталних конаца и кроз унутрашњу главну тачку објектива, биће вертикална. Поред тога ако је још  $i=0$  и  $c=0$ , онда се и стварни средњи конач мреже поклапа са одбивеним; а ако су  $i$  и  $c$  мали, одбивени ће бити близу стварног.

При том положају дурбина вертикала, која пролази кроз унутрашњу главну тачку објектива, пролази по средини између два хоризонтална конач мреже, као да је дурбин уперен према надиру. Зато читање круга при таквом положају дурбина и одређује тачку надира; додамо ли овом читању круга  $180^{\circ} 0' 0''$ , добијамо тачку зенита.

Треба међутим одмах додати да се одбијени хоризонтални конци не могу тачно и сигурно довести до поклапања са стварним. Много је боље посматрати као што је показано на сл. 69, где су пуном линијом претстарљени стварни конци  $a$  и  $b$ , а испрекиданим линијама одбијени  $a'$  и  $b'$ . С почетка се дурбин доведе тако да међусобни положај стварних и одбијених конаца буде као на сл. 69а, дакле такав, да размаци међу концима  $ab'$ ,  $b'b$  и  $b'a$  буду међусобно једнаки. Ово се може постићи јер су размаци  $ab$  и  $a'b'$  међу собом једнаки. Нека је  $N_1$  читање на кругу кога је дурбин у овом положају. Дотерајмо затим дурбин тако да положај конача буде као на сл. 69б, и да опет размаци  $b'a$ ,  $aa'$  и  $a'b$  буду међу собом једнаки. Нека је  $N_2$  читање на кругу када је дурбин у том положају. Није тешко увидети да ће онај положај дурбинов при коме се одбијени конци поклапају са стварним, тј.  $a$  са  $b'$  и  $b$  са  $a'$  бити средњи положај између два претходна, па ће зато тачка надира  $N_0$  бити аритметичка средина од  $N_1$  и  $N_2$ , дакле,

$$N_0 = \frac{1}{2} (N_1 + N_2).$$

Искуство показује да се на овај начин  $N_0$  тачније и сигурније добија но при покушају да се  $a$  доведе до поклапања са  $b'$ , а  $b$  са  $a'$ .

**170. Посматрања на меридијанском кругу.** — При посматрању меридијанским кругом посматрач пред пролаз небеског тела кроз меридијан (а то он зна по приближној ректасцензији), доводи дурбин помоћу приближног круга на ону деклинацију коју има очекивано небеско тело и, када оно уђе у видно поље, финим кретањем завртња обрће дурбин тако да звезда (или средиште планете) иде дневним кретањем баш по средини између два хоризонтална конача и затим по методи „вида и слуха“, или региструјући пролаз помоћу хронографа, бе-

лежи пролазе небеског тела иза вертикалних конаца, обрађујући пажњу на то да небеско тело при пролазу кроз средину видног поља буде што тачније у средини између хоризонталних конаца, затим чита круг. Пролази иза вертикалних конаца обрађују се исто као и у случају посматрања пасажним инструментом; а разлика читања круга и тачке зенита даје привидно зенитно отстојање које носи утицај рефракције. За накнадно израчунавање рефракције, сваких пола часа на пример читају се барометар с термометром на њему и температура спољног ваздуха са термометра који се налази изван павиљона у коме је инструментат.

Ако се пролази посматрају безличним микрометром (§ 152), код њега се користи средина видног поља, а навођење ради мерења зенитног отстојања врши се између бочних конаца. Али тада треба исправити читање круга исто као и при посматрању по Талкотовој методи, водећи рачуна о томе да се са хоризонталним концем не поклапа потпуно лик горњег дела великог круга који пролази кроз небеско тело и источну и западну тачку, — поправка за кривину дневна паралела (в. § 115). Хоризонталност конаца проверава се посматрањем пролаза екваторских звезда. И поред свега остаје њихов мали нагиб који се мора узимати у обзир при обради посматрања; он се одређује из разлике два читања круга кад је звезда на првом и на последњем вертикалном концу симетрично према средњем.

У последње време поред непокретних хоризонталних конаца постављају се и покретни хоризонтални конци, који се могу кретати завртњем. У том случају за време пролаза може се вршити не само једно, већ три и више навођења покретног хоризонталног конца на небеско тело док оно пролази кроз видно поље. Односна читања завртњева котура треба изразити у секундама и алгебарски додати читању круга; ако се на пример при посматрању звезда јужно од зенита котур налази испод конца, онда код обичног микрометра читања круга која расту одговарају зенитним отстојањима која опадају и, ако читања круга опадају кад зенитна отстојања расту, читања котура треба додати читањима круга (за нулу котура узима се читање при коме је покретни конач близу средине видног поља).

Обично посматрања на меридијанском кругу врши један посматрач, али се понекад, да би се убрзао посао, узима помоћник за читање круга.

Понекад се посматрања ректасцензија и дјеклинација деле на тај начин што се једне вечери посматрају само ректасцензије, а друге само деклинације.

Много су сложенија посматрања Сунца, јер треба наћи тренутак пролаза Сунчева *средишта* кроз меридијан и његово зенитно отстојање, а средиште Сунца није ничим обележено. Та се посматрања врше овим редом: прво се посматра пролаз предње, тј. западне Сунчеве ивице иза вертикалних конаца, затим се јужна ивица Сунца поставља у средину видног поља и помоћник чита круг, а посматрач навођење хоризонталног покретног конца на јужну ивицу Сунца. Затим се дурбин наведе на северну ивицу и опет се прочитају круг и покретни хоризонтални конач и, напоследку, посматрач мора стићи да посматра пролазе друге, источне ивице Сунца иза вертикалних конаца; за све ове радње посматрач нема много више времена од 2 минуте, јер пролаз Сунчева котура кроз меридијан траје око 2 минуте.



На пасажном инструменту посматрања обавља један посматрач као и на вертикалном кругу.

Приметимо да је свођење пролаза са бочних на средњи конац при посматрању Сунца сложеније него при посматрању звезда, јер Сунце има сопствено кретање међу звездама (утицај Сунчеве паралаксе може се занемарити), али у нашем кратком курсу практичне астрономије нећемо подробно развијати обрасце који за ово служе, упућујући читаоце на односне параграфе у курсевима Бринова или Човенета.

## ГЛАВА ДВАДЕСЕТА

### ОДРЕЂИВАЊЕ РЕКТАСЦЕНЗИЈА И ДЕКЛИНАЦИЈА ЗВЕЗДА

**171. Разлика између релативних и апсолутних одређивања звезданих положаја.** — Ректасцензије и деклинације које се налазе у разним каталозима звезданих положаја добијене су и добијају се на два начина: 1) релативним или диференцијалним одређивањем и 2) апсолутним одређивањем. Релативним одређивањима добијају се координате десетина хиљада различитих звезда под претпоставком да су нам координате неколико стотина звезда познате; при апсолутним одређивањима координате се добијају без икаквих сличних претпоставки и каталози изведени из таквих посматрања узимају се за основу релативних одређивања. Огромна већина положаја стотина хиљада звезда које се налазе у стотинама каталога добијена је релативним одређивањима, али у основи свих тих положаја налазе се положаји неколико стотина звезда добивени апсолутним одређивањима и сврстани у мали број основних каталога.

Да видимо најпре релативна одређивања као простија, а затим апсолутна као сложенија.

**172. Релативна одређивања звезданих положаја.** — Релативна одређивања положаја звезда врше се помоћу меридијанских кругова. За основу посматрања узима се један од основних каталога звезда (са чијом ћемо се израдом упознати ниже), који садржи неколико стотина звезда, чије се ректасцензије и деклинације сматрају за потпуно тачне. Звезде за које треба одредити  $\alpha$  и  $\delta$  бирају се по различитим мерилима: на пример звезде до неке, рецимо 9-те привидне величине, у извесној зони деклинације (од  $0^\circ$  до  $\pm 15^\circ$ ); или звезде потребне за одређивање ширине места и стања часовника по методама Цингера, Пјевцова и Талкота; променљиве звезде; звезде које служе као упоришне за извесне одређене фотографије звезданог неба итд. Приближни положаји таквих звезда могу се узети или непосредно из каталога *B. D.*, ако их тамо има или приближним уношењем у атлас *B. D.*. *B. D.* је скраћена ознака за Бонска посматрања северног неба (*Bonner Durchmusterung*), извршена половином XIX века на Бонској опсерваторији и издата у виду атласа и каталога приближних положаја звезда до  $9\frac{1}{2}$  привидне величине од деклинације  $-2^\circ$  до северног пола. Он садржи, са тачношћу до десетог дела временске секунде за ректасцензије и са тачношћу до десетог дела лучне минуте за деклинације, положаје 324 198 звезда; међутим стварна тачност овог каталога не прелази  $\pm 1'$ ; редни број овог каталога служи као најбоља ознака звезда које се у њему налазе. Касније је издат његов продужетак који садржи звезде од  $2^\circ$  до  $23^\circ$  јужне деклинације.

Списак звезда са координатама  $\alpha$  и  $\delta$  које треба одредити и звезда узетих из основног каталога као упоришних, образује такозвани радни каталог; он је уређен по  $\alpha$ , тј. оним редом којим звезде чији се положај треба да одреди и упоришне звезде пролазе једна за другом кроз меридијан. Њима се прикључује неколико (по 1—2 на час) полара.

Посматрања се врше као што је описано у § 170. За обраду се обично узима Беселов образац. Довољно солидно постављање меридијанског круга обезбеђује спору промену његових констаната, а уз то се она посредно проверава методом обраде. Зато се  $i$  не одређује за време посматрања сваке звезде, а колимација чак ни сваке вечери (помоћу живина хоризонта или колиматора), већ се из расположивих њених одређивања изводе графичком интерполацијом њене вредности за свако посматрачко вече. После свођења пролаза на средњи крај додаје се поправка колимације и дневне аберације према § 140. Ако означимо са  $T$  на тај начин добивене тренутке за сваку звезду, добијемо

$$\alpha = T + u + m + n \operatorname{tg} \delta,$$

где је  $\alpha$  привидна ректасцензија, тј. ректасцензија која садржи годишњу аберацију и односи се на положај пролећне тачке у тренутку посматрања. Тада из посматрања поларе и екваторске звезде која убрзо за њом пролази кроз меридијан (обе узете из основног каталога, значи са познатим  $\alpha$  и  $\delta$ ), налазимо

$$\alpha_p = T_p + u + m + n \operatorname{tg} \delta_p,$$

$$\alpha_e = T_e + u + m + n \operatorname{tg} \delta_e.$$

У обема једначинама сматрамо да су збирови  $u + m$  једнаки, јер су тренуци  $T_p$  и  $T_e$  блиски један другоме. Одатле се одређује  $n$ :

$$n = \frac{\alpha_p - T_p - (\alpha_e - T_e)}{\operatorname{tg} \delta_p - \operatorname{tg} \delta_e}.$$

После тога тренуци пролаза свих звезда поправљају се чланом  $n \operatorname{tg} \delta$  и, напослетку, из посматрања сваке звезде основног каталога добива се вредност:

$$u + m = \alpha - T - n \operatorname{tg} \delta.$$

Тада се начини график с апсцисама  $\alpha$  (или  $T + n \operatorname{tg} \delta$ ) и ординатама  $u + m$  и повуче изравната крива. Са ове криве се за сваку звезду чије се координате траже може према њеној приближној ректасцензији  $\alpha$  узети односна вредност  $u + m$  и тако добити њена ректасцензија:

$$\alpha = T + n \operatorname{tg} \delta + (u + m).$$

Збир  $u + m$ , уопште узевши, може се мењати у току вечери, како услед хода часовника, тако и услед промене величине  $m$ ; да би се добило  $\alpha$  није потребно знати  $u$  и  $m$  засебно, па се зато и график конструише за збирове  $u + m$ <sup>1)</sup>. Ректасцензија која се тако добија разуме се *привидна* је, тј. садржи утицај аберације и односи се на положај

<sup>1)</sup> Кад се одређује стање часовника  $u$ , треба знати  $m$ . О томе види § 174.

тачке пролећне равнодневице у тренутку посматрања. Она се по правилима сферне астрономије своди на почетак године, а затим се сва посматрања радног каталога свде на средњи екватор извесне године, рецимо средње у низу година у току којих су вршена посматрања. Једно посматрање звезде никада није довољна норма већ се за сваку звезду узимају најмање два, обично око четири, а понекад и више посматрања. Обрада читања круга у циљу извођења деклинација звезде врши се на овај начин. Читања два или четири микроскопа поправе се отступањима микрометарских завртљева и гуп поправкама микрометара, па се узме средња вредност свих прочитаних минута и секунда да би се отклонило отступање услед ексцентричности, а степени се узму са једног микроскопа. Затим се израчуна рефракција: из читања барометра и термометра израчуна се свођење средње рефракције на праву у тренуцима тих читања, а затим се са графика може ово свођење добити за тренутак пролаза сваке звезде. Како се из посматрања са живиним хоризонтом може одредити тачка зенита  $Z_0$  на кругу, то се читањем круга при посматрању сваке звезде може одредити њено привидно зенитно отстојање као разлика тог читања и тачке зенита на кругу. Из овог привидног зенитног отстојања израчунава се средња рефракција помбћу таблица за рефракцију. Када њој додамо већ израчунато свођење средње рефракције на праву, добијамо праву рефракцију за сваку звезду. За ту се величину поправе раније добивена *читања круга* на тај начин што им се дода или одузме рефракција, према томе да ли читања круга опадају кад деклинација расте или расту са деклинацијом. На тај начин добију се онаква читања круга каква би се добила кад не би било рефракције. После тога из сваке основне звезде добије се такозвана *тачка екватора*, тј. оно читање које би се добило да је деклинација звезде била  $0^{\circ}0'0''$ . За то је потребно деклинацију основне звезде (привидну, тј. са утицајем годишње аберације и везану за положај пола у тренутку посматрања) додати читању круга или одузети од њега, према томе да ли ово читање опада кад деклинација расте или расте са деклинацијом. Из тако добивених вредности тачке екватора  $E$  опет се начини график: апсцисе —  $\alpha$ , ординате —  $E$ , са кога се може за свако  $\alpha$  звезде чије се координате траже наћи  $E$  које јој одговара; и напоследку, разлика читања круга добијеног при посматрању сваке звезде чији се положај жели одредити и вредности  $E$  за исти тренутак даје деклинацију звезде, разуме се такође *привидну* као и  $\alpha$ . Она се своди на почетак године посматрања и затим на изабрани екватор каталога, као и ректасцензија.

При таквој обради криве за  $u + t$  и за  $E$  повлаче се непрекидно а не изломљено, јер се ове величине непрекидно мењају у току времена, а ординате основних тачака садрже случајна отступања само ако се инструмент не мења осетно од удара и сличних узрока. Напоре с извођењем  $\alpha$  и  $\delta$  за звезде чије се координате траже изводе се такође  $\alpha$  и  $\delta$  и за основне, за њих се из целокупних посматрања изводе коначне вредности  $\alpha$  и  $\delta$ . Ово се ради зато да би се по завршетку целокупног посла могло оценити да ли је у добивеном каталогу сачуван систем оног основног каталога који је био узет за основу обраде посматрања ( $\alpha$  за одређивање  $p$  и  $u + t$  и  $\delta$  за одређивање  $E$ ). Добивене вредности  $\alpha$  и  $\delta$  не треба да се систематски раз-

ликују од  $\alpha$  и  $\delta$  основног каталога, тј. не треба да се приближно подједнако разликују за све звезде које се на небу налазе једна близу друге. Већином тако и бива, али се у то треба уверити и истовремено обавезно створити претставу о систему добивеног каталога.

Нормално се узима паран број посматрања за сваку звезду радног каталога и половина их се изврши са инструментом у положају „круг исток“, а друга половина у положају „круг запад“. Ово се ради да би се избегла једноличност услова посматрања, јер два положаја једног истог инструмента ( $K I$  и  $K Z$ ) претстављају у суштини два нешто различита инструмента, а дуго је искуство научило астрометричаре да сваки инструмент има своје властите особености које се не могу подврћи рачуну.

Понекад, ако је то омогућено конструкцијом инструмента, а у случају четири и више нормалних посматрања сваке звезде, половина их се врши са једним положајем окуларног и објективног дела дурбина, а у другој половини ови делови мењају места; ово се ради да би се отстрањило отступање које долази од савијања дурбина.

#### Пример одређивања ректасцензија меридијанским кругом.

Меридијански круг Астрономске опсерваторије Московског универзитета

#### Ректасцензије

1934 г. август 24 (1934,65). Круг исток. Посматрач *М. С. Зверјев*.

#### Основне звезде

*	$\delta$	$\alpha_{\text{прив.}}$	$l^s$	$c \sec \delta$	$\text{tg } \delta$	$l$	$u+m$	$\sec \delta$
$\lambda$ And . . . . .	+46 <sup>o</sup> ,1	23 <sup>h</sup> 34 <sup>m</sup>	23 <sup>s</sup> ,525	51,160	— 0,887 1,04	33,252	33,125	1,442
$\rho$ Cas . . . . .	+57,1	51	08,708	36,558	— 1,133 1,55	33,283	094	1,843
$\omega$ Psc . . . . .	+ 6,5	55	59,134	26,568	— 0,619 0,11	33,185	172	1,006
Gr. 1850 sp . . . . .	+94,1	12 01	16,83	31,36	+14 075 14,12	31,395	(118)	14,160
$\gamma$ Peg . . . . .	+14,8	0 09	53,890	21,377	— 0,636 0,26	33,149	117	1,034
$W_2$ 0 <sup>h</sup> 1172 . . . . .	+37,1	49	54,154	21,687	— 0,771 0,75	33,238	145	1,253
43 Н Сепх . . . . .	+85,9	59	36,12	9,91	— 8,614 13,97	34,824	(120)	14,006

Ср. вр. 33,131

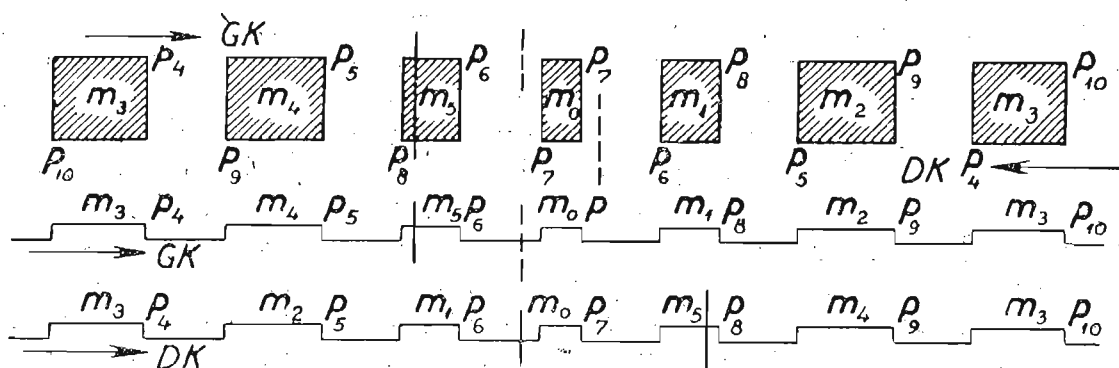
#### Звезде чије се ректасцензије одређују

*	$\alpha$	$\delta$	$\sec \delta$	$\text{tg } \delta$	$l^s$	$c \sec \delta$	$n \text{ tg } \delta$	$u+m$	Прес.	$-\Delta\alpha$	$\alpha_{193}$
1323	24 <sup>h</sup> 43 <sup>m</sup> 7	+59 <sup>o</sup> ,1	1,840	1,54	19,730	—1,132	+0,188	33,131	2,928	—4,186	50,659
1325	45,6	+61,8	2,119	1,87	8,838	—1,303	+228	33,131	2,917	—4,351	39,460
1326	49,2	+10,6	1,017	0,19	46,225	—0,625	+023	33,131	3,061	—3,918	17,929

Прва таблица садржи основне звезде. У првом ступцу налази се ознака звезде; Gr 1850 означава звезду из каталога Croombidge (Грумбриц) под бројем 1850; sp (sub polo) означава да је звезда посматрана у доњој кулминацији (испод пола);  $W_2$  0<sup>h</sup>,1172 означава звезду под бројем 1172 у Вајсовом каталогу 2, 43 Н Сеп означава звезду у Цефеју број 43 Хевелијусовог списка.

У другом ступцу налази се приближно  $\delta$ , у трећем тачно привидно  $\alpha$  (положај узет из Пулковског посматрачког каталога), а у четвртом секунде пролаза звезде иза такозваног „средњег“ конца. Како је посматрање вршено безличним микрометром уствари нема средњег конца.

За тренутак пролаза из средњег идеалног конца узима се тренутак који се из забележених добија овако.



Сл. 82.

На сл. 82 горе схематски је приказано инструментарно видно поље. У њему су шрафирано обележена места која одговарају положајима покретног конца у којима је коло струје затворено. Претпоставља се да је микрометров котур с десне стране, па су према томе контакти означени словима  $m_0, m_1, m_2, m_3, m_4, m_5$  (на котуру има шест контакта). Стрелица с горње стране показује правац кретања звезде у горњој кулминацији, а с доње стране у доњој кулминацији. Словима  $p$  означена су места на којима се при померању конца, како је то стрелицама означено, струја прекида. Користе се само прекиди струје.

Доња половина слике 82 претставља записе посматрачког пера на хронографској траци при горњој и доњој кулминацији. Сlike су исте као на горњој. Из посматрања сваке звезде прочитано је на траци 6 тренутака прекида струје пре средине узаног контакта и 6 тренутака после њега, па су образоване средње вредности сваког пара тренутака прекида струје с обе стране узаног контакта, тј.

$$\frac{1}{2} (p_6 + p_7), \frac{1}{2} (p_5 + p_8),$$

итд. . Контакти су на котуру распоређени симетрично у односу на најужи и налазе се на једнаким размацима. Због тога поменуте средње вредности односних тренутака треба да буду међусобно једнаке при равномерном обртању котура. Стога треба узети аритметичку средину свих 6 средњих вредности, као што је примера ради у доњој табlici показано за две звезде: једну у близини екуатора, другу у близини пола. Посматрање прве трајало је 8,5 секунда, а друге 2 минуте. Крајње средње вредности у последњем реду усвојене су за пролазе иза „средњег“ конца.

$\omega$ Psc	22 <sup>s</sup> ,35	30 <sup>s</sup> ,84	26 <sup>s</sup> ,60	43H Cep	9 <sup>s</sup> ,91	9 <sup>s</sup> ,12	9 <sup>s</sup> ,52
	22,95	30,07	51		20,17	0,16	10,16
	23,90	29,15	52		31,77	48,68	22
	24,73	28,42	58		44,02	36,29	16
	25,70	27,58	64		57,30	23,09	20
	26,24	26,89	56		5,21	13,23	9,22

Ср. вр. 26,568

Ср. вр. 9,91

Овај „средњи“ конац није у истом положају у видном пољу дурбиновом за звезде у горњој и доњој кулминацији, као што се види са цртежа, где је тај „средњи“ конац означен између регистрованих тренутака испрекидано. Положај сваког „средњег“ конца може се одредити на овај начин. Поред котура с контактима на завртњу постоји и котур који служи за читање положаја покретног конца (на пример у циљу одређивања колимације). Посматрач веома лагано обрће завртањ, слуша ударце посматрачког пера на хронографу и уочава она читања на котуру (обрти и делови обрта) када наступа прекид струје, ако се ради са прекидима. Тако ће му бити познати из читања на котуру они положаји покретног конца у видном пољу при којима се врши регистравање, па према томе и положаји „средњег“ конца у оба случаја, при горњој и доњој кулминацији. Помоћу живиног хоризонта или колиматора он може да измери колимацију за сваки од ових средњих конца. Положаји конца без колимације претстављени су на сл. 82 пуним линијама. Разумљиво је да ће се ове вредности разликовати. За употребљени инструмент је за време посматрања нађено: за горњу кулминацију  $c = -0,615$ , за доњу кулминацију  $c = -0,994$  (утицај дневне оберације узет је овде у обзир). Затим се у табlici налазе ступци који садрже  $c \sec \delta$ ,  $\text{tg } \delta$  и  $l = \alpha_{\text{прив.}} - T^s - c \sec \delta$ .

Из теорије је познато (в. § 172) да је

$$n = \frac{l_{\text{пол}} - l}{\text{tg } \delta_{\text{пол}} - \text{tg } \delta} \text{ за } GK \quad \text{и} \quad n = \frac{l_{\text{пол}} - l}{\text{tg } \delta_{\text{пол}} - \text{tg } \delta} \text{ за } DK.$$

Отуда на основи Gr 1850 sp и средње вредности за  $\omega$  Psc и  $\gamma$  Peg добијамо

$$n = \frac{31,395 - 33,167}{14,12 + 0,18} = + 0^s 124;$$

из 43 H Ser и средње вредности из  $\gamma$  Peg и  $W_2 0^h 1172$  добијамо

$$n = \frac{38,82 - 33,19}{13,97 - 0,51} = + 0^s 121;$$

као средњу вредност добијамо

$$n = + 0^s 122.$$

$l - n \text{ tg } \delta = u + m$  дато је у ступцу поред ступца  $c$  вредностима  $l$ . Од пет вредности узета је средња,  $u + m = 33,131$ .

Од звезда чија се ректасцензија одређује дата су свођења за три са № 1323, 1325, 1326 из радног каталога. Из заглавља таблице види се шта значе бројеви у сваком ступцу. Prec. означава величину прецесије од почетка 1934 г. до почетка 1935 г.,  $\Delta\alpha$  означава свођење правога положаја за тренутак посматрања на средњи за почетак године посматрања, тј. на 1934, 0.  $\alpha_{1935,0}$  добијено је по обрасцу

$$\alpha_{1935,0} = T + c \sec \delta + n \text{ tg } \delta + (u + m) + \text{Prec} + (-\Delta\alpha).$$

**Пример за одређивање деклинација меридијанским кругом**  
 Меридијански круг Астрономске опсерваторије Московског универзитета, 1936 марта 15.  
 Посматрач В. С. Толскиј

Основне звезде

*	Прив. коорд. 6 <sup>h</sup> 06 <sup>m</sup> 65°44'17",83	s ρ	D гуп	m, N	R					E
					R <sub>1</sub>	R <sub>2</sub>	R <sub>3</sub>	R	R <sub>sr</sub>	
36 Cam	6 24 86 45 0,75	-9°58',8 +10,50	43 33,92 -05	859 10 871 sr. 881 11	+18 +42 +63	+19 00 -19	-06 00 -06	+31 +42 +38	+0",37	-0'49",60
Gr 1004	6 42 86 45 0,75	-30 59,1 +35,82	43 33,92 -05	892 10 sr. 886 sr. 897 $\frac{-11}{4}$	+85 +73 +94	+09 00 -05	-17 -02 -10	+77 +71 +79	+0",76	- 50,30
ψ <sup>5</sup> Aur	6 42 43 38 41,71	+126,4 -12,80	38 04,12 +08	879 sr. 888 11	+58 +74	00 -19	00 -02	+58 +56	+0",57	- 49,74
24 H Cam	6 51 77 04 1,77	-21 18,3 +23,28	02 48,45 -03	872 sr. 882 sr. 11 880 11	+44 +65 +61	00 -09 -19	-01 -07 -13	+43 +49 +39	+0",44	- 49,63
ω Gem	6 58 24 18 28,79	+31 26,2 -36,48	18 15,10 -01	890 sr. 899 11	+81 +99	00 -19	00 -01	+81 +79	+0",80	- 49,38

Sr. vr. . . . . 49,73

Звезде чије се деклинације одређују

#	α	δ	D гуп	m, N	R					-E	-Δδ	δ 1935	
					R <sub>1</sub>	R <sub>2</sub>	R <sub>3</sub>	R	R <sub>sr</sub>				
429	6 <sup>h</sup> 12 <sup>m</sup>	43°10',1 -55,93	12°34'25",50 -102	862 10 876 sr. 885 12	+24 +52 +71	+19 ,00 -30	00 00 -01	+43 +52 +40	+0",45	+49",73	+1",06	+2",47	12°34'23",26
436	6 16	2 16,1 -2,36	53 28 24,82 -02	842 10 846 sr. 854 11	-16 -08 +08	+19 ,00 -19	-04 -00 -04	-01 -08 -15	-0",08	+49,73	+1,44	-11,25	53 29 (2,28
453	6 30	22 17,6 +24,47	78 25,12 00	889 10 892 10 895 sr.	+79 +85 +91	+19 +10 ,00	-13 -07 -00	+85 +88 +91	+0",88	+49,73	+2,65	-16,73	78 03 06,12



Први део таблице на претходној страни садржи обраду основних звезда. У првом ступцу дат је назив звезде, у другом *привидне* координате:  $\alpha$  приближно, а  $\delta$  тачно; у трећем привидно зенитно отстојање, а испод њега рефракција; у четвртном читање круга  $D$ : средња вредност из читања 4 микроскопа; испод њега  $\mu$  (средња вредност за све микроскопе). Привидно зенитно отстојање добијено је из читања круга узимајући у обзир да је тачка зенита на  $55^\circ 44,5$ . Да би се рефракција узела у обзир, извршена су ова читања барометра и термометра:

	Баром.	Темп. баром.	Темп. спољ. ваздуха
6 <sup>h</sup> ,0	751,55 <sup>mm</sup>	+ 0 <sup>o</sup> .6 C	- 0 <sup>o</sup> .5 C + 1545
6,9	751,20	- 0,1	- 0,7 + 1561

Из Пулковских таблица за рефракцију израчунато је свођење средње рефракције на праву које се налази у десном ступцу у јединицама пете децимале логаритама. Дајемо пример израчунавања рефракције за прве три звезде:

	$\mu + \lg \operatorname{tg} z$	$\rho$
36 Cam	1,00575 + 0,01546 = 1,02111	$\rho = 10'',50$
Gr 1004	1,53864 + 0,01553 = 1,55417	35,82
$\Psi^5$ Aur	1,09174 + 0,01560 = 1,10734	12,80

Рефракција је дата са знаком с којим је треба додати читању круга, да би се ово ослободило утицаја рефракције. У петом ступцу је читање  $m$  окуларног микрометра и број  $N$  вертикалног конца у чијој је близини звезда доведена на хоризонтални конач.

$R_1$  је свођење читања окуларног микрометра;

$$R_1 = + 0,0202 (m - 850);$$

$R_2$  је свођење услед нагиба хоризонталног конца;

$R_3$  је свођење због кривине паралела;

$R$  је збир  $R_1 + R_2 + R_3$ ;  $R_{sr}$  је средња вредност из 3) или 2)  $R$ .

После тога може се израчунати екваторска тачка  $E$ . Читање на кругу расте са деклинацијом, стога ће образац за  $E$  бити:

$$E = D + \mu + R_{sr} + \rho - \delta.$$

За израчунавање  $R_2$  и  $R_3$  служе ови подаци:

Конац	9	10	11	12
Растојање у завртњевим обртима . .	-2,48	-1,57	+1,57	+2,48
Поправка за нагиб хоризонталног конца	+0,30	+0,19	-0,19	-0,30
1 завртњев обрт . . .	=4,511	—	—	—

Други део таблице садржи, примера ради, обраду посматрања трију звезда чије се ректасцензије одређују. Први ступци, од назива звезде (за звезде чија се ректасцензија одређује то је број радног каталога) до  $R_{sr}$ , исти су као и за основне. У наредном дата је екваторска тачка,

нађена из основних звезда, са обрнутим знаком; затим  $Prec$  даје износ прецесије за свођење деклинације са 1934,0 на 1935,0;  $\Delta \delta$  је свођење са средњег положаја (1934,0) на привидни за тренутак посматрања; у таблици је дато  $-\Delta \delta$ . Тада ће деклинација за почетак 1935 године бити дата обрасцем

$$D_{1935,0} = D + \text{run} + R_{sr} + \delta + (-E) + (-Prec) + (-\Delta \delta).$$

У десном ступцу дате су деклинације за 1935,0.

**173. Каталог Астрономског друштва.** — На овај начин је у суштини састављена већина звезданих каталога. Њихов број, рачунајући и веће, који садрже по неколико хиљада звезда, и мале, који броје по неколико десетина звезда, достиже 400. Није потребно говорити о многима, али треба говорити о каталозима Астрономског друштва. Када се 60-тих година XIX в. појавио В. Д. и у Немачкој било организовано Астрономско друштво, у које су ступили и многи астрономи других земаља, поникла је мисао да се одреде на меридијанским круговима тачне координате  $\alpha$  и  $\delta$  за све звезде В. Д. до 9-те величине из просечно два посматрања сваке звезде. Овај велики посао био је подељен на неколико опсерваторија, од којих је свака узела да посматра звезде у одређеним границама по деклинацији. Иако не тако брзо, као што се у почетку претпостављало, овај посао је ипак био завршен и објављени каталози носе назив: „Каталози Астрономског друштва“ (А. Г. С.) За ова посматрања требало је имати основни каталог, и њега је саставио Ауверс (подробније о томе види у § 182). 15 каталога обухватају северно небо од  $+80^\circ$  до  $-2^\circ$  деклинације. По свршетку ове серије била је започета друга, која обухвата појас од  $-2^\circ$  до  $-23^\circ$  деклинације. На тај начин сада имамо за ову област неба бар по један положај сваке звезде до 9-те величине закључно.

Да би се олакшало изналажење свих положаја једне звезде чије су координате добивене из посматрања од 1750 до 1900 г., било је предузето састављање потпуног списка посматрања свих ових звезда које се налазе у издатим каталозима. Ово издање Берлинске академије наука носи назив „Geschichte des Fixsternhimmels“ (Историја звезданог неба).

**174. Одређивање часовникова стања.** — Из истих посматрања меридијанским кругом, из којих се добијају  $\alpha$  и  $\delta$ , може се добити и стање часовника ако се користе посматрања звезда из основног каталога. У том циљу треба само из добивених вредности збира  $u + t$  издвојити  $u$ , тј. треба знати  $t$ . Али са сл. 66 (стр. 209) није тешко видети да је

$$m = i \sec \varphi - n \operatorname{tg} \varphi.$$

Ако стога  $i$  одредимо за дату серију посматрања либелом, а  $n$  нађемо као што је раније показано, добивамо величину  $m$ , па значи и онолико вредности  $u$  колико је посматрано основних звезда.

**175. Апсолутно одређивање звезданих координата. Постављање задатка.** — Било би сувише сложено за кратак курс практичне астрономије излагати тачну историју апсолутних одређивања положаја звезда на небу, јер је сама методика тих одређивања у разним

вековима била различита. У старом веку употребљаване су армиларне сфере, у средњем веку — различити сектори (квадранти, секстанти) без часовника као и пре, а у ново време, почев с Олафом Ремером за ову су се сврху почели скоро искључиво употребљавати меридијански инструменти и све савршенији часовници.

Стога ћемо наш задатак размотрити са два гледишта:

1) како се може без икаквих података одредити  $\alpha$  и  $\delta$  звезде ако се располаже часовником и меридијанским кругом, који су у почетку мале тачности, али се постепено усавршавају са развојем технике (§ 176—179).

2) Како се сада поставља задатак апсолутног одређивања  $\alpha$  и  $\delta$  путем одређивања поправака оних вредности  $\alpha$  и  $\delta$  којима савремена астрономија располаже за многе звезде, али за које свако поколење астронома тражи све тачније поправке са методама посматрања и инструментима који се све више усавршавају (§ 189).

**176. Одређивање деклинација.** — Пре свега могли бисмо одредити деклинације звезда и то на овај начин. Одредили бисмо зенитна отстојања Северњаче у горњој и доњој кулминацији. Под претпоставком да се њено поларно отстојање не мења у току 12 часова, имамо обрасце

$$z_G = \delta - \varphi \quad \text{и} \quad z_D = 180^\circ - \delta - \varphi,$$

из којих добивамо

$$90^\circ - \varphi = \frac{1}{2}(z_G + z_D).$$

Из те једначине нашли бисмо  $\varphi$ , а затим из зенитног отстојања ма које звезде у меридијану нашли бисмо њену деклинацију

$$\delta = \varphi \pm z \quad (\text{горња кулминација}).$$

Но ако би се показала потреба да одређујемо  $\varphi$  из других полара, поред  $\alpha$  Малог Медведа, могли бисмо открити да се за  $\varphi$  добивају разне вредности из разних звезда, и морали бисмо се сетити, ако то из других посматрања не бисмо знали, да ту утиче рефракција. Тада би било потребно да се састави у почетку макар и груба теорија рефракције (а могла би се за почетак саставити и емпирска таблица рефракције, као што је то урадио Тихо Брахе) и одредити њен коефицијент, на пример на овакав начин.

Претставимо рефракцију обрасцем

$$\rho = kA,$$

где је  $k$  непознати коефицијент, а  $A$  из теорије рефракције позната функција зенитног отстојања, барометарског притиска и температуре.

Тада тачније него раније можемо написати

$$\begin{aligned} z_G + kA_1 &= \delta - \varphi, \\ z_D + kA_2 &= 180^\circ - \delta - \varphi \end{aligned}$$

и

$$90^\circ - \varphi = \frac{1}{2} (z_G + z_D) + k \frac{1}{2} (A_1 + A_2).$$

Из кулминације друге поларе наћи ћемо

$$90^\circ - \varphi = \frac{1}{2} (z'_G + z'_D) + k \frac{1}{2} (A'_1 + A'_2).$$

А из ове две једначине наћи ћемо  $\varphi$  и  $k$ . Да бисмо повећали тачност треба да извршимо оваква посматрања на многим звездама и из многих таквих једначина да израчунамо методом најмањих квадрата величине  $\varphi$  и  $k$ , које ћемо користити за обраду посматрања.

**177. Одређивање разлика ректасцензија.** — Изабаримо недалеко од екватора и еклиптике такве сјајне звезде које се могу и дању посматрати и прикључимо им  $\alpha$  Малог Медведа, која се такође и дању види у дурбину.

Као што смо у § 142—145 видели, можемо одредити  $i$ ,  $s$  и  $k$  и не знајући положаје звезда, и у првом приближавању занемарујемо поправке  $\Delta\alpha$ , изведене у § 145. Стога се из наших посматрања могу отстранити утицаји ових констаната инструмента и добити тренуци пролаза посматраних звезда кроз меридијан. Тада се из посматрања једних истих звезда неколико вечери узастопце, без знања њихових ректасцензија, већ само под претпоставком да су оне непромењене, може одредити дневни ход  $\omega$  нашег часовника.

Доиста, ако посматрамо звезду с ректасцензијом  $\alpha_1$  првог дана у тренутку  $T_1$  по нашем часовнику, где  $T_1$  овде и даље означава тренутак ослобођен утицаја инструментских констаната, добијамо  $\alpha_1 = T_1 + u_1$ , а наредног дана, сматрајући  $\alpha_1$  за непроменљиво, у тренутку  $T'_1$  са часовника налазимо  $\alpha_1 = T'_1 + u'_1$ . Према томе је  $T_1 + u_1 = T'_1 + u'_1$ . Али по дефиницији је  $\omega = u'_1 - u_1$ , па ће нам према томе  $\omega = -(T'_1 - T_1)$  бити познато. На тај начин  $\omega$  ћемо знати иако нам је  $\alpha_1$  непознато, под претпоставком да је  $\alpha_1$  константно у току једног дана.

Потребно је да  $\omega$  буде константно у току дана, а да бисмо то постигли затворићемо часовник у херметички затворен цилиндар и ставити у просторију са сталном температуром. Знајући дневни ход часовника ми њиме можемо да поправимо нађене разлике пролаза разних звезда кроз меридијан и да из њих добијемо разлике њихових ректасцензија.

Доиста, ако су  $T_1, T_2, \dots, T_i, \dots$  тренуци пролаза звезде кроз меридијан према часовнику, а  $u_1, u_2, \dots, u_i, \dots$  стања часовникова у тим тренуцима, онда је

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= T_1 + u_1, \\ \alpha_2 &= T_2 + u_2, \\ &\dots \dots \dots \\ \alpha_i &= T_i + u_i, \\ &\dots \dots \dots \end{aligned}$$

Но како из предњег знамо дневни ход часовников  $\omega$ , можемо наћи његов часовни ход који је једнак  $\frac{\omega}{24}$ , па стога можемо ставити

$$u_2 = u_1 + \frac{\omega}{24}(T_2 - T_1),$$

$$\dots \dots \dots$$

$$u_i = u_1 + \frac{\omega}{24}(T_i - T_1),$$

$\dots \dots \dots$

и, према томе, довести горње једначине на облик

$$\alpha_1 = T_1 + u_1,$$

$$\alpha_2 = T_2 + \frac{\omega}{24}(T_2 - T_1) + u_1,$$

$\dots \dots \dots$

$$\alpha_i = T_i + \frac{\omega}{24}(T_i - T_1) + u_1,$$

$\dots \dots \dots$

Стога добијамо

$$\alpha_i - \alpha_k = [T_i + \frac{\omega}{24}(T_i - T_1) + u_1] - [T_k + \frac{\omega}{24}(T_k - T_1) + u_1] =$$

$$= T_i - T_k + \frac{\omega}{24}(T_i - T_k).$$

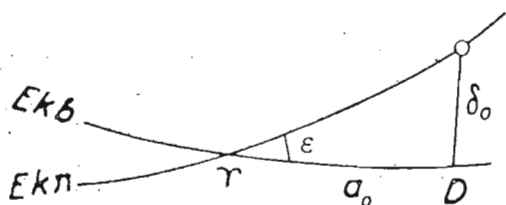
Према томе биће нам познате све разлике ректасцензија  $\alpha_i - \alpha_k$ , те ако нађемо само једну ректасцензију биће нам познате и све остале.

**178. Одређивање ректасцензија.** — После тога у циљу одређивања ректасцензије макар једне звезде почели бисмо посматрати Сунце, под претпоставком да се средиште Сунца креће међу сазвежђима по великом кругу који се назива еклиптика и који је нагнут према екватору под неким углом  $\varepsilon$ . Ми свакако још не бисмо имали тачно дефинисану еклиптику и не бисмо умели ослободити посматрање деклинације Сунца утицаја паралаксе; то би требало да дође касније.

Ако је (сл. 83) неког дана ректасцензија Сунца  $\alpha_0$ , а деклинација  $\delta_0$ , онда је

$$\operatorname{tg} \delta_0 = \sin \alpha_0 \operatorname{tg} \varepsilon.$$

Значи, ако бисмо измерили  $\delta_0$  у тренутку пролаза Сунца кроз меридијан (а то ми умемо) и знали  $\varepsilon$ , могли бисмо израчунати  $\alpha_0$ . Да бисмо одредили  $\varepsilon$  мерили бисмо  $\delta_0$  у разне дане у години: оно је највеће у тренутку летњег солстиција; истина, овај се тренутак у општем случају неће поклопити са тренутком нашег посматрања, но ипак отступање неће бити велико ако за  $\varepsilon$  узмемо највећу од посматраних деклинација



Сл. 83.

Сунца; добивено  $\varepsilon_1$  биће наша прва приближна вредност. Потпуно је исто и у тренутку зимског солстиција Сунчева деклинација по апсолутној вредности једнака  $\varepsilon$ , само ће се овде тешкоће појавити у израчунавању рефракције, јер висина Сунца над хоризонтом у северним ширинама неће бити велика; боље ће бити посматрати са јужних ширина.

Кад смо на тај начин добили приближну вредност  $\varepsilon_1$ , ми ћемо више пута око пролећне или јесење равнодневице посматрати: 1) тренутак пролаза Сунца кроз меридијан  $T_0$  са одређивањем његове деклинације  $\delta_0$  у том тренутку и 2) тренутак пролаза кроз меридијан које сјајне од изабраних звезда  $T_*$ .

Тада рачунски добивамо  $\alpha_0$ , јер је

$$\sin \alpha = \operatorname{tg} \delta_0 / \operatorname{tg} \varepsilon_1$$

и затим

$$\alpha_* - \alpha_0 = T_* - T_0 + (u_* - u_0),$$

рачунајући код часовника  $(u_* - u_0)$  као што је показано у § 176, тј.

$$u_* - u_0 = \frac{\omega}{24} (T_* - T_0).$$

Из претпоследње ћемо једначине напоследку наћи ректасцензију  $\alpha_*$  једне од наших звезда, а затим и свих осталих, јер смо разлике њених ректасцензија већ одредили.

Треба имати у виду да је израчунавање Сунчеве ректасцензије из његове измерене деклинације и накнадно одређивање ректасцензија звезда из разлика  $T_* - T_0$  подесно баш у доба равнодневица, стога што тада неизбежна отступања у  $\delta_0$  и  $\varepsilon$  мање утичу на тачност израчунатог  $\alpha_0$ . Да бисмо ово испитали диференцијалимо образац:

$$\operatorname{tg} \delta_0 = \sin \alpha_0 \operatorname{tg} \varepsilon.$$

Добићемо

$$\frac{d \delta_0}{\cos^2 \delta_0} = d \alpha_0 \cos \alpha_0 \operatorname{tg} \varepsilon + \frac{d \varepsilon \sin \alpha_0}{\cos^2 \varepsilon},$$

одакле добијамо

$$d \alpha_0 = \frac{d \delta_0}{\cos^2 \delta_0 \operatorname{tg} \varepsilon \cos \alpha_0} - \frac{d \varepsilon \operatorname{tg} \alpha_0}{\sin \varepsilon \cos \varepsilon}.$$

Одавде се види да отступање у  $\alpha_0$ , тј.  $d \alpha_0$ , утолико мање зависи од отступања у  $\delta_0$ , тј. од  $d \delta_0$ , уколико је  $\cos \alpha_0$  већи по апсолутној вредности, и да  $d \alpha_0$  утолико мање зависи од  $d \varepsilon$  уколико је  $\operatorname{tg} \alpha_0$  мањи по апсолутној вредности, дакле, у оба случаја што је  $\alpha_0$  ближе  $0^\circ$  или  $180^\circ$ .

Али  $\varepsilon_1$  је само прва приближна вредност величине  $\varepsilon$ . Стога ћемо око наредног летњег солстиција више пута одредити посматрањем деклинацију Сунца  $\delta_0$  и његову ректасцензију  $\alpha_0$  из разлике пролаза Сунца и звезда кроз меридијан, а на основи већ приближно познатих ректасцензија звезда (а не тригонометриски као око равнодневица).

Тада ћемо из сваког одређеног  $\alpha_0$  и  $\delta_0$  добити вредност  $\varepsilon$  из једначине

$$\operatorname{tg} \varepsilon = \operatorname{tg} \delta_0 / \sin \alpha_0,$$

и кад би  $\alpha_0$  било само приближно познато то не би уносило велико отступање у  $\varepsilon$ , јер је тада  $\alpha_0$  близу  $90^\circ$  и  $\sin \alpha_0$  се мало мења при промени  $\alpha_0$ . Доиста се из диференцијалног обрасца

$$d\varepsilon = d\delta_0 \frac{\cos^2 \varepsilon}{\cos^2 \delta_0 \sin \alpha_0} - d\alpha_0 \operatorname{ctg} \alpha_0 \sin \varepsilon \cos \varepsilon$$

види да  $\varepsilon$  уколико мање зависи од отступања у  $\alpha_0$  уколико је  $\operatorname{ctg} \alpha_0$  мањи и од отступања у  $\delta_0$  уколико је  $\sin \alpha_0$  већи, тј. у оба случаја уколико је Сунце ближе солстицију. Свако посматрање Сунца око солстиција даје нам на тај начин засебну вредност  $\varepsilon$  и ми ћемо из свију њих узети аритметичку средину.

Обележимо са  $\varepsilon_2$  ту нову тачнију вредност  $\varepsilon$ . Тада ћемо при поновној обради посматрања око пролећне равнодневице употребити ову тачнију вредност  $\varepsilon_2$  и из Сунчеве деклинације *рачунски* добити његову ректасцензију за сваки дан његова посматрања, па значи и ректасцензије оних звезда које будемо пасматрали *истог дана* кад и Сунце.

Тако ћемо *путем поступног приближавања* налазити све тачније координате  $\alpha$  и  $\delta$  свих наших сјајних звезда, посматрајући их дању и ноћу, а из ноћних ћемо посматрања налазити координате  $\alpha$  и  $\delta$  мање сјајних звезда, јер ће нам свакако величине  $u + t$  бити познате из посматрања сјајних *главних* звезда.

**179. Закључци о апсолутном одређивању звезданих положаја.** — Понављујући на тај начин из године у годину (или са прекидима) одређивања ректасцензија и деклинација једних истих звезда на разним местима неба, ми бисмо након неколико година открили да се њени положаји мењају прогресивно из године у годину, али различито за разне звезде. Ако бисмо из  $\alpha$  и  $\delta$  израчунали лонгитуде и латитуде звезда, нашли бисмо да се мењају само лонгитуде звезда, а не и латитуде, као што је то открио још Хипарх упоређујући координате звезда које је сам одредио са одређивањима Тимохариса и Аристила извршеним 150 г. пре њега. Тако бисмо открили појаву прецесије, али са тачношћу наших посматрања не би нам за то било потребно да чекамо 150 г..

На исти начин бисмо открили нутацију и аберацију, или онако како их је нашао Брадлеј, или упоређујући међу собом наша одређивања променљиве ректасцензије  $\alpha$  Малог Медведа, како се то радило у току XIX века. За то време бисмо из других посматрања одредили Сунчеву паралаксу и почели обрачунавати њен утицај на Сунчеву деклинацију. При обради наших посматрања, све у циљу одређивања  $\alpha$  и  $\delta$  сјајних звезда, било би нам потребно узимати у обзир променљивост координата звезда која долази од прецесије, нутације и аберације и ослобађати Сунчеву деклинацију утицаја паралаксе; услед свега тога процес обраде посматрања постајао би све сложенији, али се не би начелно мењала наша метода. Може бити да бисмо нашли да је потребно на нов начин да обрадимо ранија посматрања, као што су уствари и радили астрономи у току XIX века. Најзад бисмо открили и сопствена кретања звезда.

На тај начин, са постепеним развојем наших знања и са усавршавањем наших инструмената добили бисмо оне координате  $\alpha$  и  $\delta$  основних звезда којима данас астрономија располаже и наш би се задатак

свео на даље повишавање тачности координата  $\alpha$  и  $\delta$  звезда и њихових сопствених кретања напоредо са све тачнијим одређивањем константних коефицијената у теорији рефракције, прецесије, нутације и аберације.

Тако се решава први задатак постављен у § 175. Сјајне звезде подесне за ову сврху, њих 36 на броју, изабрао је крајем XVIII века Маскелајн, директор Гринвичке опсерваторије; отада оне служе као *главне*, основне међу основним, звезде и често се називају Маскелајновим звездама.

**180. Савремено постављање задатка о апсолутном одређивању звезданих положаја.** — Пређимо на други задатак постављен у § 175. На основи радова ранијих поколења астронома имамо већ довољно тачне вредности  $\alpha$  и  $\delta$  главних Маскелајнових звезда и неколико стотина слабијих звезда, које се могу посматрати напоредо с главним, али само ноћу. Ми тражимо поправке ових координата, чије је одређивање омогућено усавршењем инструмената и развојем наших знања. Примећено је да осим раније побројаних отступања у посматрањима тренутка  $T$  пролаза звезде кроз меридијан у ово време улази још и отступање које зависи од часовног угла Сунца; вероватно да је овде по среди правилна промена инструментских констаната (можда колиматора или мира) у току дана или дневног хода часовника и изгледа да је правилно претпоставити да ова поправка тренутка  $T$  има облик  $+x \cos(t+y)$ , где је  $t$  часовни угао Сунца у тренутку посматрања звезде. Тада ће се разлика ректасцензија двеју звезда добити из једначине

$$\alpha_2 - \alpha_1 = T_2 + u_2 + x \cos(t_2 + y) - [T_1 + u_1 + x \cos(t_1 + y)] = \\ \Rightarrow (T_2 - T_1) + (u_2 - u_1) + x 2 \sin \frac{1}{2}(t_1 - t_2) \sin [y + \frac{1}{2}(t_1 + t_2)];$$

Разлика  $T_2 - T_1$  добива се из посматрања, а разлика  $u_2 - u_1$  израчунава се као што је показано у § 177 и § 178. Полузбир  $\frac{1}{2}(t_1 + t_2)$  мења се за један исти пар звезда у току године од  $0^h - 24^h$ .

Кад бисмо располагали посматрањима равномерно распоређеним кроз све месеце у години, која на пр. падају сваког  $n$ -тог дана, онда би се  $t_1$  и  $t_2$  од почетка до краја године мењали у једнаким размацама, па би збир свих израза  $x \cos(t_2 + y)$ , исто као и  $x \cos(t_1 + y)$  био једнак нули (према § 13), и тада би нам аритметичка средина свих добијених вредности  $(T_2 - T_1) + (u_2 - u_1)$  дала вредност  $\alpha_2 - \alpha_1$  ослобођену утицаја величина  $x$  и  $y$ .

Но како тако равномерно распоређених посматрања нема, то је потребно из расположивих посматрања налазити  $\alpha_2 - \alpha_1$ ,  $x$  и  $y$ , на сложен начин применом методе најмањих квадрата, на чему се подробно нећемо задржавати. Тако се добијају *разлике* ректасцензија *главних* звезда.

Како су нам већ из раније довољно тачно познате вредности њихових ректасцензија, које ћемо обележити са  $\alpha'_1, \alpha'_2, \dots, \alpha'_k, \dots$ , то разуме се горе написану једначину можемо написати друкчије обележавајући са  $\Delta\alpha_1, \Delta\alpha_2, \Delta\alpha_3, \dots$  поправке вредности  $\alpha'_1, \alpha'_2, \alpha'_3, \dots$ . На тај начин је  $\alpha = \alpha' + \Delta\alpha$ , па је

$$\alpha_2 - \alpha_1 = \alpha'_2 - \alpha'_1 + \Delta\alpha_2 - \Delta\alpha_1 = (T_2 - T_1) + (u_2 - u_1) + \\ + 2x \sin \frac{1}{2}(t_1 - t_2) \sin \frac{1}{2}[y + \frac{1}{2}(t_1 + t_2)]$$



и задатак се своди на одређивење разлика поправака  $\Delta\alpha_1, \Delta\alpha_2, \Delta\alpha_3, \dots$ . Али ово је чисто формално претварање, у суштини ми ипак тражимо и налазимо разлике ректасцензија главних звезда.

На тај начин ми поправљамо наш систем ректасцензија у оквиру њега самог, ми поправљамо разлике, а али тим посматрањима ми не можемо открити колика отступања носе добивене ректасцензије  $\alpha'_1 + \Delta\alpha_1, \alpha'_2 + \Delta\alpha_2, \dots$  све у подједнакој мери; може бити свима њима треба додати неку поправку  $\Delta A$ ? Да би се овај задатак решио не може се посматрати Сунце у два или четири периода годишње, већ у току целе године и по могућству равномерно; полазећи од координата звезда  $\alpha'_1 + \Delta\alpha_1, \alpha'_2 + \Delta\alpha_2, \dots$ , ми ћемо добити ректасцензије  $A_1, A_2, \dots$  Сунца као звезде за сваки дан посматрања и деклинације његова средишта  $D_1, D_2, \dots$  за исте тренутке и то деклинације ослобођене утицаја како рефракције тако и паралаксе, тј. геоцентричне деклинације.

Узмимо у обзир да се средиште Сунца не налази на еклиптици и обележимо са  $x$  разлику између деклинације  $D$  Сунца у тренутку једне кулминације и деклинације оне тачке на еклиптици која има једнаку ректасцензију са Сунцем (која лежи на деклинациском кругу Сунчева средишта). Рецимо да смо за Сунчеву ректасцензију добили из посматрања вредност  $A$ , али она по нашој претпоставци захтева као и ректасцензије свих звезда тражену поправку  $\Delta A$ . Зато нашу основну једначину морамо написати у облику

$$\operatorname{tg}(D - x) = \sin(A + \Delta A) \operatorname{tg} \varepsilon,$$

где је  $\varepsilon$  нагиб еклиптике према екватору, који нам у суштини такође није тачно познат.

Али ми имамо астрономски годишњак из кога можемо за сваки тренутак наших посматрања добити интерполацијом ректасцензију и деклинацију Сунца  $A_0$  и  $D_0$ ; како су бројеви у годишњаку теориски израчунати, то се они слажу међу собом и са вредношћу нагиба еклиптике према екватору рецимо једнаком  $\varepsilon_0$ . Стога за њих можемо написати

$$\operatorname{tg}(D_0 - x) = \sin A_0 \operatorname{tg} \varepsilon_0,$$

где је  $x$  разуме се исто као и у претходној једначини.

Одузмимо ову једначину од претходне и упростимо разлику сматрајући  $D - D_0, A - A_0$  и  $\varepsilon - \varepsilon_0$  за мале величине првог реда чији се виши степени могу занемарити. Тада ћемо добити

$$\frac{D - D_0}{\cos^2 D_0} = (A + \Delta A - A_0) \cos A_0 \operatorname{tg} \varepsilon_0 + \sin A \frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{\cos^2 \varepsilon_0}$$

или ако  $\varepsilon - \varepsilon_0$  обележимо са  $\Delta \varepsilon$ ,

$$\Delta A \cos A_0 \operatorname{tg} \varepsilon_0 + \Delta \varepsilon \sin A_0 \sec^2 \varepsilon_0 = (D - D_0) \sec^2 D_0 - (A - A_0) \cos A_0 \operatorname{tg} \varepsilon_0.$$

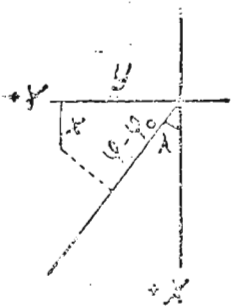
С леве стране имамо тражене величине  $\Delta A$  и  $\Delta \varepsilon$ , а с десне стране познате величине, засноване на разликама посматраних и табличних координата Сунца.

Таква се једначина добива за сваку посматрану кулминацију Сунца у току године или чак неколико година. Из свију њих методом најмањих квадрата добива се: 1)  $\Delta \epsilon$  — поправка нагиба еклиптике према екватору који је усвојен у таблицама и 2) главна непозната — поправка свих ректасцензија нашег система  $\Delta A$ .

Величина  $\Delta A$  показује да нисмо, усвајајући за ректасцензије посматраних звезда вредности  $\alpha_1' + \Delta \alpha_1, \alpha_2' + \Delta \alpha_2, \dots$ , рачунали ове вредности од равнодневичке тачке, него од тачке на екватору која је од равнодневичке тачке удаљена за угао  $\Delta A$ , или другим речима, да смо наше  $\alpha' + \Delta \alpha$  рачунали од нетачног положаја равнодневичке тачке; зато се понекад  $\Delta A$  кратко назива *поправка равнодневице*.

**181. Гринвички и пулковски систем.** — На показани начин добијали су у току XIX века апсолутне ректасцензије и деклинације звезда на неколиким опсерваторијама, али претежан значај у историји овог питања имају посматрања на Гринвичкој и Пулковској опсерваторији. На Гринвичкој је опсерваторија за овај посао служио и служи меридијански круг. Када је 1839 г. основана Пулковска опсерваторија, њен оснивач Ф. В. Струве изабрао је за главни проблем на програму опсерваторијиних радова баш одређивање најтачнијих положаја звезда; али за апсолутна одређивања он је сматрао да је боље поделити посао и за одређивање ректасцензија узео је у план велики пасажни инструмент, а за посматрање зенитних отстојања, па према томе и деклинација, велики вертикални круг. У наредним деценијама рада стекла је Пулковска опсерваторија тако велики углед у питању одређивања координата звезда, да су њени каталози добијали велики тег у свима доцнијим извођењима, а тако угледан стручњак као што је Њукем, називао је Пулково „астрономском престоницом света“. Пулковска посматрања сачувала су и до данас велики тег. Али друге опсерваторије, које су се бавиле апсолутним одређивањима завеле су гринвички систем, тј. меридијански круг. Најглавније од њих су опсерваторија на Рту Добре Наде (Кеп Таун) и Опсерваторија у Вашингтону.

**182. Служба ширине.** — У § 176 видели смо да је за мерење деклинација потребно знати тачну вредност висине пола над хоризонтом, која је једнака ширини места посматрања. Стога је разумљиво зашто су ову висину много пута одређивале оне опсерваторије које имају задатак да одређују координате звезда. И већ у другој четвртини XIX века почеле су се појављивати сумње у сталност висине пола или ширине места. Било је, разуме се, још нејасно да ли се овај угао мења услед промене правца Земљине обртне осовине у Земљином телу или услед промене правца вертикале места посматрања. Ово питање било је решено посматрањима у Европи (Праг—Берлин) и у Хонолулу на Хавајским Острвима, чија се дужина разликује скоро тачно за  $180^\circ$  од дужине Средње Европе. Систематско одређивање ширине било је извршено у току 1891—1892, па се показало кад се у Европи ширина повећава изнад своје средње вредности, да се у исто време у Хонолулу она смањује испод средње вредности за исту величину као и у Европи; када је у Европи био минимум ширине, у Хонолулу је био максимум. Одатле је поуздано следило да ова колебања ширине произлазе од промене положаја Земљине обртне осовине у Земљином телу или од кретања полова по Земљиној површини.



Сл. 84.

Да би се ова појава испитала, организована је 1899 године Међународна служба ширине; било је изабрано пет станица (Карлофорте у Италији, Чарђуј у Русији, Мицусава у Јапану, Гајтерсбург и Укија у Сједињеним Америчким Државама) на једној истој ширини  $+39^{\circ}08'$  и помоћу инструмената сличних по размерама била су по Талкотовој методи започета систематска непрекидна одређивања ширине на свакој станици. Како се није радило толико о тачном одређивању ширине, колико о њеној промени, то су и била изабрата места с једном истом ширином да би се једни исти парови звезда посматрали по Талкотовој методи. Посматрања су одашиљана у Геодески институт у Потсдам, где су и обрађивања сва по једноме плану. На основи тога се могло утврдити кретање пола по Земљиној површини. И доиста, ако за координатни почетак  $O$  изаберемо средњи положај пола, за осовину  $Ox$  гринвички меридијан, за осовину  $Oy$  меридијан  $90^{\circ}$  западно од гринвичког и означимо западну дужину извесног места од Гринвича са  $\lambda$ , координате пола у уоченом тренутку са  $x$  и  $y$ , ширину места у том тренутку са  $\varphi$ , а његову средњу ширину са  $\varphi_0$ , онда можемо написати;

$$x \cos \lambda + y \sin \lambda = \varphi - \varphi_0,$$

као што је први показао С. К. Костински (сл. 84).

Свако посматрање на датој станици даје  $\varphi$ . Ако из многих вредности  $\varphi$  изведемо средње  $\varphi_0$  (у том извођењу има извесне неодређености), онда за свако поједино одређивање можемо образовати разлику  $\varphi - \varphi_0$  и затим са координатама: време и  $(\varphi - \varphi_0)$  конструисати криву са које се за дато место може узети  $\varphi - \varphi_0$  за сваки тренутак и за тај тренутак написати једначина:

$$x \cos \lambda + y \sin \lambda = \varphi - \varphi_0.$$

Вршећи ову конструкцију за сваку станицу, добијамо за један исти тренутак, тј. за једне исте тражене величине  $x$  и  $y$ , сличне једначине

$$x \cos \lambda' + y \sin \lambda' = \varphi' - \varphi'_0.$$

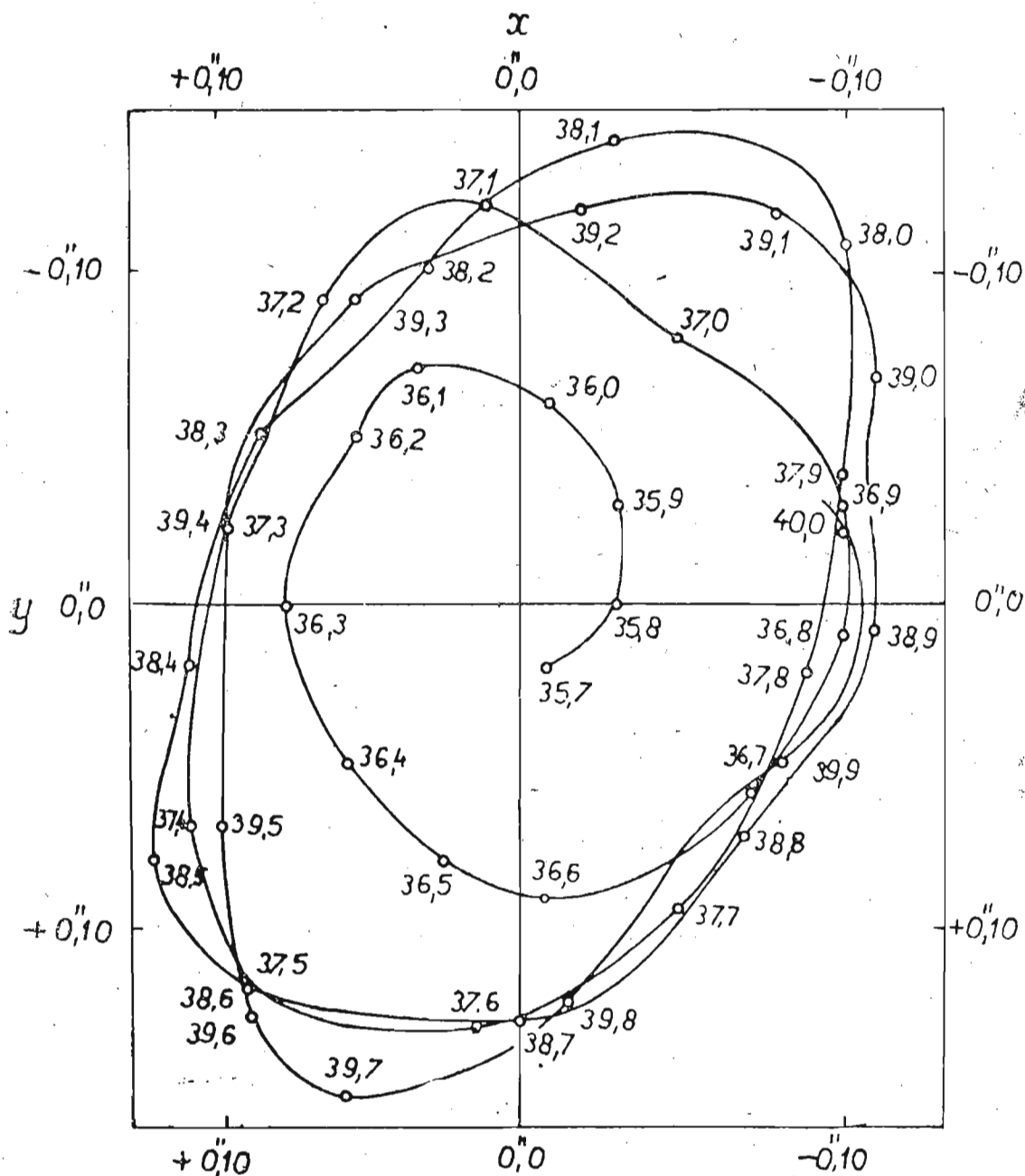
Тада се из њих (потребне су најмање две станице; ако их је више примењује се метода најмањих квадрата) добивају за уочени тренутак координате пола на Земљиној површини  $x$  и  $y$ ; из низа таквих положаја добија се кретање пола (сл. 85).

Показало се да он описује око извесног средњег положаја сложenu криву, такву да се кретање на њој може претставити слагањем двају кретања: једног годишњег, другог с периодом од 14 месеца, при чему се отстојање пола од његова средњег положаја мења у разним периодама од  $0'', 1-0'', 3$ , тј. при полупречнику Земљине кривине од 6356 km., од 3—9 метара.

Даље се показало да се посматрања боље могу претставити једначином

$$\varphi - \varphi_0 = x \cos \lambda + y \sin \lambda + z,$$

где је  $z$  (такозвани Кимуриин члан, по имену астронома који је предложио овај образац) у датом тренутку једнако за све станице, али се мења у току времена. Из криве кретања пола може, се обрнуто, извести колебање ширине за свако место на Земљи, на пример у Пулкову или Гринвичу, и узети у обзир при одређивању деклинација по методи из §176.



Сл. 85. Кретање северног пола по Земљиној површини од 1935—1940 г.

Али и Пулковска и Гринвичка опсерваторија претпостављају за ову сврху своје сопствене службе ширине описаној међународној.

**183. Основни каталози.** — Када су већ били израђени многи каталози звезданих положаја изведених из независних посматрања на разним опсерваторијама, природно се јавила мисао о изради једног резултујућег каталога, који би, разуме се, био тачнији од сваког по-

јединачног. При критичком претресању овог питања, које се нарочито појавило кад је Ауверс припремао основни каталог за посматрања која је требало предузети у циљу израде каталога Астрономског друштва, показало се да се каталози *систематски* разликују међу собом. То значи: да би смо упоредили два каталога међу собом треба свести положаје звезда дате у њима на један исти еквиполиј, водећи рачуна о промени координата звезда услед прецесије, и на једну исту епоху, водећи рачуна о сопственим кретањима звезда. Последње се најпростије може извести упоређењем координата звезда из једног од најновијих добрих каталога с њиховим координатама у најбољем од старих каталога; за последњи се врло често узима каталог звезда израђен према посматрањима директора Гринвичке опсерваторије Брадлеја од 1750—1760; њих су двапут обрађивали у истом циљу: прво Бесел (у његовим знаменитим *Fundamenta astronomiae* — Основи астрономије) и другипут Ауверс.

Ако после таквог свођења на заједнички еквиполиј и заједничку епоху поवादимо заједничке звезде из оба каталога, образујемо разлике њихових координата  $\alpha_1 - \alpha'_1, \alpha_2 - \alpha'_2, \dots$  и затим узмемо аритметичку средину тих разлика за све звезде, чија се ректасцензија  $\alpha$  налази између  $0^h$  и  $1^h, 1^h$  и  $2^h, 2^h$  и  $3^h, \dots, 23^h$  и  $24^h$ , показаће се да се ове средње вредности разликују од нуле и да се мењају у зависности од  $\alpha$ . На то се мисли кад се каже да ти каталози имају систематску разлику у ректасцензији која долази од  $\alpha$ ; она се означава са  $\Delta\alpha$ .

Ако учртамо тачке преносећи на апсцисну осовину величине  $\alpha$ , а на ординатну средње вредности разлика  $\alpha - \alpha'$ , кроз њих можемо повући више или мање изравнату непрекидну криву, из које се јасно види ход систематске разлике  $\Delta\alpha$ , или као што се још каже *свођење* једног каталога, означеног знаком ' (ако су разлике узете у смеру  $\alpha - \alpha'$ ), на други, основни. То се исто може урадити за разлике деклинација звезда у оба каталога, и тако се добивају криве систематске разлике деклинација у зависности од ректасцензије или  $\Delta\delta$ .

С друге стране могу се разлике  $\alpha - \alpha'$  и  $\delta - \delta'$  за поједине звезде распоредити по аргументу  $\delta$  и узети аритметичке средине за све звезде у појасу од 0 до  $+ 10^0$ , у појасу од  $+ 10$  до  $+ 20^0$  итд.. Ако нацртамо као горе тачке чије су апсцисе  $\delta$ , а ординате  $(\alpha - \alpha')$  и  $(\delta - \delta')$  и повучемо изравнате непрекидне криве, добијамо криве систематске разлике или свођења једнога каталога на други по  $\alpha$  и по  $\delta$  у зависности од  $\delta$ , тј. по аналогији  $\Delta\delta_\alpha$  и  $\Delta\delta_\delta$ .

Слична упоређења разних каталога показала су астрономима да нарочито велику вредност могу достићи баш  $\Delta\alpha_\delta$  и  $\Delta\delta_\delta$ ; стога је сад усвојено при упоређивању каталога да се најпре образују криве за  $\Delta\alpha_\delta$  и  $\Delta\delta_\delta$ , а затим да се ослободе положаји звезда из каталога који се своди (са знаком ') систематске разлике у односу на основни каталог на тај начин што ће се на  $\alpha'$  и  $\delta'$  додати свођења  $\Delta\alpha_\delta$  и  $\Delta\delta_\delta$  узета са образованих кривих. Одмах после таквог делимичног свођења понова се образују разлике:  $\alpha - (\alpha' + \Delta\alpha_\delta)$  и  $\delta - (\delta' + \Delta\delta_\delta)$  па се добије други пар редуccionих кривих које служе за допунско свођење другог каталога на основи:  $\Delta\alpha_\alpha$  и  $\Delta\delta_\alpha$ .

Тек после уклањања ове систематске разлике између положаја звезда у оба каталога и после свођења свих каталога на *систем* једног

од њих, основног, могу се преостале разлике између координата једне исте звезде, добивене на тај начин из разних каталога сматрати као случајна отступања.

Али осим ових разлика постоје још и систематске разлике између система каталога, које зависе од сјаја звезда (в § 150). Да би се оне издвојиле, разлике координата из два каталога већ ослобођене поменутих систематских разлика, распореде се по привидној величини као аргументу и опет се провуку непрекидне криве, које дају поправку од сјаја (или изједначење сјаја)  $\Delta\alpha_m$  звезда испитиваног каталога. Искуство је показало да ова разлика практично не постоји између најновијих каталога рађених из посматрања безличним микрометром, да је мала код каталога добивених из посматрања обичним микрометром и ручним контактом, а веома осетна код каталога добивених по методи „вида и слуха“.

Дефинитивно се свођење једног каталога на изабрани најбоље може претставити обрацима

$$\Delta\alpha = \Delta\alpha_\delta + \Delta\alpha_\alpha + \Delta\alpha_m,$$

$$\Delta\delta = \Delta\delta_\delta + \Delta\delta_\alpha.$$

Величина  $\Delta\delta_m$  због њене незнатности не узима се у обзир.

Оваква свођења положаја звезда из појединих каталога на положаје једног од њих, који је признат за најбољи, претходе образовању основног каталога на основи тих каталога. Кад су ова свођења обављена за сваку звезду, добивају се за њу по неколико вредности  $\alpha$  и  $\delta$  и из њих се узима аритметичка средина, али се води рачуна о релативној вредности разних каталога, њиховој релативној тачности, њиховим тековима. Тим путем добивају се положаји звезда основног каталога.

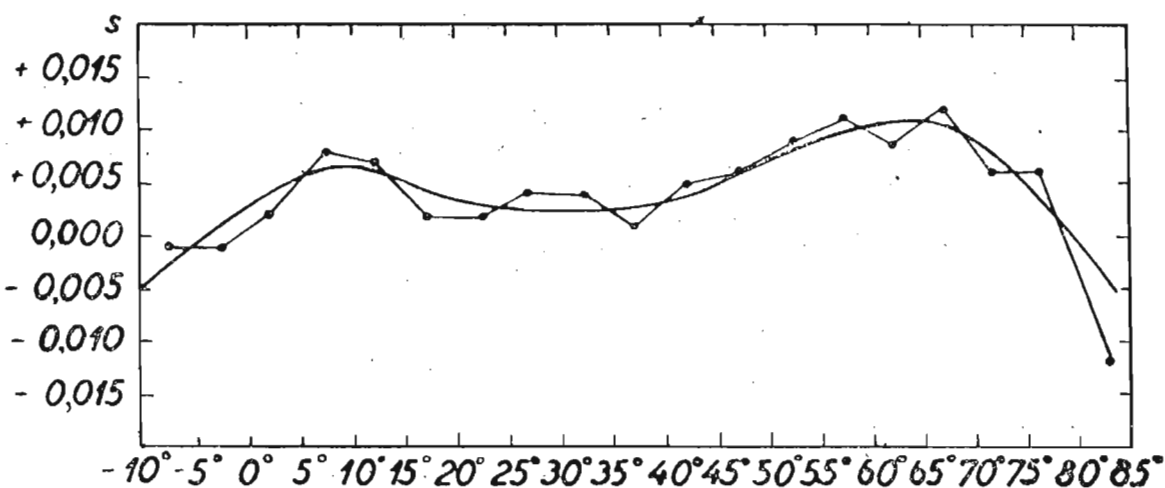
Изложено претставља само основне идеје овог сложеног задатка практичне астрономије. На пример задатак израчунавања и узимања у обзир сопствених кретања звезда решава се данас сложенијим путем него што је горе поменуто (и него што је поступио Ауверс при састављању свог основног каталога), али се ми у овом кратком курсу не можемо упуштати у појединости.

Изражено претставља само основне идеје овог сложеног задатка практичне астрономије. На пример задатак израчунавања и узимања у обзир сопствених кретања звезда решава се данас сложенијим путем него што је горе поменуто (и него што је поступио Ауверс при састављању свог основног каталога), али се ми у овом кратком курсу не можемо упуштати у појединости.

Што се тиче узрока поменутих систематских отступања, то су они делимично објашњени, али не потпуно. Величина  $\Delta\alpha_m$  зависи од особина нашег ока;  $\Delta\delta_\delta$  зависи у знатној мери од месне рефракције, отступања круга и савијања дурбина;  $\Delta\alpha_\delta$  носи у себи неправилности наглавака, бочну рефракцију, бочно савијање дурбина;  $\Delta\alpha_\alpha$  може зависити од систематског колебања часовникова хода у току дана и у току

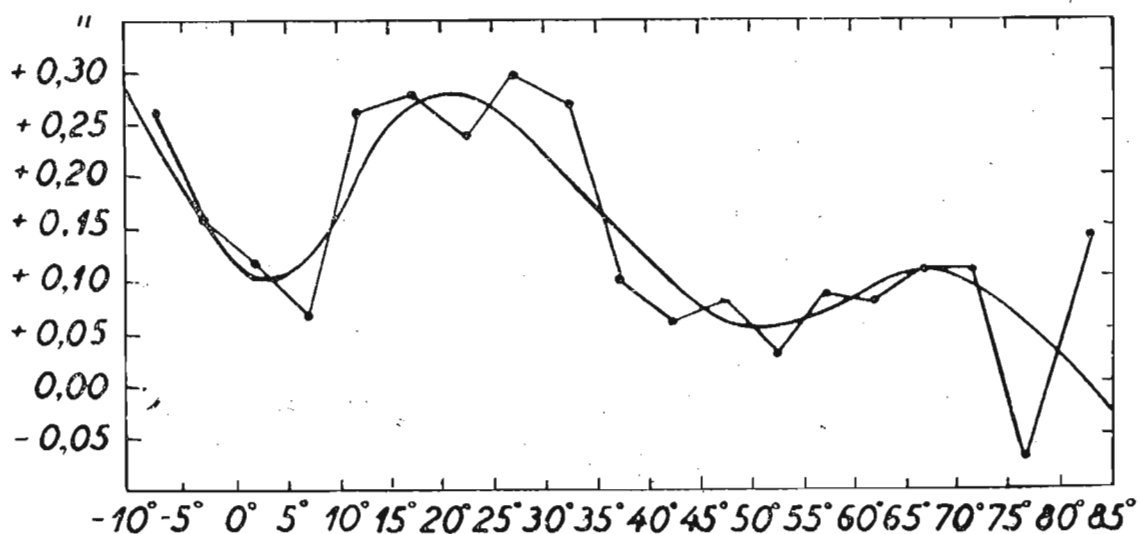
З о н а		Број звезда	$\Delta\delta_\delta$	$\Delta\alpha_\delta \cos \delta$
од	до			
- 10	- 5	105	+ 0'',26	- 0 <sup>s</sup> ,001
- 5	0	99	+ ,16	- 1
0	+ 5	66	+ ,12	+ 2
+ 5	10	77	+ ,07	+ 8
10	15	62	+ ,26	+ 7
15	20	99	+ ,28	+ 2
20	25	103	+ ,24	+ 2
25	30	86	+ ,30	+ 4
30	35	94	+ ,27	+ 4
35	40	12	+ ,10	+ 1
40	45	68	+ ,07	+ 5
45	50	85	+ ,08	+ 6
50	55	59	+ ,03	+ 9
55	60	76	+ ,09	+ 11
60	65	51	+ ,08	+ 9
65	70	34	+ ,11	+ 12
70	75	22	+ ,11	+ 6
75	80	14	+ ,07	+ 6
80	85	7	+ ,14	+ 0 <sup>s</sup> ,012

године;  $\Delta\delta_\alpha$  може долазити од неједнакости месне рефракције у разним месецима у години.



Сл. 86.

Примера ради дате су, по П. И. Бакулину, у табlici и на сликама 86 и 87 систематске разлике  $\Delta\alpha_\delta \cos \delta$  и  $\Delta\delta_\delta$  два каталога: каталога „геодеских звезда“ на основи посматрања у Москви и основног каталога Б. Боса (General Catalog). Нађено је да у оба каталога има заједничких 1299 звезда. Координате звезда из Босова каталога сведене су са његовог еквинокција, 1950,0, на еквинокциј каталога „Москва“,



Сл. 87.

1935,0. Затим су образоване разлике  $\Delta\alpha$  и  $\Delta\delta$  свих заједничких звезда у смислу Бос — „Москва“ и најзад су образоване средње вредности по зонама ширине  $5^\circ$  у деклинацији. Средње вредности свих  $\Delta\alpha$  помножене су косинусом средње деклинације односне зоне. Из заглавља таблице види се шта значе величине у сваком поједином ступцу. На сл. 86 и 87 пренети су по апсцисној осовини степени деклинације од  $-10^\circ$  до  $-85^\circ$ , а по ординатној осовини  $\Delta\alpha \cos \delta$  у хиљадитим деловима временске секунде и  $\Delta\delta$  у стотим деловима лучне секунде.

Најглавнији основни каталози су:

1) „Ауверсов основни каталог“ (F. K.), образован из пет каталога (1845—1872 г.) сведених на пулковски каталог из 1865 г. као полазни; сопствена кретања била су одређена упоређењем гринвичког каталога из 1861 г. с каталогом добивеним из Брадлејевих посматрања (1850—1860 г.). Ауверсов каталог служио је као основни каталог при обради посматрања за каталоге Астрономског друштва (в. § 173). Он је изишао 1879 г. и садржао 539 звезда. Затим су му биле додате јужне звезде. Ауверс је више пута обнављао и допуњавао своја испитивања на упоређивању каталога; под његовим руководством извршена је и издата нова обрада Брадлејевих посматрања, и 1904—1905 г. биле су издате завршне поправке његова каталога; као резултат свега тога појавио се 1907 г. „Нови основни каталог“ (N. F. K.), који је саставио Петерс.

2) Луис Бос (Албани, САД) почео је своја обимна истраживања радећи на образовању резултујућег каталога за који је узео деклинације 500 звезда, које је он извео из многих каталога XIX в, почев од 1820 г. (каталози Бесела, Струвеа, Аргеландера) не прибегавајући ранијим каталозима. Проширујући поступно своја истраживања, он је издао 1910 г. „Претходни општи каталог“ (Preliminary General Catalogue, P. G. C.) 6188 звезда.

3) „Ајхелбергеров каталог“, објављен 1925 г., састављен је на основи четири каталога, два вашингтонска и два капска (Кептаун на рту Добре Наде); за основу усвојених сопствених кретања узета су сопствена кретања из P. G. C..

4) Последњих година објављене су поправке „Ауверсовог новог основног каталога“, засноване на каталозима рађеним на многим опсерваторијама, између осталих и на Пулковској, и то у самом XX веку; сопствена кретања извођена су на основи каталога још из 1845 г., тј. из посматрања за последњих 75 година. На тај начин био је добивен „Трећи основни каталог“ ( $FK_3$ ). На конгресу Међународне астрономске уније у Паризу 1935 г. било је одлучено да убудуће сви астрономски годишњаци дају ефемериде звезда полазећи од средњих положаја звезда из овог каталога.

5) 1937 г. изишао је „Општи каталог и (General Catalog Бенџамина Боса, сина Луисовог) који садржи 33 432 звезде до 10 величине; њим су обухваћене све звезде до величане 7,0.



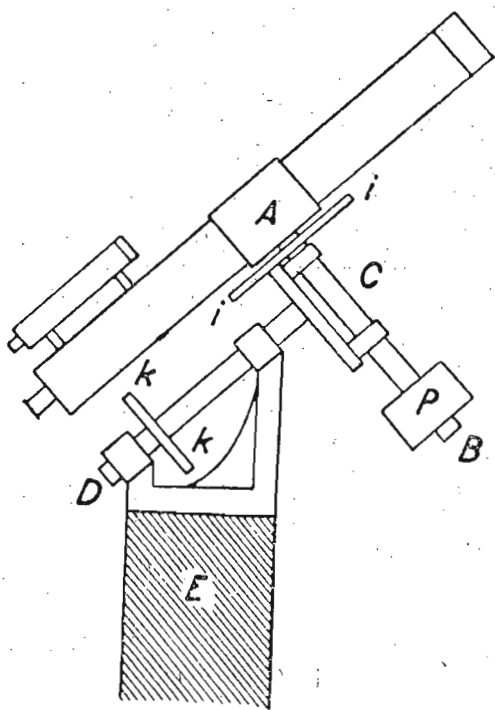
## ГЛАВА ДВАДЕСЕТ ПРВА

### ЕКВАТОРИЈАЛ

**184. Паралактичко постављање.** — За удобно посматрање небеских тела на разним часовним угловима, нарочито за удобно посматрање једног истог места на небеској сфери дуже времена, примењује се нарочито постављање астрономског дурбина *паралактичко постављање*. Оно се састоји (сл. 88) из две узајамно управне осовине, од којих се једна *DC* поставља паралелно светској осовини у месту посматрања; она се зове *поларна* или *часовна осовина*. Лежиште у коме се она обрће поставља се на врху гвозденог вертикалног стуба *E* код великих инструмената или на врху дрвеног треношца код малих. Друга се осовина *AB* назива *деклинациска осовина*; њено је лежиште утврђено за поларну осовину. Дурбин се ставља на крај деклинациске осовине, тако да његово тежиште пада на деклинациску осовину, а на другом крају налази се тег *P*; тежиште целог покретног система мора се због равнотеже поклапати с пресеком поларне и деклинациске осовине.

Ако је дурбин уперен на неко небеско тело, па хоћемо да га пратимо у његовом дневном кретању, јасно је да ће са оваквим инструментом за то бити довољно обртати дурбин само око *једне* осовине, поларне; у томе се састоји битно преимућство паралактичког начина постављања над сваким другим. Осим брзог обртања око сваке осовине постоји још и могућност за *фино* померање помоћу завртања.

Да би се дурбин равномерно и без потреса кретао за небеским телом постоји часовно кретање дурбина. У том циљу се на поларној осовини налази зупчаник у чије зупце улазе навоји бескрајног завртња кога окреће *часовни механизам*. Његова се брзина обртања регулише на изванредан начин, тако да угловна брзина зупчаника буде једнака угловној брзини небеског свода, тј.  $15^{\circ}$  на 1 час звезданог времена (или којој другој). Да би се обртање зупчаника пренело на дурбин, на његов врат је навучен прстен из два дела у виду чељусту, које се могу стегнути, и тада је дурбин чврсто спојен са зупчаником, или отпустити,



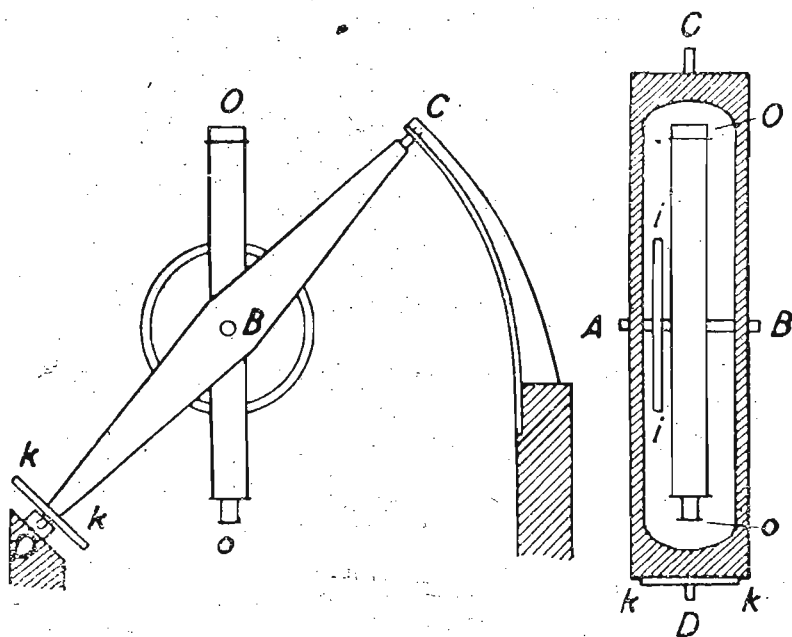
Сл. 88. Схема паралактичког постављања

гов врат је навучен прстен из два дела у виду чељусту, које се могу стегнути, и тада је дурбин чврсто спојен са зупчаником, или отпустити,

и тада се инструменат може слободно обртати око његове осовине; једна половина чељусту спојена је дугим клипом с матицом у коју улази завртањ спојен с облогом деклинациске осовине. Ова справа у суштини потсећа на справу за фино кретање универзалног инструмента око алхидадне осовине. Према томе, кад су чељусту отпуштене, дурбина се слободно обрће око поларне осовине, јер чељусту клизе на врату зупчаника, а поларна се осовина обрће између њих. Ако су чељусту притегнуте, зупчаник при свом обртању повлачи и њих, њихов клип, матицу на његовом крају, завртањ у матици, лежиште деклинациске осовине, дурбин и поларну осовину у њеном лежишту. Међутим ако се тај завртањ обрће у својој матици, матица не може да се покреће, а завртањ ће се и с њим лежиште деклинациске осовине и дурбин полако обртати, јер поларна осовина није притегнута и слободно се обрће у средишту зупчаника; на тај начин се остварује фино померање дурбина око поларне осовине, док се дурбин креће вучен часовним механизмом. Фино кретање дурбина око деклинациске осовине постиже се на сличан начин као обртање дурбина око обртне осовине универзалног инструмента.

Помоћним зупчаницама омогућено је да се и учвршћивање дурбина за осовине и фино кретање завртњима могу вршити помоћу ручица код окулара. Часовни се механизам не може направити тако тачан као што је астровомски часовник. Зато на инструментима од којих се тражи особита тачност постоји такозвана *секундна контрола*, којом се кретање часовног механизма сваке секунде (или сваке две секунде) доводи у склад с кретањем часовника, од кога је за ту сврху доведено до инструмента коло струје са секундног контакта као за хронограф (§ 74).

На поларној осовини налази се круг *kk*, подељен на 24 часа и временске минуте, а на лежишту осовине налази се индекс (понекад с понијусом) помоћу кога се може читати часовни угао визуре дурбинове (ако је инструменат правилно дотеран, о чему види ниже). На лежишту деклинациске осовине налази се круг *ii* издељен на степене и



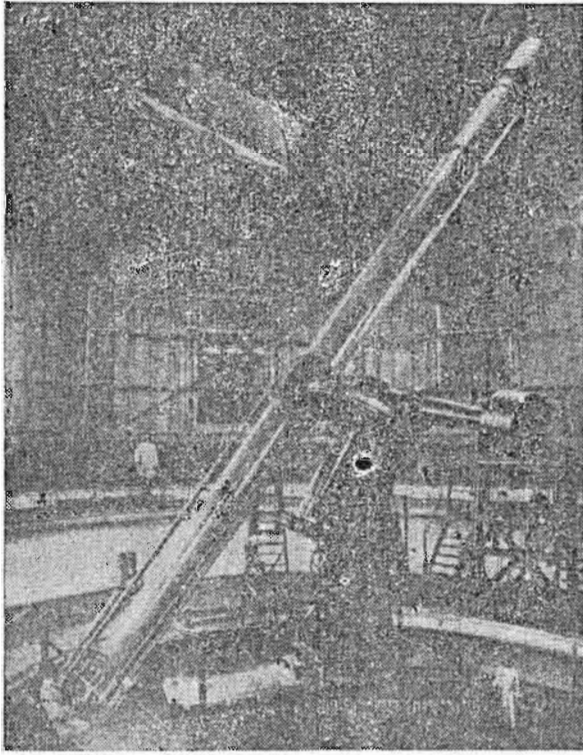
Сл. 89. Схема енглеског начина за паралактичко постављање

делове степена, а за осовину је утврђен индекс (с нонијусом), или је обрнуто, на осовини круг, а на лежишту индекс за читање деклинације.

Код великих инструмената већ је у радионици нагиб поларне осовине према хоризонту заузет тако да буде приближно једнак ширини места где ће се инструмент поставити. Код малих се инструмената понекад израђује „променљива ширина“, тј. оставља могућност да се поменути нагиб мења у широким границама; такви се инструменти могу са мењањем овог нагиба постављати на разним ширинама. Али на сваком инструменту морају постојати завртњи помоћу којих се може у уским границама мењати и нагиб поларне осовине према хоризонту и њен азимут (о томе види § 186).

Поред сваког дурбина мора постојати *извиђач*, мали дурбин са slabим повећањем, али с великим видним пољем за лако узимање „на нишан“ оног небеског тела на које треба управити дурбин; извиђач се мора поставити тако да се свака звезда, која се налази у средишту његова видног поља, налази и у средишту видног поља главног дурбина.

**185. Екваторијал; општи опис.** — Дурбин постављен на паралактички начин назива се *екваторијал*. Екваторијали служе за разноврсна испитивања небеских тела; сва се астрофизичка посматрања



Сл. 90. Рефрактор од 30-палаца Пулковске обсерваторије

врше на екваторијалима, осим неких испитивања Сунца; сви се рефлектори постављају у виду екваторијала. Конструктивно се основна идеја паралактичког постављања остварује на разне начине; горе описани облик назива се немачки; он се примењује већином код рефрактора. И на њих и на рефлекторе понекад се примењује такозвани енглески облик, приказан на сл. 89. Деклинациска осовина *AB*, разуме се, не пролази кроз дурбин, него се са обе стране дурбина налазе крајеви

осовине који улазе у лежишта у оквиру  $ACBD$ ; овај оквир обрће се око ослонаца  $C$  и  $D$  кроз које пролази правац светске осовине, а сам дурбин обрће се око деклинациске осовине у овом оквиру. Појединости конструкције у суштини су исте код свих инструмената, али су начини остваривања ове конструкције веома различити.

Екваторијал захтева да буде стабилно постављен као и пасажни инструмент и меридијански круг, иако се од њега не захтева толика стабилност као од ова два инструмента. Како екваторијалу мора бити за посматрање приступачно свако место небеског свода, то се он смешта под обртну куполу полулоптастог или другог каквог облика са отвором који се протеже одоздо до горе и који је затворен капцима. Пре посматрања капци се благовремено отворе да би се температура у куполи могла изједначити са спољном и купола се обрће тако да се изнутра може видети кроз отвор изабрано небеско тело (сл. 90).

За пиљеве астрометрије екваторијал се примењује или с визуалним објективом, и тада се на окуларни крај ставља какав *микрометар*, или с фотографским објективом, и тада се у његову жијну раван ставља *фотографска плоча*.

Кругови служе да се дурбин управи на небеско тело по његовој деклинацији и часовном углу, зато је поред инструмента потребно имати звездани часовник. Кругови се могу користити за мерење разлика координата  $\alpha$  и  $\delta$  два блиска тела, али се овакво мерење не може извршити са већом тачношћу од  $\pm 1'$ , јер је код данашњих екваторијала толика тачност читања кругова; повишавати је нема смисла због сложених утицаја разних отстапања инструмената на читање (нетачност постављања, савијање дурбина, савијање осовина и томе слично), зато се данас екваторијал употребљује само за диференцијалну астрометрију. Ми ћемо изложити методе правилног постављања поларне осовине оба круга и визуре.

**186. Дотеривање поларне осовине екваторијалове помоћу кругова.** — Постоји неколико метода за дотеравање екваторијала; ми ћемо описати три: једну која захтева читање кругова, и друге две код којих се не читају кругови, али код којих је потребно макар и приближно мерење углова у видном пољу дурбина.

Часовни круг је подељен на 24 часа и делове часа и подела је непрекидно нумерисана од  $0^h - 24^h$ . Деклинациски је круг подељен на степене и делове степена и нумерисан или непрекидно од  $0-360^\circ$ , или по квадрантима  $0^\circ-90^\circ$ ,  $90^\circ-0^\circ$ ,  $0^\circ-90^\circ$ ,  $90^\circ-0^\circ$ ; последњи начин нумерисања подеснији је, јер при тачно дотераном кругу читање круга непосредно даје деклинацију  $\delta$  небеског тела на које је уперен дурбин; при првом пак начину нумерисања читање у разним квадрантима даје разне вредности: или  $\delta$ , или  $180^\circ-\delta$ ,  $180^\circ+\delta$ ,  $360^\circ-\delta$ . Да би се омогућило тачно дотеривање поларне осовине паралелно светској осовини потребно је да се помоћу завртања може мало мењати правац поларне осовине; ово се постиже или помоћу три завртња у подножју стуба, или помоћу два завртња од којих се може једним без промене правца вертикалног стуба мењати нагиб лежишта поларне осовине према њему и према равни хоризонта, а другим азимут овог лежишта, а с њим и поларне осовине. Појединости ове направе могу бити веома различите, но овде није потребно улазити у њих. Да би се по круговима могао дурбин управљати на небеско тело које се жели, није довољно да по-

ларна осовина инструмента буде управљена паралелно светској осовини. Потребно је још: 1) да обе осовине инструмента буду узајамно управне (о томе се брине механичар и обично је ово довољно тачно остварено) и 2) да на деклинациској осовини буде управна визура, тј. права која спаја унутрашњу главну тачку објектива са средиштем дијафрагме окулара, или са пресеком крста конаца ако он постоји, што за уочен задатак није неопходно. Претпоставимо да инструмент има потребне завртње и кругове. У том случају су радње за његово тачно дотеривање ове: пре свега потребно је на неки начин одредити правац подневачке линије, тј. меридијана. Од ока се постави стуб тако да поларна осовина буде приближно у меридијану и помоћу виска доведе стуб у приближно вертикалан положај. Веома је zgodно да један од положајних завртњева треношца буде у меридијану. Ако је угао између стуба и поларне осовине већ у радионици начињен приближно једнак колатитуди места посматрања, онда је поларна осовина инструмента приближно паралелна светској осовини; ако стуб има „променљиву ширину“, треба га дотерати према ширини места посматрања. После тога дурбин се окрене тако да дође источно од стуба и да буде од ока или помоћу грубог виска доведен у вертикалан положај, па се кругови, ако је могуће, окрену тако да на часовном кругу буде читање  $0^{\text{h}}00^{\text{m}}$  (јер се дурбин налази у меридијану), а да на деклинациском кругу читање буде приближно једнако ширини места (јер је деклинација зенита једнака ширини места); тада ће и оба круга стајати приближно тачно. Може се, разуме се, место тога дурбин поставити од ока управно на поларну осовину — читање на деклинациском кругу тада треба да је близу  $0^{\circ}$ , а у меридијану читање часовног круга треба да је око  $0^{\text{h}}$ . Све се то, разуме се, може урадити дању. Дању се треба побринути да извиђач, ако он постоји, буде постављен тачно, тј. кад неки удаљени предмет доведемо у средину дурбинова поља вида да он буде и у средини извиђачева поља вида; тада ћемо ноћу моћи лако да управљамо дурбин на коју желимо звезду простим нишањењем само помоћу извиђача.

Ноћу изаберемо коју било сјајну звезду близу меридијана, на пример пола часа пре њене горње кулминације, доведемо дурбин на источну страну стуба и доведемо звезду на средину окуларева поља вида; боље је бирати слабији окулар са пољем вида  $20-30'$  у пречнику. После тога прочитамо што тачније деклинациски круг. Даље ћемо расуђивати под два претпоставкама: непрекидног и прекидног нумерисања деклинациског круга. Обележимо на непрекидно нумерисаном кругу читање у квадранту од  $0-90^{\circ}$  са  $A$ , у квадранту  $90-180^{\circ}$  са  $B$ , у квадранту  $180-270^{\circ}$  са  $C$  и у последњем квадранту са  $D$ ; а на прекидно нумерисаном респективно са  $D_1$ ,  $D_2$ ,  $D_3$  и  $D_4$ . Нека је, рецимо, прво наше читање  $A$  или  $D_1$ , што зависи од начина нумерисања; очевидно је  $A=D_1$ . После тога преведемо дурбин на другу страну стуба, западно од њега, и уперимо га на ту исту звезду близу меридијана; нека је тада читање  $B$  или  $D_2$ ;  $D_2=180^{\circ}-B$ . Тада није тешко увидети да је тачка пола инструментовог на кругу, тј. да је читање које одговара правцу дурбина при коме је визура паралелна поларној осовини инструмента

$$\frac{1}{2} (A + B) \quad \text{или} \quad \frac{1}{2} (D_1 + 180^{\circ} - D_2) = 90^{\circ} + \frac{1}{2} (D_1 - D_2).$$

Ако је  $D_1 < D_2$ , она се налази у првом квадранту, ако је  $D_1 > D_2$  овда

у другом; али она треба да пада на  $90^\circ$ . Стога ако она не пада на  $90^\circ$ , ми постављамо дурбин тако да читање буде  $\frac{1}{2}(A + B)$  или  $90^\circ + \frac{1}{2}(D_1 + D_2)$  и okreћемо деклинациски круг или померамо новијус тако да читање постане једнако  $90^\circ 00'$ . Тада је деклинациски круг дотеран.

С друге стране, отстојање звезде од пола инструмента, тј. оне тачке небеске сфере куда је уперена поларна осовина инструмента, једнако је  $\frac{1}{2}(B - A)$  или  $\frac{1}{2}(180^\circ - D_2 - D_1) = 90^\circ - \frac{1}{2}(D_1 + D_2)$ . Ако је

поларна осовина паралелна светској осовини, или, како се посматрана звезда налази близу меридијана, ако је висина пола инструмента једнака самој висини светског пола, онда је  $\frac{1}{2}(B - A)$  једнако поларном

отстојању звезде или  $90^\circ - \delta$ , где је  $\delta$  деклинација звезде. Ако ли је  $\frac{1}{2}(B - A) > 90^\circ - \delta$  или  $90^\circ - \frac{1}{2}(D_1 + D_2) > 90^\circ - \delta$ , тј.  $\frac{1}{2}(D_1 + D_2) < \delta$  онда

пол инструмента лежи испод светског пола. Ако је пак  $\frac{1}{2}(B - A) < 90^\circ - \delta$

или  $\frac{1}{2}(D_1 + D_2) > \delta$ , пол инструмента се налази изнад светског пола.

У оба та случаја треба поправити у потребном смеру нагиб поларне осовине према хоризонту за величину разлике између  $\frac{1}{2}(B - A)$  и  $90^\circ - \delta$  или између  $\frac{1}{2}(D_1 + D_2)$  и  $\delta$  помоћу завртња којим се мења овај нагиб.

Ово је најгодније урадити помоћу окулара чији је пречник видног поља познат и већи од поменуте разлике. Да бисмо одредили, пак, пречник видног поља окулара треба само да одредимо време  $t$  секунда за које звезда са деклинацијом  $\delta$  пређе овај пречник; он је једнак  $\frac{1}{4} t \cos \delta$  лучних минута; најбоље је за ово бирати звезде са декли-

нацијом од  $60^\circ - 70^\circ$ , а да би рачун био простији, звезде близу екуатора. Кад је пречник видног поља познат, поставимо исту звезду према којој смо управљали дурбин на односни, горњи или доњи крај видног поља и оценимо који део пречника износи разлика  $\frac{1}{2}(B - A)$  и  $90^\circ - \delta$  или  $\frac{1}{2}(D_1 + D_2)$  и  $\delta$ , па дејствујући на поменути завртњ, мењамо нагиб

поларне осовине према хоризонту све дотле док се звезда у видном пољу не удаљи од свог ранијег положаја за величину ове разлике. Не треба само погрешити смер обртања завртња. Ако је разлика између пола инструмента и светског пола врло велика, тако да подесног окулара нема, дотеривање се мора извршити постепеним поправкама и проверавањима. Није потребно први пут тежити крајњој тачности, довољно је, рецимо, ову разлику свести испод пет лучних минута. После тога ће нам и круг стајати правилно и висина пола инструмента бити близу захтеване, али он може још знатно бити удаљен од светског пола на исток или на запад.

Да би се отклонило ово отступање изаберемо сјајну звезду чији је часовни угао око 6 часова западно или источно од меридијана; претпоставимо да смо изабрали звезду на западној половини неба; уперимо на њу дурбин доводећи као и раније звезду у средину видног поља и забележимо читање  $A'$  или  $D'_1$ ; при томе дурбин лежи изнад лежишта поларне осовине. Претпоставимо да је деклинација те звезде  $\delta'$ ; ако је тада  $90^\circ - A'$  или  $90^\circ - D'_1$  мање од  $90^\circ - \delta'$ , тј. ако је  $A' = D' > \delta'$ , онда није тешко увидети да пол инструмента лежи западно од светског пола, а ако је  $A' = D' < \delta'$  — источно. Тада треба променити азимут поларне осовине у потребну страну, да бисмо што је могуће више приближи пол инструмента светском полу. Ако постоји нарочити завртањ за кретање у азимуту, треба дејствовати на њега у потребну страну. Ако пак постоје само три завртња у дну стуба или три положајна завртња на треношцу, од којих се један као што смо претпоставили налазио и меридијану и служио већ за промену нагиба поларне осовине према хоризонту, онда се за кретање у азимуту треба користити другим двама завртњевима, један одврћући а други исто толико заврћући. Ако се пол инструмента налази на пример источно од светског пола, није тешко увидети да тада треба источним завртњем источну страну подлоге дизати, а западним исто толико (за исти број обрта или делова обрта) спуштати западну страну. При томе је најлакше користи се истим оним начином са звездом у видном пољу, који је био поменут при опису дотеривања поларне осовине на потребну висину.

Кад бисмо све горе поменуте радње извршили потпуно тачно, и поларна би осовина била упорена тачно дуж светске осовине, и деклинациски би круг стајао потпуно тачно. Но, разуме се, ово је у пракси недостижно, — положај осовина и круга после првог низа ових радњи постану тачнији него пре тога, али скоро увек је потребно да се све радње спочетка понове да би се постигла већа тачност; разуме се, поправке ће при понављању бити мање, може бити знатно мање него после првог дотеривања.

### **187. Дотеривање часовног круга на екваторијалу.** —

Кад је тачност која се може постићи, и која на крају крајева зависи од тачности читања круга, постигнута, треба прећи на дотеривање часовног круга и на довођење визуре управно на деклинациску осовину. Угао између визуре, усмерене од окулара ка објективу, и деклинациске осовине усмерене од дурбина ка тегу, обележићемо са  $90^\circ + s$ , где  $s$  може бити позитивна или негативна величина, тј. овај угао може бити нешто већи или мањи од  $90^\circ$ ;  $s$  се назива колимација визуре. За наредне радње потребно је знати звездано време, значи или имати звездани часовник и његово стање, или средњи часовник и његово стање, па претварати средње време у звездано; велика тачност није потребна; не мари ништа ако отступање у познавању времена достиже 5, па чак и 10 секунда. Али разуме се уколико мање тачно познајемо време, утолико ће мање тачно бити дотеран часовни круг. Обележимо звездано време са  $s$ . Ухватимо у источни положај дурбина коју било (најбоље недалеко од екватора) звезду близу меридијана, чија нам је ректасцензија  $\alpha$  позната. Претпоставимо да је  $s_1$  звездано време у тренутку када се звезда налази у средини видног поља. Нека је читање часовног круга у томе тренутку  $t_1$ , а његова тражена поправка  $\Delta t$ . Тада је часовни угао звезде  $s_1 - \alpha$ . С друге стране, како се дурбин налази источно од стуба,

то је часовни угао визуре  $t_1 + \Delta t - c \sec \delta$ , где је  $\delta$  приближна величина деклинације звезде; како је визура управљена на звезду, то је

$$t_1 + \Delta t - c \sec \delta = s_1 - \alpha$$

или

$$\Delta t - c \sec \delta = s_1 - \alpha - t_1.$$

После тога преведемо дурбин на западну страну стуба и поновимо исте те радње са истом звездом. Ако обележимо читање круга са  $t_2$ , а звездано време са  $s_2$ , онда ће бити

$$t_2 + 12^h + \Delta t + c \sec \delta = s_2 - \alpha$$

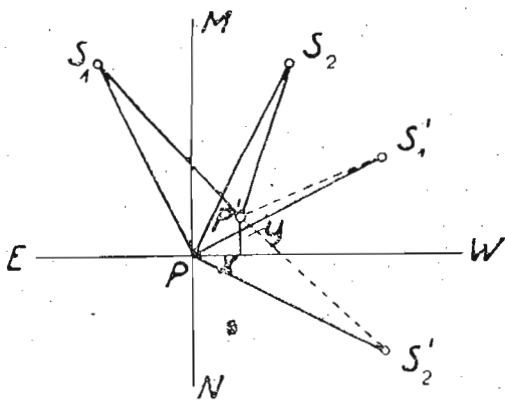
или

$$\Delta t + c \sec \delta = s_2 - \alpha - t_2 - 12^h.$$

Из последње две једначине можемо израчунати  $\Delta t$  и  $c$ .

После тога треба поправити положај часовног круга и отклонити колимацију ако је то могуће. За први циљ поставимо дурбин како било, утврдимо га по часовном углу, заузмемо читање, рецимо  $t$ , и не додирујући дурбин, обрћемо часовни круг на његовој осовини или померамо новијус све док читање место  $t$  не постане  $t + \Delta t$ . Што се тиче отклањања колимације, оно је сложеније и теже. Обично за ово нису предвиђени нарочити завртњи, већ се мора изменити угао између визуре и деклинациске осовине подметањем танких плочица између једног од прстенова који обухватају дурбин и оне металне плоче која је обично потпуно утврђена за деклинациску осовину и за коју су завртњевима утврђени прстенови који обухватају дурбин. Тешко је одмах направити подметач потребне дебљине и зато треба ићи путем постепеног приближавања. Ако  $c$  није велико, на пример  $5'$ , то га често не вреди отклањати, али је разуме се увек пријатно да колимација буде мања од  $1'$ . Слично дотеривању поларне осовине и дотеривање часовног круга корисно је проверити. На крају треба проверити правилност целог дотеривања доводећи помоћу кругова и звезданог времена дурбин на разне звезде близу екуатора и близу пола, на разним часовним угловима. Ако су све описане радње добро обављене, онда се увек звезда на коју је дурбин управљен помоћу кругова треба да нађе у средини видног поља. Поларне звезде врло су осетљиве према колимацији, јер у горе изведеним обрасцима уз  $c$  стоји коефицијент  $\sec \delta$ , а екуаторске звезде — на отступање часовног круга  $\Delta t$ .

При овом излагању ми смо потпуно занемаривали утицај рефракције и савијања дурбина и осовина. Ако се жели макар и приближно да поведе рачуна о утицају рефракције и савијању дурбина, треба звезду у меридијану бирати близу зенита, а звезду на 6 часова од меридијана бирати ближе полу; тада ће она бити посматрана близу тренутка највеће дигресије, када и рефракција и савијање дурбина мало утичу на читање деклинациског круга.



Сл 91.



Степен тачности описане методе у потпуности зависи од тачности читања кругова. Постоје и друге методе за које кругови уопште нису потребни. Једна од њих врло је проста по радњама, али захтева много времена, друга захтева сложеније радње, али се остварује брже.

**188. Методе дотеривања поларне осовине без употребе кругова.** — Прва се метода заснива на овоме (сл. 91): нека је  $NPM$  — меридијан,  $P$  — светски пол,  $WPE$  — часовни круг, управан на меридијан, тј. на  $\pm 6^h$ ;  $P'$  — пол инструмента,  $S_1$  — звезда не сасвим близу пола, на часовном углу  $t$  пре прелаза кроз меридијан,  $S_2$  — иста звезда при истом толиком часовном углу после пролаза кроз меридијан;  $x$  и  $y$  — координате пола инструмента у односу на осовине  $WPM$ . Водећи рачуна о томе да су углови  $PS_1P'$  и  $PS_2P'$  при малим вредностима  $x$  и  $y$  мали, тако да се њихи косинуси могу узети за јединице, са слике добијамо

$$\begin{aligned} PS_1 &= P'S_1 + y \cos t - x \sin t, \\ PS_2 &= P'S_2 + y \cos t + x \sin t. \end{aligned}$$

Како је  $PS_1 = PS_2$ , то је  $P'S_1 - P'S_2 - 2x \sin t = 0$ , или  $2x \sin t = P'S_1 - P'S_2$ .

На сличан начин, посматрајући другу звезду  $S'$  у два положаја, симетрична према часовном кругу  $PW$ , тј. на часовним угловима  $6^h - t'$  и  $6^h + t'$ , наћи ћемо да је  $2y \sin t' = P'S'_2 - P'S'_1$ . Имајући ово у виду обављамо ове радње. Наводимо дурбин на коју било звезду у горњој кулминацији, само не близу пола, на часовном углу  $t$  пре њеног пролаза кроз меридијан;  $t$  не треба да буде мање од пола часа, али није погодно бираги га већег од два часа. Утврдимо дурбин по деклинацији и забележимо звездано време са тачношћу до минуте. Оставимо дурбин на миру и израчунамо тачно часовни угао при коме је извршено навођење (за то је потребно, разуме се, знати стање часовника и реткасцензију звезде). Пошто смо сачекали време док звезда прође кроз меридијан и нађе се исто толико западно од њега колико је била источно при првом навођењу, уперимо дурбин на звезду, чувајући се да не променимо нагиб дурбина према поларној осовини, зато је најбоље не додиривати сам дурбин, већ га обртати око поларне осовине држећи онај крај деклинациске осовине на коме се налази тег. Оног тренутка када западни часовни угао звезде постане једнак ранијем источном, треба уочити на ком је отстојању била звезда од средишта видног поља у правцу деклинациског круга, другим речима на коме ће отстојању од средишта видног поља она проћи услед свог дневног кретања. Оценићемо ово отстојање у деловима полупречника видног поља, па и у лучним минутима, ако знамо полупречник видног поља у угловној мери, и уочити да ли је поларно отстојање звезде веће или мање од поларног отстојања визуре, тј. да ли звезда пролази јужно или северно од средине видног поља. Ако пролази северно,  $x$  је позитивно, тј. пол инструмента лежи западно од меридијана, ако пролази јужно,  $x$  је негативно тј. пол инструмента лежи источно од меридијана. Отстојање на коме звезда пролази од средине видног поља једнако је  $2x \sin t$ ; како су нам ово отстојање и  $t$  познати, можемо израчунати  $x$  ако поделимо отстојање са  $2 \sin t$ . Сад је јасно зашто се не може  $t$  узимати сувише мало; при малом  $t$  ово отстојање може бити непри-

метно, само ако  $x$  није врло велико; с друге стране није потребно бирати  $t$  веће од  $2^h$  или  $30^\circ$ , јер је већ при  $t = 30^\circ$ ,  $2 \sin t = 1$ . Кад смо израчунали  $x$  треба исправити положај поларне осовине оним завртњевима и на начин о којима је већ била реч.

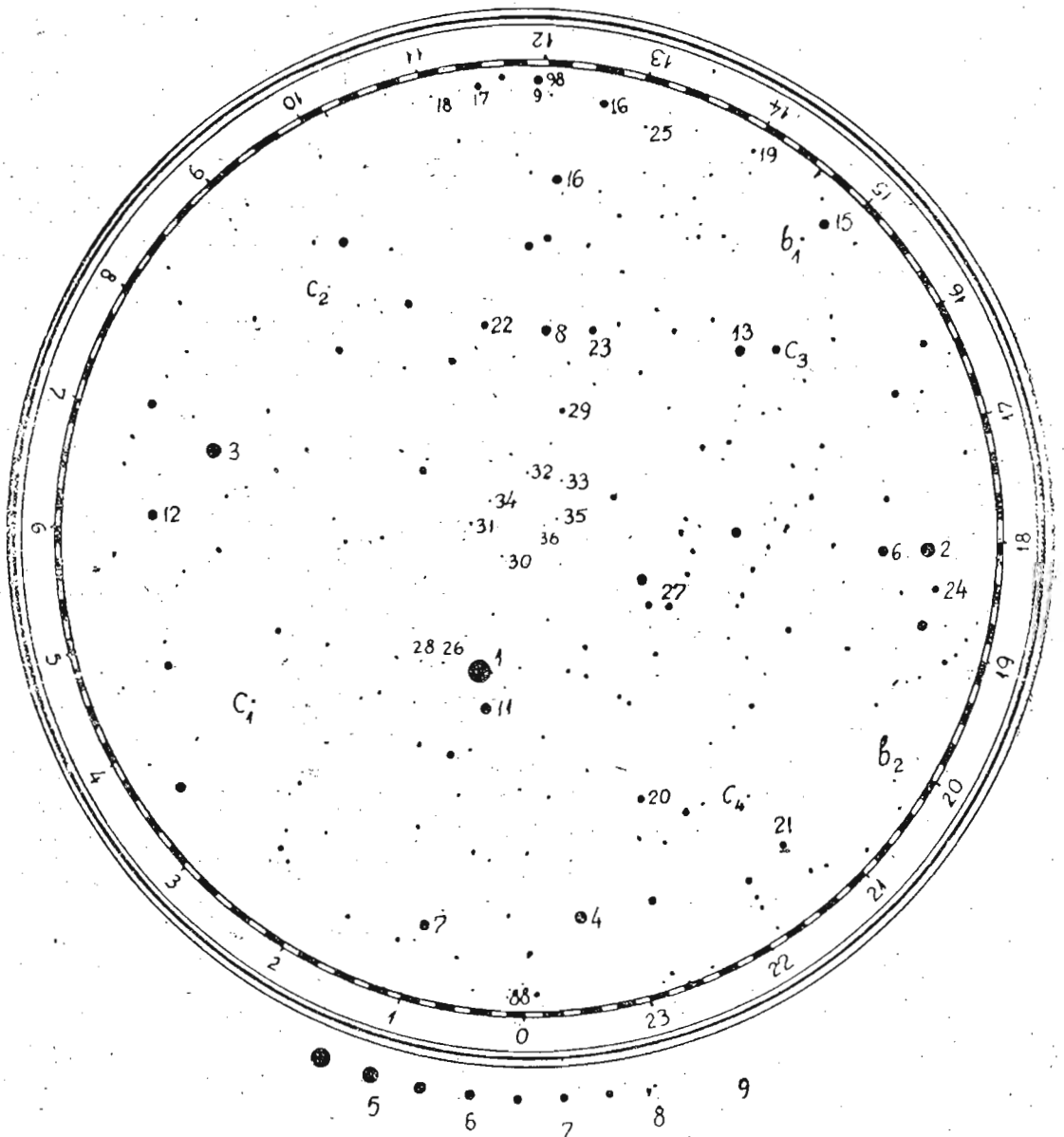
После тога примењујемо потпуно исту методу на звезду западно од меридијана на часовним угловима  $90^\circ - t'$  и  $90^\circ + t'$  и закључујемо, ако она при углу  $90^\circ + t'$  пролази јужно. (северно) Од средине видног поља, да је у позитивно (негативно), тј. да пол инструмента лежи изнад (испод) светског пола; отстојање на коме пролази звезда при другом њеном посматрању од средишта видног поља једнако је  $2 u \sin t'$ ; кад смо израчунали  $u$ , поправљамо односним завртњевима нагиб поларне осовине према хоризонту. Разуме се да се за тачнија одређивања отстојања у видном пољу можемо користити микрометром с концима (§ 189) или каквом било мрежом конаца. Уколико се ово тачније врши, утолико се може бирати мањи угао  $t$ , само је потребно ово вршити на једнаким часовним угловима да би се отклонио утицај рефракције; у том истом циљу при посматрању звезда на часовном углу око  $6^h$  корисно је бирати звезду ближе полу, тада ће посматрање бити близу тренутка највеће дигресије, када се утицај рефракције на деклинацију своди на нулу; али се ни у том случају мали утицај рефракције на  $u$  не може потпуно отстранити. Видимо да ова метода може дати врло тачне вредности координата  $x$  и  $u$ , она не захтева познавање деклинације звезде, а ректасцензију је довољно знати на временску минуто, али она захтева много времена за примену, нарочито када треба поправљати положај поларне осовине, јер за радње са сваком звездом треба читав час.

Друга метода за дотеривање поларне осовине без кругова ништа није мање тачна од прве. Она захтева мање времена за рад с дурбином, али је он сложенији у погледу избора звезда и тражи више посматрачеве пажње. Њу вреди примењивати само у случају кад је већ извршено претходно дотеривање поларне осовине, кад  $x$  и  $u$  износе само мали број лучних минута, а жели се достићи већа тачност у дотеривању. Ево њене основне замисли. Замислимо идеалан случај: да је поларна осовина дотерана тачно, да се  $P$  и  $P'$  поклапају и да на небу имамо три звезде са једнаким малим поларним отстојањем и ректасцензијама које се приближно разликују за по  $6^h$ , тј. износе  $\alpha$ ,  $\alpha + 6^h$  и  $\alpha + 12^h$ ; кад се прва звезда налази у доњој кулминацији, да се друга налази на часовном углу  $6^h$  западно, а трећа у горњој кулминацији. Ако тада уперимо дурбин на прву звезду кад се она налази у доњој кулминацији, доведемо је у средиште видног поља и пажљиво обрћемо дурбин око поларне осовине држећи за тег, и друга и трећа звезда ће у том случају тачно проћи кроз средиште видног поља. Разуме се на небу не постоје такве три довољно сјајне звезде, па ако се овај услов довољно тачно и оствари, то неће бити увек, јер се услед прецесије светски пол помера по звезданом небу и поларна се отстојања мењају у току времена, а осим тога утичу и нутација и аберација. Претпоставимо зато да њина поларна отстојања нису међу собом једнака, већ да се мало разликују једно од другог и да су нам њине тачне вредности  $p_1$ ,  $p_2$  и  $p_3$  познате. У том случају можемо дурбин поставити тако да најјужнија од ове три звезде пролази јужно од средине видног поља, најсевернија северно, а средња ближе средишту од осталих. Нека су њана отсто-

јања од средишта видног поља у лучним минутама  $a_1$ ,  $a_2$  и  $a_3$  сматрајући их позитивним јужно од средишта и негативним северно од њега. Ако тада обележимо са  $p$  непознато углавно отстојање средишта видног поља од пола инструментовог, имаћемо:

$$p_1 = p + a_1, \quad p_2 = p + a_2, \quad p_3 = p + a_3.$$

Ако је по претпоставци поларна осовина тачно дотерана и пол инструмента се поклапа са светским полом, онда свака од ове три једначине мора дати исту вредност  $p$  на основи познатих величина  $p_1$ ,  $a_1$ ;  $p_2$ ,  $a_2$ ;  $p_3$ ,  $a_3$ . Ако то није случај, значи да се пол инструмента не поклапа са светским полом. И доиста, ако је то тако, лако је видети да при веома



Сл. 92. Звездана карта северне поларне области

малим вредностима  $x$  и  $y$  у поређењу са  $p_1$ ,  $p_2$  и  $p_3$ , под претпоставком да је  $p_1$  поларно отстојање звезде изнад пола,  $p_2$  звезде која се налази

на  $6^h$  западно и  $p_3$  звезде у доњој кулминацији, имамо приближно али за праксу довољно тачно:

$$p_1 = p + y + a_1, \quad p_2 = p + x + a_2, \quad p_3 = p - y + a_3.$$

Одатле добивамо

$$y = \frac{1}{2} (p_1 - p_3) - \frac{1}{2} (a_1 - a_3),$$

$$x = -\frac{1}{2} (p_1 + p_3) + p_2 + \frac{1}{2} (a_1 + a_3) - a_2.$$

Да би ово посматрање било могуће, тј. да би се све три звезде једна за другом могле видети у видном пољу дурбина који је утврђен у деклинацији, треба да се величине  $p_1 - y$ ,  $p_2 - x$ ,  $p_3 + y$  разликују једна од друге највише за угловни пречник употребљеног окулара; због тога се последња метода и може применити само када отступања  $x$  и  $y$  нису велика и захтева избор звезда са врло блиским деклинацијама. Ако се ти услови могу остварити могу се израчунати  $x$  и  $y$  из вредности  $p_1$ ,  $p_2$  и  $p_3$  узетих из каталога и посматраних вредности  $a_1$ ,  $a_2$  и  $a_3$ , а затим се могу, ако је потребно, смањити  $x$  и  $y$  обртањем завртања за дотеривање.

#### Средњи положаји звезда (еквиноциј 1925,0).

Озачка на карти	$\alpha$	Годишња промена	$\delta$	Годишња промена
Група а				
7	$1^h 02^m 55^s$	+ 9 <sup>s</sup> ,436	86°14'51",5	+ 19",296
12	6 19 09	+ 26 ,576	86 45 03 ,7	- 1 ,772
10	12 14 37	+ 1 ,529	86 51 09 ,9	- 20 ,004
6	17 58 28	- 22 ,408	86 59 44 ,1	- 0 ,133
4	23 27 43	- 0 ,316	86 53 38 ,0	+ 19 ,866
Група б				
5	3 42 25	+ 20 ,825	86 24 46 ,4	+ 11 ,259
$b_1$	14 42 44	- 11 ,068	85 28 38 ,1	- 15 ,202
$b_2$	19 50 12	- 16 ,051	86 27 17 ,3	+ 9 ,276
Група с				
$c_1$	4 05 12	+ 28 ,214	87 19 49 ,8	+ 9 ,641
$c_2$	9 25 35	+ 19 ,945	87 11 34 ,5	- 15 ,730
$c_3$	15 19 12	- 18 ,480	87 17 25 ,4	- 12 ,947
$c_4$	21 10 07	- 15 ,643	87 14 32 ,7	+ 14 ,793

Разумљиво је да се место звезде која се налази на  $6^h$  западно од меридијана, може узети звезда  $6^h$  источно од њега; тада ће друга једначина имати облик  $p_2 = p - x + a_2$ . Ако су  $x$  и  $y$  мали, није потребно посматрати тачно у меридијану и на  $6^h$  од њега; може се отступити и по пола часа ако се не тежи крајњој тачности. Ако се тежи крајњој тачности, морају се осим тога унапред израчунати привидна поларна

отстојања звезда водећи рачуна о утицају нугације, аберације и рефракције на њих. Ако их занемаримо, отстапање у израчунавању  $x$  и  $y$  може достићи  $0,5$ , али неће достићи  $1'$ . За ову се методу могу изабрати звезде само ако имамо при руци тачне каталоге поларних звезда. Неколико група звезда подесних за ову сврху приказане су у табlici на претходној страни.

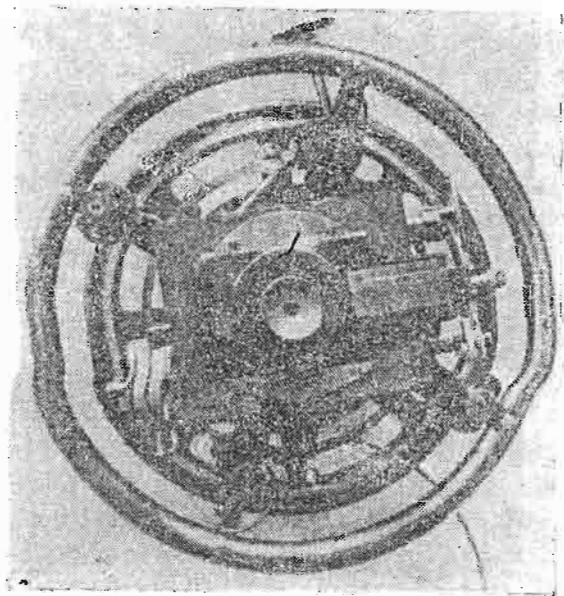
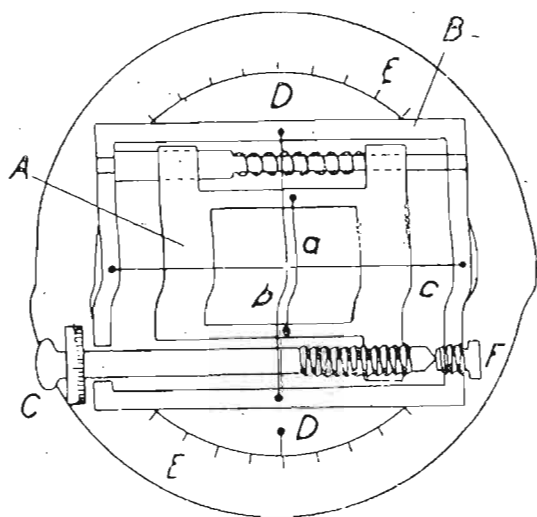
Приложена карта поларне области (сл. 92), позајмљена из звезданог атласа професора А. А. Михайлова, у коме се положаји звезда односе на положај пола у почетку 1900 г., служи за налажење ових звезда на небу.

## ГЛАВА ДВАДЕСЕТ ДРУГА

### МИКРОМЕТАР С КОНЦИМА И МИКРОМЕТАР С ПРСТЕНОМ ХЕЛИОМЕТАР

**189. Опис микрометра с концима.** — За визуална мерења разлика ректасцензија и деклинација међусобно блиских небеских тела служе микрометри, тј. инструменти за мерење малих угловних растојања. Они се причвршћују на окуларни крај екваторијала. Ми ћемо описати два типа микрометра који се најчешће употребљавају: микрометар с концима и микрометар с прстеном.

Микрометар с концима састоји се од пауковог конца *a* разапетог на оквиру *A*, који се може померати прецизним микрометарским завртњем с неколико десетина завртњевих обрта, тј. неколико десетина милиметара. Притом се може читати број завртњевих обрта и делова обрта почев од неке произвољно изабрате нуле. Конци се померају управно на сопствени правац. Овај оквир са лежиштем по



Сл. 93. Схема микрометра с концима

Сл. 94. Спољни изглед микрометра с концима

коме се креће смештен је у кутију *B* утврђену за прстен *D* који се може обртати у другом прстену *E*, тако да се уствари обрће око осовине управне на равни кретања коначца; ова раван треба да се поклапа са жишном равни објектива. Са спољашњим прстеном у вези је круг подељен на степене и делове степена, а са унутрашњим прстеном индекс према коме се може читати круг обично са тачношћу до  $1'$ . Овај се круг назива позициски или положајни круг.

Спољашњим прстеном  $E$  микрометар се углављује у окуларни крај дурбина, а окуларна цев се уврће у плочу испред равни кретања конача тако да се 1) окулар може померати док се конци не буду оштро видели и 2) може померањем целе окуларне цеви добити оштар лик звезде и на тај начин довести раван кретања конача до поклапања са жижном равни објектива. Одмах затим треба се уверити у отсуство паралаксе између конача и звезде, онако као што је показано у § 17.

Огвор оквира који носи конач је већи од окуларевог поља вида. Стога, да би се кроз окулар могао прегледати, макар и неједновремено, цео отвор оквира, плоча у коју се уврће окуларна цев може се померати често у два узајамно управна правца.

Напоследку обично постоји још и завртањ, паралелан поменутом главном завртњу, с друге стране кутије, којим се цела кутија (заједно са главним завртњем) може померати за неколико завртњевих обрта; овај други помоћни завртањ нема котура (на сл. 93 није приказан).

Да би се конци могли видети заједно са звездама, или се видно поље осветљава малом сијалицом, која се налази у унутрашњости дурбина, подаље од окулару, или се осветљавају микрометарски конци малом сијалицом (боље са више сијалица), чији се зраци простиру косо према равни кретања конача и не падају у окулар.

**190. Намена микрометра с концима.** — Као што је већ било речено у претходном параграфу, микрометар с концима служи за одређивање разлика ректасцензија и деклинација међусобно блиских небеских тела. У XIX веку, пре него што је усавршена примена фотографије у астрономији, он се примењивао на мерење релативних положаја звезда у звезданим јатима, одређивање  $\alpha$  и  $\delta$  планете и комете мерењем разлика  $\alpha$  и  $\delta$  планете (или комете) и  $\alpha$  и  $\delta$  оближње звезде, за коју су се  $\alpha$  и  $\delta$  могли наћи у звезданим каталозима, на слично одређивање  $\alpha$  и  $\delta$  маглина и, напоследку, на мерење узајамног положаја компонената двојних звезда (оптичких и физичких). У данашње се време одређивање релативних положаја звезда и маглина знатно удобније и тачније врши фотографски и микрометар се за ову сврху не употребљава. На остале задатке примењује се и микрометар и фотографија.

**191. Принцип одређивања разлика ректасцензија и деклинација.** — За одређивање  $\alpha$  и  $\delta$  планета или комета изабере се звезда која се види близу ње с познатим  $\alpha_*$  и  $\delta_*$ , и то с таквим  $\delta_*$  да разлика  $\delta_*$  и  $\delta$  буде мања од пречника видног поља употребљеног окулару, а да разлика  $\alpha_*$  и  $\alpha$  износи мали број временских минута (1—2—3). Разлике  $\delta_* - \delta$  и  $\alpha_* - \alpha$  мере се на овај начин.

Обртањем кутије микрометра посматрач доведе конач паралелно дневном паралелу звезде; да би то постигао, посматрач учврсти дурбин и кад звезда уђе у видно поље доведе је на конач завртњем и посматра да ли се лик звезде креће по концу; ако он силази с конца, онда обртањем микрометарске кутије по положајном кругу дотера конач тако да звезда при свом кретању не силази са њега, па запише читање положајног круга  $A_0$ . После тога дурбин се пробањем доведе по деклинацији тако да при дневном кретању и планета и посредничка звезда пролазе кроз видно поље; зато је и потребно да разлика њихових деклинација буде мања од пречника видног поља. Када је ово постигао, посматрач се брижљиво чува да не покрене и да не куцне дурбин и

при пролазу звезде кроз видно поље (претпоставимо да она пролази пре планете) наводи микрометарски конац на њу (1—2—3 пута) и чита број обрта и делова обрта микрометарског завртња  $B_*$ ; а када затим буде пролазила кроз видно поље планета (или језгро комете) он наводи микрометарски конац на њу, добива читање завртња  $B$  и записује у посматрачку бележницу које је од тих небеских тела северније. После тога он обрне микрометарску кутију по положајном кругу за  $90^{\circ}00'$  тако, да конац дође у положај паралелан деклинациском кругу, опет доведе дурбин испред звезде и понова посматра њен, а затим планетин пролаз кроз видно поље и бележи по хронометру или на хронографу тренутке њених пролаза  $T_*$  и  $T$  иза конца. Јасно је да ће разлика  $T - T_*$  бити једнака разлици ректасцензија звезде и планете  $\alpha - \alpha_*$ ; па према томе можемо написати

$$\alpha = \alpha_* + (T - T_*).$$

С друге стране јасно је да разлика читања  $B_* - B$  по апсолутној вредности преставља разлику деклинације звезде и планете и да бисмо је изразили и угловним јединицама треба само, пошто из читања отстранимо завртњева отступања, да претворимо завртњева обрте у лучне секунде, а за то је потребно знати вредност једног завртњевог обрта у лучним секундама, тј. број лучних секунда, који одговара једном завртњевом обрту, разуме се за дати објектив. За ту сврху најбоље је користити се оним блиским звездама, чије су разлике деклинација тачно измерене меридијанским круговима. Напосе за ову сврху одређени су положаји низа звезда у сазвежђу Персеја, између  $2^h 11^m 22^s$  и  $2^h 12^m 53^s$  и  $+56^{\circ}32'$  и  $56^{\circ}51'$  (1900,00), нарочито њине деклинације. Посматрач много пута мери разлику деклинација тих звезда обртима микрометарског завртња. Упоредивањем разлике деклинација изражене у лучним секундама с разликом тих деклинација израженом у завртњевим обртима он ће наћи колико се лучних секунда садржи у једном завртњевом обрту. Осим тога вредност једног завртњева обрта може се одредити посматрањем пролаза неке поларне звезде иза низа узастопних положаја покретног конца постављеног паралелно деклинациском кругу, слично одређивању отстојања бочних конаца од средњег у пасажном инструменту.

**192. Посматрања микрометром савременог типа.** — Нимало није повољно задовољавати се посматрањем пролаза небеских тела иза једног јединог конца. Стога обично постоје неколико покретних конаца, али која морају бити међусобно паралелни. Осим тога, на другом оквиру, непомично утврђеном у поменутој кутији, разапето је неколико непокретних конаца, који се не могу кретати микрометарским завртњем, а који су такође паралелни са покретним. (На сл. 93 приказан је један непокретан конац  $b$ ). Од таквог микрометра посматрач има двоструку корист: 1) при одређивању разлика ректасцензија посматра онолико пролаза сваког небеског тела колико има непокретних и покретних конаца; 2) при одређивању разлика деклинација не мора да обрне микрометарски завртњак за цео износ разлике деклинација. У том циљу посматрач поступа на овај начин: при пролазу првог небеског тела, између његових пролаза иза конаца, поставља на њ микрометарским завртњем (2—4 пута) један од њему најближих, на пример север-



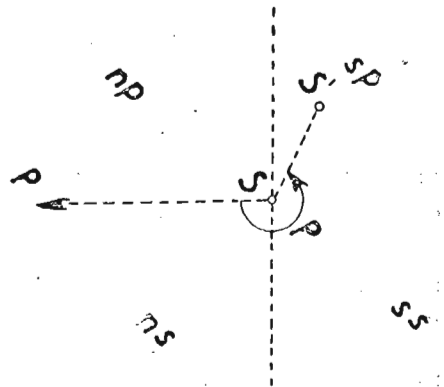
нијих конаца, а затим за време пролаза другог небеског тела, наводи на њ други њему најближи од јужнијих покретних конаца и, према томе, микрометар се обрће за мали број обрта; на тај начин се штеди време и мање се хаба завртањ. Али за обављање оваквих посматрања морамо, разуме се, знати угловна растојања међу покретним концима. Она се добијају мерењем разлика деклинација оних звезда чије су координате одређене меридијанским круговима. За обраду посматрања пролаза оба небеска тела иза непокретних конаца треба одредити отстојања ових конаца од средњег; а ово се врши као код пасажног инструмента посматрањем пролаза једне поларне звезде иза ових конаца. Када се на тај начин измере отстојања бочних коваца од средњег, могу се сва посматрања свести на средњи ковац по обрасцу  $f \sec \delta$  (в. гл. XVI) и узети аритметичка средина свих бројева. Њихова разлика за оба небеска тела је разлика ректасцензија ових тела.

При описаној методи посматрања све се ове разлике односе на један тренутак (на средину тренутака пролаза тога небеског тела, на пример планете, чије се координате мењају), а разлике  $\delta$  на други тренутак (средину тренутака у којима се врши навођење покретног коваца на небеско тело с променљивим координатама). Ово се може избећи ако поред непокретних конаца, паралелних покретним, постоје и непокретни конци управни на покретним, а међу собом паралелни. (На сл. 93 приказан је само један од њих с). Тада се ти непокретни конци обртањем кутије доводе паралелно дневном кретању, затим се кутија обрне по положајном кругу за  $90^\circ$ , посматрају се тренуци пролаза небеског тела иза ових конаца (непаран број), а на одређеним местима између конаца, симетрично према средњем концу, врше се навођења једног или другог покретног коваца (в. горе) на небеско тело. На тај начин постиже се то да се за тренутак посматрања и једне и друге координате добива тренутак пролаза небеског тела иза средњег непокретног коваца; мала несиметричност у распореду коваца није од битног значаја.

Из простих геометријских расуђивања види се, ако су конци који служе за одређивање разлика ректасцензија нагнути према деклинациском кругу за мали угао  $i$ , да се разлика ректасцензија добија са отступањем које износи  $(\delta' - \delta) \operatorname{tg} i$ , где је  $\delta' - \delta$  разлика деклинација оба посматрана небеска тела; на пример при  $i = 1'$  и  $\delta' - \delta = 600''$  ово отступање износи  $0'',17$ , што се још може допустити, али већа отступања у  $i$  треба избегавати. Напротив, при мерењу  $\delta' - \delta$  отступање које долази од непоклапања правца кретања коваца, тј. вођице по којој се креће оквир са покретним концима с правцем деклинациског круга, доводи до угла  $i$  међу њима и до угла  $i'$  између вођице и завртњеве осовине који доводе до отступања на мерењу  $\delta' - \delta$ , које износи само  $(\delta' - \delta) (1 - \cos i) (1 - \cos i')$ , тј. које је, као што се није тешко уверити, сасвим незнатно под условом да су конци међу собом паралелни и да се навођења коваца на оба тела врше на истим местима између непокретних конаца, на пр. тачно по средини између одређених суседних конаца; иначе се може појавити неуправност покретних конаца према правцу њихова кретања.

**193. Мерење положајног угла и растојања.** — Ако су небеска тела тако близу да се једновремено виде у видном пољу окулар, онда се место мерења разлике ректасцензија и деклинација може

мерити њихово *угловно растојање* и *позициски* или *положајни угао*. Тако се назива угао  $P$  с теменом у звезди  $S$  између деклинациског круга звезде  $S$ , усмереног од  $S$  ка северном небеском полу, и великог круга  $SS'$  који пролази кроз  $S$  и другу звезду  $S'$ ; он се рачуна у смеру од деклинациског круга супротно казаљки на часовнику (сл. 95). Да би се измерило растојање  $SS'$  и положајни угао  $p$  скоро је неопходно кретање дурбина часовним механизмом. Тада се мерена тела не удаљују из видног поља услед дневног кретања и посматрачу је знатно олакшан рад. За то су потребни један покретан конач (а) и два непокретна: један паралелан с покретним (b), други управан на њему (c). Посматрач постави покретан конач паралелно дневном кретању небеског тела  $S$ , прочита положајни круг (читање  $A_0$ ), затим обрне кутију с концима тако да тај исти конач прође кроз средиште ликова небеских тела  $S$  и  $S'$  и понова прочита круг (читање  $A$ ). Разлика ових читања заједно с простим пртежем онога што посматрач види, у дурбину или с кратким описом међусобног распореда небеских тела омогућује да се израчуна положајни угао.



Сл. 95.

Кратак спис међусобног положаја треба да садржи податке о томе да ли је небеско тело  $S'$  северно или јужно од  $S$  ( $n$ ,  $s$  или  $c$ ,  $j$ ) и да ли се  $S'$  креће испред  $S$  ( $p$ ,  $\pi$ ) или иза њега ( $f$ ,  $c$ ) у дневном кретању. На тај начин:

$S'nf$  или  $ss$  означава да се  $S'$  налази северно од звезде  $S$  и да иде иза ње, тј. да положајни угао лежи између  $0^\circ$  и  $90^\circ$ .

$S'sf$  или  $js$ , — да се звезда  $S'$  налази јужно од  $S$  и да иде за њом, тј. да положајни угао лежи између  $90^\circ$  и  $180^\circ$ ;

$S'sp$  или  $jp$ , — да се звезда  $S'$  налази јужно од  $S$  и да иде испред ње, тј. да положајни угао износи између  $180^\circ$  и  $270^\circ$ .

$S'np$  или  $sp$ , — да звезда  $S'$  лежи северно од звезде  $S$  и да иде испред ње, тј. да положајни угао износи између  $270^\circ$  и  $360^\circ$ .

Разлика читања  $A - A_0$ , коју треба узимати увек позитивну и мању од  $90^\circ$ , даје величину угла између  $SS'$  и паралела у сваком квадранту.

Да би измерио растојање  $SS'$  посматрач обрне микрометарску кутију за  $90^\circ$  тако да конач с падне дуж линије  $SS'$ , доведе непокретан конач  $b$  на звезду  $S$ , покрећући целу микрометарску кутију завртњем без котура, а покретан конач  $a$  микрометарским завртњем на звезду  $S'$  и забележи читање завртња  $B$ . Кад би тада знао читање  $B_0$  које се добива кад се оба конца поклапају,  $B - B_0$  (или  $B_0 - B$ ) дало би растојање  $SS'$ , изражено у завртњевим обртима; а знајући вредност једног обрта (в. горе)  $SS'$  би могао изразити у лучним секундама. Искуство показује да се  $B_0$  не добива тачно ако се трудимо да доведемо до поклапања покретни конач са ковцем  $b$ ; оно се знатно тачније добива ако се покретни конач приближи с једне стране, затим с друге стране концу  $b$  толико да између њих остане једва приметан размак; тада средња вредност положаја ова два покретна конца, тј. аритметичка средина два односна завртњева читања даје положај и читање које одговара поклапању оба конца.

Кад посматрамо тела која се брзо крећу (планете, комете) треба бележити са хронометра тренутак сваког посматрања и зато је боље, и ако је теже, наводити конач с на линију  $SS'$ , а друге конце на  $S$  и  $S'$ , и све то одједанпут.

Кад знамо растојање  $\rho$  и положајни угао  $p$ , можемо за сваки тренутак посматрања израчунати разлике  $\alpha' - \alpha$  и  $\delta' - \delta$ . Дойста, ако је  $\rho$  мало може се узети да је

$$\begin{aligned} (\alpha' - \alpha) \cos \delta &= \rho \sin p, \\ \delta' - \delta &= \rho \cos p. \end{aligned}$$

После тога може се из свих мерења  $\alpha' - \alpha$  и  $\delta' - \delta$  узети аритметичка средина, која одговара аритметичкој средини тренутака посматрања.

Из  $\rho$  и  $p$  не могу се узимати аритметичке средине, јер се  $\rho$  и  $p$  ни приближно не мењају сразмерно времену.

**194. Мерења двојних звезда.** — Ако су  $S$  и  $S'$  тела која се не крећу брзо, на пример компоненте двојних звезда, подесније је за мерење  $\rho$  поступати на овај начин: пошто је конач  $a$  довео у правац  $SS'$ , посматрач најпре завртњем без котура наводи конач  $b$  на звезду  $S$ , а покретни конач микрометарским завртњем на звезду  $S'$  (читање  $B_1$ ); затим помера целу кутију завртњем без котура тако да конач  $b$  прође кроз звезду  $S'$ , а затим помери покретни конач и доведе га до поклапања са звездом  $S'$  и концем  $b$  и, даље, са звездом  $S$  (читање  $B_2$ ). На тај начин он помера покретни конач за *двоструко* растојање између  $S$  и  $S'$ ; стога је разлика између оба читања  $B_1$  и  $B_2$ , претворена у лучне секунде, једнака  $2\rho$ . На овај начин отпада увек оно мало несигурно читање које одговара поклапању конача. Тако се мере растојања двојних звезда; положајни углови се мере као што је горе описано (покретни конач на дневни паралел и затим на линију  $SS'$ ).

**195. Микрометар с прстеном** је најпростији микрометар за мерење разлика ректасцензија и деклинација; он се састоји од једног или од неколико концентричних прстенова постављених у жижу објектива. Ови прстенови могу бити уцртани дијамангом у стаклу; када треба да се виде, видно поље се осветли малом сијалицом или се још боље осветле прстенови са стране (светли прстенови на тамном пољу); или се челични прстенови ставе на стаклену плочицу; они се израђују довољно дебели да би се могли видети без икаквог осветљења на залеђу неба најтамније ноћи.

Посматрање се овим микрометром састоји у томе што посматрач покрај непокретног дурбина бележи са хронометра тренутке пролаза два небеска тела кроз обим прстена, на пример звезде са познатим координатама  $\alpha$  и  $\delta$  и планете или језгра комете с непознатим  $\alpha'$  и  $\delta'$ ; разуме се, разлика деклинација не сме зато бити већа од угловног пречника прстенова (угао с теменом у унутрашњој главној тачки објектива и с крацима који пролазе кроз крајеве линиског пречника прстена), а разлика  $\alpha' - \alpha$  не сме бити ни сувише мала ни сувише велика.

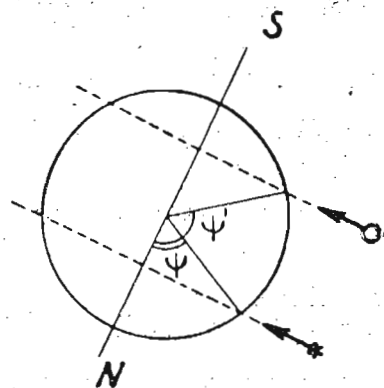
Ма на ком отстојању од средишта прстена пролазило небеско тело, аритметичка средина тренутака његова пролаза кроз обим је тренутак пролаза тога небеског тела кроз деклинациски круг који пролази кроз средиште прстена, само ако претпоставимо да небеско тело

нема осетно сопствено кретање по деклинацији. Стога ако су  $T_1$  и  $T_2$  тренуци пролаза звезде, а  $T_1'$  и  $T_2'$  — планете, можемо написати

$$\alpha' = \alpha + \frac{1}{2}(T_1' + T_2') - \frac{1}{2}(T_1 + T_2)$$

и та вредност  $\alpha'$  односи се на тренутак  $\frac{1}{2}(T_1' + T_2')$  са хронометра.

Да би се израчунала разлика деклинација  $\delta' - \delta$  треба знати угловни полупречник круга. Нека је он једнак  $r$  лучних секунда. Обележимо са  $\delta_0$  непознату деклинацију средишта круга. Нека је  $NS$  деклинациски круг који пролази кроз средиште круга;  $\psi$  — угао између правца  $SN$  (ка северном небеском полу) и полупречника повученог кроз тачку пресека паралела звезде са кругом;  $\psi'$  — односни угао за планету. Ако тада сл. 96 будемо сматрали за равну зато што је мала и ако претпоставимо да небеско тело нема знатно сопствено кретање ни у  $\alpha$  ни у  $\delta$ , добићемо ове једначине



Сл. 96

$$\begin{aligned} \delta - \delta_0 &= r \cos \psi, & 15 \cdot \frac{1}{2}(T_2 - T_1) \cos \delta &= r \sin \psi, \\ \delta' - \delta_0 &= r \cos \psi', & 15 \cdot \frac{1}{2}(T_2' - T_1') \cos \delta' &= r \sin \psi'. \end{aligned}$$

Ако је  $r$  познато, из две једначине с десне стране налазимо  $\psi$  и  $\psi'$ , а после чега из  $r(\cos \psi' - \cos \psi)$  добивамо  $\delta' - \delta$ .

Да бисмо одредили  $r$  треба само да посматрамо на исти начин пролаз двеју звезда с познатим деклинацијама  $\delta$  и  $\delta'$ . Ако величине  $15 \cdot \frac{1}{2}(T_2 - T_1) \cos \delta$  и  $15 \cdot \frac{1}{2}(T_2' - T_1') \cos \delta'$  обележимо са  $\mu$  и  $\mu'$ , добивамо:

$$\mu = r \sin \psi, \quad \mu' = r \sin \psi', \quad \delta' - \delta = r(\cos \psi' - \cos \psi).$$

Према томе,

$$\frac{\mu + \mu'}{\delta' - \delta} = \frac{\sin \psi + \sin \psi'}{\cos \psi' - \cos \psi} = \frac{2 \sin \frac{1}{2}(\psi + \psi') \cos \frac{1}{2}(\psi - \psi')}{2 \sin \frac{1}{2}(\psi + \psi') \sin \frac{1}{2}(\psi - \psi')} = \operatorname{ctg} \frac{1}{2}(\psi - \psi'),$$

$$\frac{\mu - \mu'}{\delta' - \delta} = \frac{\sin \psi - \sin \psi'}{\cos \psi' - \cos \psi} = \operatorname{ctg} \frac{1}{2}(\psi + \psi').$$

Како су  $\delta$ ,  $\delta'$ ,  $\mu$  и  $\mu'$  познати, биће и углови  $\frac{1}{2}(\psi - \psi')$  и  $\frac{1}{2}(\psi + \psi')$  по-

знати; према томе, ако  $\frac{1}{2}(\psi - \psi')$  обележимо са  $A$ , а  $\frac{1}{2}(\psi + \psi')$  са  $B$ , биће  $\psi = A + B$ ,  $\psi' = B - A$ , а  $r$  ћемо добити из једног од израза

$$r = \frac{\delta' - \delta}{\cos(B - A) - \cos(B + A)} = \frac{\delta' - \delta}{2 \sin A \sin B} = \frac{\mu}{\sin(A + B)} = \frac{\mu'}{\sin(B - A)} =$$

$$= \frac{\mu + \mu'}{2 \sin B \cos A} = \frac{\mu - \mu'}{2 \sin A \cos B}$$

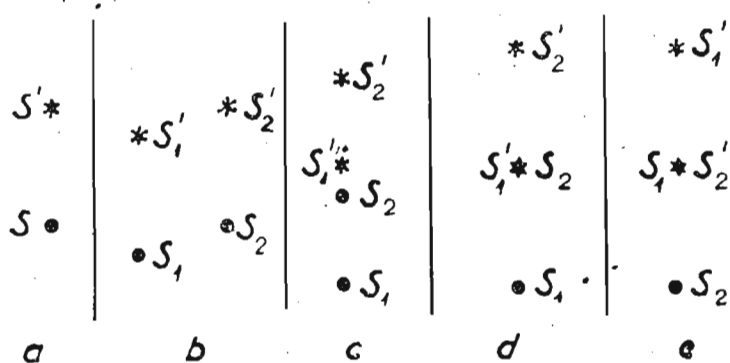
### 196. Потреба обрачунавања утицаја рефракције. —

Обрада посматрања извршених, било микрометром с концима, било микрометром с прстеном, сложенија је него што је изложено у претходним параграфима, јер се мора узети у обзир утицај сопственог кретања планете или језгра комете и утицај рефракције. Ми нећемо изводити ове утицаје у нашем кратком курсу. Они који се интересују наћи ће ова питања изложена у књигама Бринова или Човенета, поменутих у предговору, или у чланку E. Becker-a, „Mikrometer und Mikrometermessungen“, Handwörterbuch der Astronomie, herausgegeben von W. Valentiner, Bd. III, 1, Breslau, 1899. Последња књига садржи нарочито подробан опис разних врста микрометара, посматрања са њима и обраде ових посматрања.

**197. Хелиометар** је инструменат оригиналног састава, који служи за визуално мерење угловних растојања између небеских тела, која могу достићи  $1^\circ$ , док микрометром с концима можемо мерити растојања само до неких  $20'$ . Хелиометар је био конструисан нарочито за мерење Сунчева полупречника, одакле је и добио свој назив, али се он у пракси чешће употребљава за друге циљеве, на пример за мерење звезданих паралакса. Хелиометар се заснива на овоме: ахроматичан објектив расечен је дуж свог пречника, свака је половина углављена у свој носач и обе половине могу клизити једна поред друге дуж свог заједничког пречника; њино узајамно померање мери се на скали утврђеној за један носач, помоћу индекса утврђеног за други. Такав се објектив налази на једном крају дурбина, а на другом обичан окулар. Средњи део дурбина смештен је у кратку цев у којој он може да се обрће око своје осовине и ово се обрћање може мерити на положајном кругу који се налази на тој краткој цеви, помоћу микроскопа за читање круга причвршћених за обртни дурбин. Кратка спољна цев утврђена је за деклинациску осовину паралактичког постоља онако као што се код обичног екваторијала за њу причвршћује дурбин. Кад половине објектива нису размакнуте, посматрач види небеска тела, на пример две звезде  $S$  и  $S'$ , исто као и у обичном дурбину (сл. 97a). Ако размакнемо половине објектива, са сваком ће се половином померати за исту вредност и ликови звезда који се од ње добивају, па ће се два добивена лика размаћи један од другог за исто растојање, за које су размакнуте и половине објектива; ово се размицање врши у правцу њиховог заједничког пречника, дуж кога је објектив расечен (сл. 97b).

Ако дурбин окренемо тако да линија разреза објектива буде паралелна великом кругу који пролази кроз  $SS'$ , четири ће се лика двеју звезда распоредити дуж једне праве линије (сл. 97c). Ако половине објектива и даље размицемо, моћи ћемо да их поставимо тако да се лик

звезде  $S'$  од једне половине објектива (назваћемо је прва), тј.  $S_1'$ , поклопи са ликом звезде  $S$  од друге половине, тј. са  $S_2$  (сл. 97d); у том положају инструмента добићемо читање скале  $A_1$  и положајног круга  $P$ . Затим, пошто смо довели до поклапања ликове звезда од обе по-



Сл. 97.

ловине, крећући половине објектива даље, можемо довести до поклапања лик звезде  $S$  од прве половине, тј.  $S_1$ , с ликом звезде  $S'$  од друге половине, тј. са  $S_2'$  (сл. 97e); добићемо читање скале  $A_2$  (ако је растојање између звезда велико може да се деси да се у видном пољу дурбина виде само ликови звезда који се поклапају).

Тада није тешко увидети да је разлика читања  $A_2 - A_1$  мера двоструког растојања између звезда у деловима скале, а да читање круга даје положајни угао лука  $SS'$ . Да бисмо изразили растојање звезда у лучним секундама и из читања круга  $P$  нашли положајни угао, најсигурније је изабраги на небу неколико парова звезда, чије су координате са великом тачношћу одређене меридијанским инструментом, тако да се за сваки пар може израчунати у лучним секундама растојање  $\overline{SS'}$  и положајни угао  $p$ . Ако сада измеримо тај пар хелиометром и добијемо растојање  $SS'$  у подецима скале и читање круга  $P$ , добићемо: 1) вредност једног дела скале као количник из растојања  $SS'$ , израженог у секундама, и истог растојања израженог у деловима скале, и 2) поправку читања  $P$  за добијање положајног угла, једнаку  $p - P$ ; величине  $p$  и  $P$  познате су нам из претходног.

Треба додати да се не могу сасвим тачно поклопити ликови звезда, на пример  $S_1$  и  $S_2'$ , јер се слаба звезда не види при поклапању са сјајном. Зато се при посматрању са хелиометром поступа овако: у видном пољу дурбина дотерају се конци паралелно линији разреза објектива; то се постиже помоћу двеју блиских звезда, као на сл. 97c; затим се доведу оба звездана лика што тачније до поклапања, па се дурбин обрће напред-назад по положајном углу; услед тога се ликови разилазе, и ако се крећу притом управно на конце, значи да ликови при поклапању налажу један на други средиштима, па је, значи, мерење растојања извршено тачно. Затим се, после њихова састављања, померају половине објектива напред-назад; ако се притом ликови разилазе дуж конца, то значи да је дотеривање ликова и по положајном углу извршено тачно.

Хелиометар је врло тежак инструменат за посматрача. Њега имају отприлике само 12 опсерваторија у целом свету, у СССР — Казањ,

где служи за посматрање Месеца у циљу испитивања његова облика и обртања око осовине.

Најглавнији радови изведени помоћу хелиометара односе се на одређивање паралакса: Сунчеве паралаксе из заједничког посматрања на неколиким опсерваторијама малих планета Викторије, Ириде и Сафе 1888 и 1889 године и звезданих паралакса које су одређивали Гил и Елкин, а такође и на одређивање облика Сунчева и Месечева котура и Месечева обртног кретања.

Подробније о хелиометру види у Шуровом чланку у „Handwörterbuch der Astronomie“ herausgegeben von W. Valentiner, Bd. II, S. 4.

## ГЛАВА ДВАДЕСЕТ ТРЕЋА

### ФОТОГРАФСКА АСТРОМЕТРИЈА

**198. Инструменти.** — За почетак примене фотографије у астрономији може се узети 1850 г., када је Бонд на Харвардској опсерваторији добио прве фотографије Месеца и Веге, али то још није била примена фотографије на астрометрију. Прве фотографије на којима су се могла извршити мерења добили су 1857 године Бонд (Мизар) и Де-ла-Ри (Сунце).

60-тих година XIX века последњи је добио много фотографија Сунца такозваним фотохелиографом, који се од 1873 г. употребљава у том циљу у Гринвичу за систематско фотографисање Сунца, да би се са тих фотографија мериле и изводиле хелиографске координате Сунчевих пега. 1875 г. такво је фотографисање било организовано у Москви, а 1881 у Пулкову.

Али примена фотографије на звезде била је тешка, све док су астрономи имали на расположењу слабо осетљиве „мокре“ плоче; сна се почела развијати тек пошто је пронађена метода за израду осетљивих сувих бром-желатинских плоча. После тог проналаска 80-тих година XIX века све се више развија фотографија звезданог неба. 1887 г. била је сазвана на Париској опсерваторији међународна конференција за организацију великог међународног подухвата, такозване „Фотографске карте неба“, „Carte du ciel“. Било је одлучено да се изврши снимање целог неба, тако да се на негативима добију звезде до 11 величине и да се ове плоче измере у циљу добивања координата  $\alpha$  и  $\delta$  фотографисаних звезда; одлучено је да се плоче уклапају тако да крајеви сваке плоче падну у средину суседне плоче. Ово је пружало могућност да се за сваку звезду изврше по два одређивања њених координата. Осим тога било је одлучено да се изврши снимање целог неба са дужим излагањем, да би на негативима изишле звезде до 14 привидне величине и то тако да оне испадну троструке; ови су негативи намењени за израду посебних карата, а троструки ликови звезда требало је да послуже да се оне разликују од случајних тачака на хартији.

За фотографске објективе били су изабрани објективи од 34 см отвора и 344 см жишне даљине са два сочива, тако да у жишној равни једна лучна минута износи врло приближно 1 мм.

У § 15 било је примећено да се са оним врстама оптичког стакла којим располаже савремена техника не може добити објектив који би доводио у једну тачку зраке свих боја у спектру. Ми смо видели да се визуални објективи израђују тако да се најближе објективу секу жути зраци, мало даље црвени и зелени, а плави и љубичасти, на које је око још мање осетљиво — још даље. Фотографска је плоча напротив најосетљивија за затворено плаве зраке, мање за отворено плаве и љубичасте, још мање за ултраљубичасте и неприметно мало за остале.



Зато визуални објектив не даје оштре ликове звезда на фотографској плочи, а да би они били оштри могу се из истих врста стакла, само са другим кривинама сферних површина, израдити фотографски објективи који ће давати ликове звезда у пресеку затворено-плавих зракова таласне дужине  $434 \mu$  најближе објективу, у пресеку отворено плавих и љубичастих једва нешто даље, ултраљубичастих — још мало даље. Тада ће ликови звезда на негативу бити већи, знатно оштрији, него при другом распореду жижа за разне боје. Такви се фотографски објективи и примењују у астрофотографији. Ако су они састављени из два сочива (једно сочиво од краунстакла, друго од флинстакла), искуство је показало да се због сферне аберације при светлосној моћи (тј. при односу пречника објектива према његовој жижној даљини)  $1:10$  добивају довољно добри ликови само на један до један и по степен од оптичке осовине. Зато су и за „Фотографску карту неба“ биле изабране плоче величине  $16 \text{ cm} \times 16 \text{ cm}$ , тако да пројекција звезданог неба заузме на плочи  $2^\circ \times 2^\circ$ , тј.  $120 \text{ mm} \times 120 \text{ mm}$ . У угловима овога поља  $2^\circ \times 2^\circ$  звезде већ не излазе као кружићи, али се помоћу добрих објектива добивају у облику правилних слика налик на елипсе, и, што је врло важно за мерења, најсјајнији (на негативима најцрњи) део лика звезде поклапа се са његовим геометријским средиштем и ту пада на плочу централни зрак конвергентног снопа зракова, који пролази кроз унутрашњу главну тачку објектива.

У то време, крајем 80-тих година XIX века, пада и почетак теориских испитивања о томе на који се начин из мерених праволиних координата ликова звезда на фотографској плочи могу добити њихове сферне координате  $\alpha$  и  $\delta$  на небеској сфери.

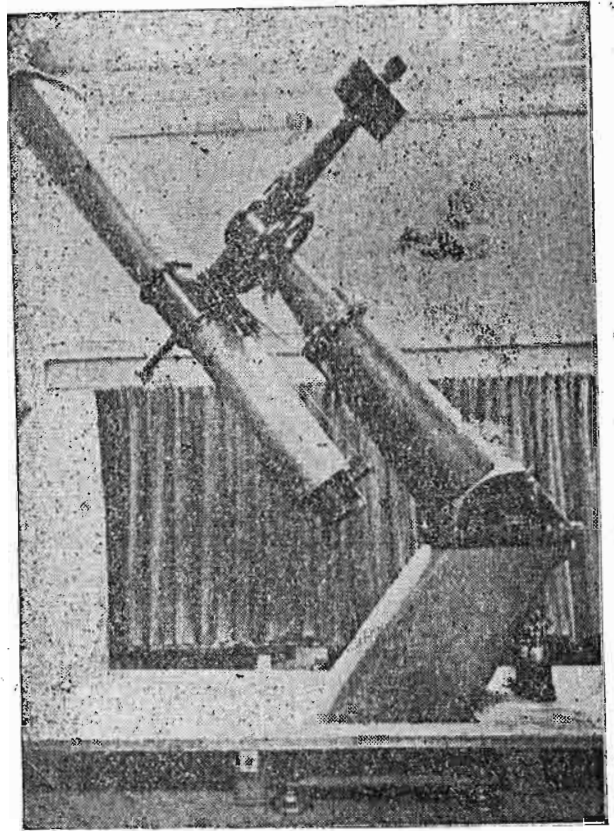
Било је предложено неколико метода, од којих се најпрактичнија показала метода оксфордског професора Тарнера, која ће у основним цртама и бити изложена касније. Она се данас највише и примењује.

Последњих деценија конструисани су сложенији фотографски објективи са четири сочива, који дају врло оштре ликове звезда на површини  $5^\circ \times 5^\circ$ . Њихово коришћење за циљеве астрометрије у суштини се заснива такође на примени Тарнерове методе, али су ствари овде нешто сложеније из разлога који ће се видети из даљег излагања (види § 206).

Напослетку, од почетка 90-тих година XIX века примењује се увелико фотографисање звезданог неба сразмерно краткожижним објективима са жижном даљином од 100 до 10 cm, код којих површина слике неба на плочи достиже понекад 500 квадратних степена. Они се израђују углавном за „историју неба“, тј. регистровање свих звезда до одређене привидне величине, што зависи од објектива, фотографске плоче и времена излагања, а тако исто и за фотографију маглина, комета и метеора. За циљеве тачне астрометрије ове фотографије нису сасвим подесне због мале размере. Оне, које су добивене с објективима жижне даљине од 100 до 50 cm, још и могу дати довољно тачно  $\alpha$  и  $\delta$ , али само у границама поља од 2—3 степена око оптичке осовине; што се иде даље од ње, тачност која се може постићи све је мања.

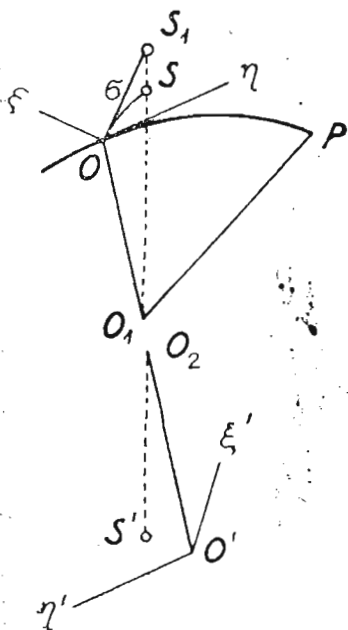
Фотографисање звезда траје од неколико минута до једног часа, и више. Ослањати се притом на тачност кретања дурбина часовним механизмом потпуно је немогуће, зато је увек за фотографски дурбин учвршћен паралелно визуални дурбин водник у чијем се окуларном крају налази окулар с крстом конаца, који се обич-

но може померати за неколико центиметара у два узајамно управна правца у жижној равни објектива (сл. 98). Пред фотографисање посматрач навије часовни механизам и постави дурби тако да слика оног места на небу које га интересује пада на средину плоче и затим бира у близини довољно сјајну звезду, која се може добро видети у дурбину воднику при осветљеном пољу вида. Окулар са поменутим кретањем постави тако да звезда падне тачно на пресек крста конаца. После тога скида поклопац (са објектива или испред плоче) и седећи за дурбином и држећи ручице за фино кретање дурбина по  $\alpha$  и  $\delta$ , тежи да за све време фотографисања звезда остане на изабраној тачки крста конаца и ручицама је враћа истог тренутка на њено место, чим се она и најмање помери са њега. Код циновских дурбина у последње време ради се без водника на овај начин: у угао оквира с фотографском плочом стави се окулар с крстом конаца, чије се видно поље осветли црвеном светлошћу, а



Сл. 98. Астрограф од 13 палача Потсдамске опсерваторије

омогући се померање рама у два правца помоћу микрометарских завртања; пре фотографисања изабере се звезда која се види у поменутом окулару и доведе се на крст конаца, а затим се надзор постиже померањем самог оквира завртњима, а не читавог огромног дурбина.



Сл. 99.

### 199. Слика неба на фотографској плочи. Идеалне координате.

— Нека су  $O_1$  и  $O_2$  (сл. 99) спољна и унутрашња главна тачка фотографског објектива. Замислимо нормалу спуштену из тачке  $O_2$  на плочу; обележимо њено подножје са  $O'$ . Њега ћемо звати *оптичко средиште плоче*. Узмимо да је у  $O_1$  средиште небеске сфере, као и увек, произвољног полупречника. Замислимо њен полупречник паралелан нормали на плочу  $O_1 O'$ ; обележимо са  $O$  ону тачку небеске сфере према којој је уперен тај полупречник. Значи  $O'$  је лик бескрајно удаљене тачке на томе полупречнику према особини главних тачака оптичког система. Нека су  $A$  и  $D$  координате тачке  $O$ . Замислимо

звезду  $S$  ( $\alpha, \delta$ ) и правац њених зракова ка објективу, тј. праву  $SO_2$  и затим праву која пролази кроз  $O_2$  паралелно правој  $SO_1$ . Нека та права просеца плочу у тачки  $S'$ ; тада је  $S'$  лик звезде  $S$  на плочи. Замислимо раван  $\sigma$  која додирује небеску сферу у тачки  $O$ . Нека је  $S$  тачка на сфери која претставља звезду  $S$  с координатама  $\alpha$  и  $\delta$ . Нека је  $OP$  деклинациски круг тачке  $O$ ; продужимо његову раван до равни  $\sigma$  и узмимо праву пресека ове две равни за осовину  $\eta$  правоуглих координата у равни  $\sigma$ ; њен смер од  $O$  ка полу  $P$ , тј. смер у коме деклинације расту сматраћемо за позитиван. За осовину  $\xi$  узмимо праву која пролази кроз  $O$  и стоји управно на осовини  $\eta$  с позитивним смером у страну у коју расту  $\alpha$ . На плочи замислимо такав систем праволиних правоуглих координата  $\xi', \eta'$  с почетком у  $O'$ , које су паралелне осовинама  $\xi$  и  $\eta$  и то да  $\eta'$  расте у смеру у коме расту деклинације, а  $\xi'$  у смеру у коме расту ректасцензије. Како су плоча и раван  $\sigma$  паралелни међу собом, то ће међусобни распоред *ликова* звезда на плочи бити потпуно сличан међусобном распореду *пројекција* звезда на раван  $\sigma$  и координате  $\xi'$  и  $\eta'$  биће респективно сразмерне координатама  $\xi$  и  $\eta$ ; прве ће бити сразмерне дужини нормале  $O_2 O'$ , друге — полупречнику небеске сфере. Координате с таквим положајем осовина зову се *идеалне* (или *стандардне*) координате. Ми морамо пре свега да изведемо везу између сферних координата звезда  $\alpha$  и  $\delta$  и идеалних координата  $\xi$  и  $\eta$  пројекција тих звезда на раван  $\sigma$  или идеалних координата  $\xi'$  и  $\eta'$  ликова тих звезда на плочи.

**200. Веза између сферних и идеалних координата.** — Продужимо  $OS$  до пресека са равни  $\sigma$  у тачки  $S_1$ ; обележимо угао  $OO_1S$  са  $s$ ; тада је  $OS_1 = OO_1 \operatorname{tg} s$ ; ако положајни угао лука  $OS$  обележимо са  $p$ , идеалне координате тачке  $S_1$  биће

$$\xi = OO_1 \operatorname{tg} s \sin p \quad \text{и} \quad \eta = OO_1 \operatorname{tg} s \cos p.$$

Што се тиче координата тачке  $S'$  на плочи, где се добија лик звезде  $S$ , за њу према горе реченом можемо написати

$$\xi' = O_2 O' \operatorname{tg} s \sin p \quad \text{и} \quad \eta' = O_2 O' \operatorname{tg} s \cos p.$$

Координате  $\xi$  и  $\eta$  изражене су у истим јединицама у којима је изражено и  $OO_1$ ; на пример ми можемо узети да је  $OO_1$  равно јединици или 206 264,8... лучних секунада;  $\xi'$  и  $\eta'$  изражени су у истим јединицама у којима је изражена и дужина нормале  $O_2 O'$ , на пример у милиметрима.



Повуцимо деклинациски круг  $SP$  звезде  $S$  (сл. 100) и спустимо из  $S$  сферну нормалу на  $OP$ , која сече  $OP$  у тачки  $N$ . У сферном троуглу  $POS$  имамо  $PO = 90^\circ - D$ ;  $PS = 90^\circ - \delta$ ; угао код  $P = \alpha - A$ ; обележимо  $PN$  са  $90^\circ - d$ , а  $SN$  са  $v$ . Тада из основних образаца сферне тригонометрије примењених на троугао  $SON$  имамо

$$\cos s = \cos v \cos ON = \cos v \cos (d - D),$$

$$\sin s \sin p = \sin v,$$

$$\sin s \cos p = \cos v \sin (d - D).$$

Ако другу и трећу једначину поделимо првом, добијамо

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} s \sin p &= \operatorname{tg} v \sec (d - D), \\ \operatorname{tg} s \cos p &= \operatorname{tg} (d - D). \end{aligned}$$

Али из троугла  $PNS$  имамо

$$\operatorname{tg} v = \operatorname{tg} (\alpha - A) \cos d;$$

стога је

$$\operatorname{tg} s \sin p = \operatorname{tg} (\alpha - A) \cos d \sec (d - D).$$

Напоследку

$$\operatorname{tg} (90^\circ - d) = \operatorname{tg} (90^\circ - \delta) \cos (\alpha - A)$$

или

$$\operatorname{tg} d = \operatorname{tg} \delta \sec (\alpha - A)$$

и

$$\left. \begin{aligned} \xi' &= O_2O' \operatorname{tg} (\alpha - A) \cos d \sec (d - D), \\ \eta' &= O_2O' \operatorname{tg} (d - D). \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

Ова три обрасца решавају задатак. Ако је дато  $A$ ,  $D$ ,  $\alpha$  и  $\delta$ , из првог обрасца налазимо  $d$ ; оно се мало разликује од  $\delta$  и налази се у истом квадранту као и  $\delta$ ; а тада други и трећи образац дају  $\xi'$  и  $\eta'$  у деловима величине  $O_2O'$ .

Обрнуто, ако је дато  $\xi'$  и  $\eta'$  у деловима величине  $O_2O'$  и, осим тога, ако су познати  $A$  и  $D$ , трећа једначина даје  $d$ , после чега из друге добијамо  $\alpha$ , а затим из прве израчунавамо  $\delta$ .

Како у пракси долази да се ове једначине решавају огроман број пута, састављено је на разне начине неколико таблица помоћу којих се овај посао знатно олакшава. Такве су:

1) *S. Kasakov*, Tables auxiliaires pour la réduction des clichés photographiques, Annales de l'Observatoire astronomique de Moscou, Série 2, Vol. VIII, Appendice. (За снимке  $2^\circ \times 2^\circ$ ; за деклинације  $0^\circ - 20^\circ$ ).

2) Sammlung von Hilfstafeln der Hamburger Sternwarte in Bergedorf, G. Hilfstafeln für photographische Himmelsaufnahmen, Hamburg, 1924. (За снимке од  $2^\circ \times 2^\circ$ ).

3) *J. Peters*, Tafeln zur Verwandlung von rechtwinkligen Plattenkoordinaten und sphärischen Koordinaten ineinander, Veröffentlichungen des Astronomischen Rechen - Instituts zu Berlin - Dahlem, Nr. 47, Berlin, 1929. (За снимке до  $5^\circ \times 5^\circ$ ).

**201. Мерење плоча** врши се помоћу нарочитих инструмената за мерење. Њих има веома различитог састава и зато их није могуће све описати. У најпростијем случају плоча се са желатинским слојем окренутим горе ставља у извештајни оквир, који се дугачким прецизним завртњем може померати по вођици за целу дужину слике неба на плочи; над плочом се налази микроскоп, који се другим, сличним завртњем може померати управно на правац кретања оквира. У микроскопу постоји крст конаца у чије се средиште кретањем оба завртња доводи средиште лика сваке звезде која се жели мерити и затим се читају оба завртња, тј. чита се број обрта и делова обрта, полазећи од неке произвољне нуле на сваком завртњу. Искуство показује да се

притом не може избећи лично отступање. Ма како да је правилан лик звезде, посматрачево око нетачно оцењује положај његова средишта. Стога се после читања оба завртња за све звезде плоча okreће за  $180^\circ$  и сва се навођења и читања изврше још једанпут. Понекад се чак удвостручава посао мерења на тај начин што се плоча мери још у два положаја који се од првог разликују за  $90^\circ$  и  $270^\circ$ .

На другим инструментима у сваком положају плоче тачно се измери само једна координата (завртњем или помоћу скале), а друга само приближно; у том случају за тачно мерење друге координате треба окренути плочу за  $90^\circ$ ; а да би се отклонило поменуто лично отступање, треба поновити мерење на плочи окренутој за  $180^\circ$  и за  $270^\circ$  од првог њеног положаја.

Плочу је подесно поставити у инструмент тако да пројекција деклинациског круга, који пролази кроз њено средиште, буде довољно тачно, са отступањем од око  $\pm 1'$ , паралелна кретању оквира или кретању микроскопа. У том циљу је оквир који носи плочу утврђен за прстен који се може обртати у другом прстену; на један прстен нанесена је подела у степенима, а на другом се налази нонијус, тако да се може читати величина обртања плоче.

Да би се извршило поменуто оријентисање, треба имати на плочи две звезде  $S(\alpha, \delta)$  и  $S'(\alpha', \delta')$ , који нису близу једна другој и које се могућству налазе симетрично према средишту; још је боље ако се ове звезде налазе приближно на једном деклинациском кругу. Ако тада обележимо са  $P$  положајни угао лука великог круга који пролази кроз обе звезде, у односу на деклинациски круг средишта тог лука, онда образац

$$\operatorname{tg} P = \frac{\alpha' - \alpha}{\delta' - \delta} \cos \frac{1}{2} (\delta + \delta')$$

даје угао  $P$  са довољном тачношћу за праксу, само ако се разлике  $\alpha' - \alpha$  и  $\delta' - \delta$ , изражене у лучним секундама, узму са тачношћу до  $1''$ . Кад је израчунат овај угао  $P$ , посматрач обрне оквир с плочом тако, да при обртању једног од завртања ликови обеју звезда  $(\alpha, \delta)$  и  $(\alpha', \delta')$  пролазе кроз средиште крста конаца у микроскопу; значи, да линија која спаја ове ликове буде паралелна односној вођици; у том случају, кад посматрач прочита круг и обрне оквир у односну страну за угао  $P$ , добија такав положај плоче да је пројекција деклинациског круга у њеном средишту паралелна овој вођици. Завртњева читања кад је он у поменутом положају према вођици и кад се микроскоп наведе на звезду  $S'$  обележићемо са  $B$ .

Звезду која се налази у средишту плоче узећемо за почетак мерених координата  $x, y$ , а читање при навођењу микроскопа на њу обележићемо са  $B_0$ . Тада ћемо за сваку звезду  $S'$  у односу на овај почетак имати координату  $B - B_0$  или  $B_0 - B$ , према томе да ли читања  $B$  расту или опадају када деклинација расте. Такве ће координате посматрач добити за сваки положај плоче и ако узме средње вредности, одредио је коначно *мерене координате*, које ћемо убудуће обележавати са  $y$ . Потпуно се исто обрађују читања добивена на другом завртњу и као резултат добијају се *мерене координате*  $x$ , које расту кад ректасцензије расту. Разуме се из свих читања завртања морају се отстранити њихова отступања.

## 202. Веза између мерених и идеалних координата. —

Из положаја плоче у инструменту за мерење види се да мерене координате  $x$  и  $y$  потсећају на идеалне  $\xi'$  и  $\eta'$ , јер је оптичко средиште плоче  $O'$  у дотераном инструменту близу средишта плоче, а правце координата  $x$  и  $y$  посматрач доводи близу праваца координата  $\xi'$  и  $\eta'$ . Али се ипак почетак мерених координата и њихови правци не поклапају тачно с оптичким средиштем и правцем идеалних координата  $\xi$  и  $\eta$ ;  $x$  и  $y$  изражени су у дужинској мери, а  $\xi$  и  $\eta$  у лучним секундама или радијантима; осим тога, међусобни распоред звезда на плочи измењен је услед рефракције и аберације, па изгледа потребно да се обрачунавају ови утицаји; напоследку, ми не можемо ни координате оптичког средишта да одредимо с тачношћу довољном за тачно рачунање.

Али је Гарнер показао да се, без обзира на све то, може усвојити да постоји *линеарна зависност*, и у томе је суштина методе између мерених координата  $x$  и  $y$  и идеалних  $\xi$  и  $\eta$ , ако се само на крајевима плоче  $2^\circ \times 2^\circ$  сме допустити отступање од  $0'',2 - 0'',3$ . Оволика се нетачност у многим случајевима сме допустити (разлоге за то видећемо у § 204), а где се то не сме тамо се ово отступање може обрачунати. Координате звезда  $\alpha$  и  $\delta$  и оптичког средишта могу да се односе на положај екватора и еклиптике у произвољној епохи.

Гарнерова метода због њене вредности брзо је ушла у општу употребу и сачувала свој значај до данас. Стога ћемо сад доказати линеарну везу између  $x$ ,  $y$  и  $\xi'$ ,  $\eta'$ . Главну улогу притом игра рефракција.

## 203. Утицај рефракције и аберације на координате $\xi'$ и $\eta'$

или  $x$  и  $y$  је врло сложен и овде не би било умесно ово питање излагати подробно. Ми ћемо наш задатак упростити на овај начин. Замислићемо најпре да положаји звезда на оном делу неба који се фотографирате не трпе утицај рефракције и да су односне координате на плочи  $\xi'$ ,  $\eta'$ ,  $x$  и  $y$ . Затим замислимо да постоји дејство рефракције: тако да су се све тачке на сфери привидно помериле ка зениту по висинским круговима за разне величине, које се могу одредити из обраста за рефракцију  $\rho = k \operatorname{tg} z$ , где је  $k$  величина реда  $60''$ . Напоредо са тим помериће се и ликови тих тачака на фотографској плочи и у суштини ће се ова померања на плочи врло мало разликовати од померања на сфери.

Узмимо тачку на сфери која се налази на отстојању  $s$  од тачке  $O$  у правцу занита; ако полупречник сфере и  $O_2 O'$  узмемо за јединицу, отстојања њене пројекције у равни  $\sigma$  од тачке  $O$  или њеног лика на плочи од оптичког средишта  $O'$  биће  $\operatorname{tg} s$ . Претпоставимо да је рефракција изменила  $s$  у  $s - \Delta s$ , тако да се тачка померила по сфери за величину  $\Delta s$ ; тада ће се њен лик на плочи померити за  $\operatorname{tg} s - \operatorname{tg}(s - \Delta s)$ , тј. за  $\sin \Delta s / \cos s \cos(s - \Delta s)$ , али  $\Delta s$  чак и за  $z = 80^\circ$  једва достиже  $5' 15''$ ; кад је мерена површина  $1^\circ \times 1^\circ$ ,  $s$  не прелази  $1^\circ, 4$ . Стога се, као што је лако израчунати,  $\Delta s / \cos s \cos(s - \Delta s)$  разликује од  $\Delta s$  у том крајњем случају само за  $0'',18$ ; при  $z = 75^\circ$  — за  $0'',12$ ; при  $z = 60^\circ$  — за  $0'',06$ ; ако је  $s = 1^\circ$ , све се ове разлике двапут смањују. Стога са малим отступањем можемо промене које уноси рефракција у сферне координате изједначити с променама праволиних координата на плочи.

Нека су (сл. 101)  $S_1$  и  $S_2$  положаји две звезде, које се налазе на једнаком зенитном отстојању  $z$ , а који нису претрпели промену услед рефракције; нека су  $S'_1$  и  $S'_2$  њихови положаји после дејства рефракције, померени из  $S_1$  и  $S_2$  ка зениту  $Z$  на зенитно отстојање  $z'$ . Замислимо лукове великих кругова  $S_1 S_2$  и  $S'_1 S'_2$  и њихова средишта  $D$  и  $D'$ . Обележимо угао код  $Z$ , тј. разлику азимута, са  $2a$ . Тада ћемо имати

$$\sin SD = \sin z \sin a \quad \text{и} \quad \sin S'D' = \sin z' \sin a,$$

одакле добивамо

$$\frac{\sin S'D'}{\sin SD} = \frac{\sin z'}{\sin z} = \frac{\sin z'}{\sin(z' + \rho)} = \frac{1}{\cos \rho + \operatorname{ctg} z' \sin \rho},$$

где је  $\rho$  рефракција, једнака  $k \operatorname{tg} z'$ . Како је за вредности  $z$  које нису блиске  $90^\circ$  рефракција мала, то се са довољном тачношћу може претпоставити да је  $\cos \rho = 1$  и  $\sin \rho = k \operatorname{tg} z'$ ; тада можемо написати

$$\frac{\sin S'D'}{\sin SD} = \frac{1}{1 + k}.$$

Ако растојања  $S_1 S_2$  нису много велика, може се са незнатним отступањем претпоставити да је

$$\frac{S'D'}{SD} = \frac{1}{1 + k},$$

што значи да дуж хоризонталног правца рефракција равномерно спљоштава слику међусобног распореда звезда; круг се на пример претвара у елипсу и то на свима зенитним отстојањима врло приближно са једнаком спљоштеношћу:  $k/(1+k) = 1/3600$  за средњу рефракцију.

Дејство рефракције по вертикали јасније ће се испољити из бројне таблице за средњу рефракцију; ми ћемо приказати кретање рефракције око двају зенитних отстојања:

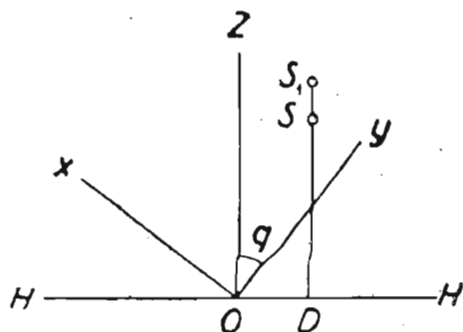
$z$	$\rho$	$\Delta\rho$	$\Delta\rho_0$	$\Delta\rho - \Delta\rho_0$	$z$	$\rho$	$\Delta\rho$	$\Delta\rho_0$	$\Delta\rho - \Delta\rho_0$
43°	53'',54	3'',86	4'',00	-0'',14	59°00'	95'',34	3'',86	3'',98	-0'',12
44	55, 44	1, 96	2, 00	-0, 04	59 30	97, 25	1, 95	1, 99	-0, 04
45	57, 40	0, 00	0, 00	0, 00	60 00	99, 20	0, 00	0, 00	0, 00
46	59, 44	2, 04	2, 00	+0, 04	60 30	101, 22	2, 02	1, 99	+0, 03
47	61, 55	4, 15	4, 00	+0, 15	61 00	103, 30	4, 10	3, 98	+0, 12

У првим колонама дати су  $z$ , у другим — рефракција  $\rho$ , треће колоне дају разлике рефракције  $\Delta\rho$ , тј. смањење једног степена и два степена на  $45^\circ$ , одн. једног полустепена и степена на  $60^\circ$  услед рефракције, тзв. диференцијалну рефракцију. Видимо да ова смањења нису сразмерна разлици зенитних отстојања (од  $45^\circ$  до  $43^\circ - 3'',86$ , од  $45^\circ$

до  $47^\circ - 4'',15$ ; од  $60^\circ$  за  $1^\circ$  навише —  $3'',86$ , а наниже —  $4'',10$ ). Но, и у томе је суштина ствари, ако претпоставимо да су ова дејства рефракције строго сразмерна разликама висина, тј.  $2'',00$  за  $1^\circ$  на  $z = 45^\circ$ ,  $1'',99$  за  $1/2^\circ$  на  $z = 60^\circ$ , као што се види из бројева четвртих колона, отступања која престају на растојању од  $1^\circ$  биће: на  $z = 45^\circ$  само  $0'',04$ , а на  $z = 60^\circ \pm 0'',12$ , — као што се види из петих колона. Према томе ако усвојимо да се у нашим мерењима толика отступања на крајевима плоча могу допустити, можемо сматрати да рефракција правилно спљоштава слике међусобног распореда звезда и у хоризонталном и у вертикалном правцу, тј. круг претвара у елипсу; али притом у вертикалном правцу слике бивају више спљоштене него у хоризонталном; у вертикалном правцу на пример за  $z = 45^\circ$ , спљоштеност  $k_1 = \frac{2''}{3600''} = \frac{1}{1800}$ , а на  $z = 60^\circ$ ,  $k' = \frac{1'',99}{1800''} = \frac{1}{904}$ .

Посматрајмо сад како утиче ова спљоштеност слике на координате једне произвољне звезде у произвољном систему координата на плочи, на пример координата  $x$  и  $y$ .

Нека слика 102 претставља фотографску плочу,  $Oxy$  — координатни систем, а  $OZ$  — правац ка зениту. Свака звезда  $S$  на плочи, да би се ослободила диференцијалне рефракције, мора бити померена са праве  $HOH$  управне на  $OZ$  сразмерно њеном отстојању  $SD$  од те праве, за величину  $SS_1 = kSD$ , где је  $k$  константа за целу плочу. Но ако обележимо угао између  $Oy$  и  $OZ$  са  $q$ , лако налазимо са цртежа да се за прираштаје координата  $\Delta x$  и  $\Delta y$  због померања из  $S$  у  $S_1$  добивају вредности:



Сл. 102.

$$\Delta x = SS_1 \sin q = kSD \sin q = k(x \sin q + y \cos q) \sin q,$$

$$\Delta y = SS_1 \cos q = kSD \cos q = k(x \sin q + y \cos q) \cos q$$

и, према томе, ако обележимо са  $x_1$  и  $y_1$  координате  $x$  и  $y$  ослобођене утицаја рефракције, добићемо:

$$x_1 = x + \Delta x = x(1 + k \sin^2 q) + yk \sin q \cos q,$$

$$y_1 = y + \Delta y = y(1 + k \cos^2 q) + xk \sin q \cos q.$$

Овде је важно то да су координате  $x_1$  и  $y_1$  *линеарне* функције од  $x$  и  $y$ .

Утицај дејства аберације нећемо подробно излагати. Он је сличан с дејством рефракције, али је мањи од њега по апсолутној вредности. Поменимо да закон аберације гласи: „ $20'',5$  пута синус угла од небеског тела до апекса Земљина кретања“. Према томе још с већим правом и знатно мањим отступањем него у случају рефракције можемо усвојити да ће координате на плочи, ослобођене утицаја аберације, бити *линеарне* функције мерених координата.



**204. Утицај нетачног положаја координатних осовина и размере.** — Почетак наших координата  $x$  и  $y$  не поклапа се тачно с подножјем нормале спуштене из унутрашње главне тачке објектива на плочу, јер се ово подножје не може тачно одредити. Да би се добиле координате у односу на ово оптичко средиште, треба нашим координатама додавати извесне поправке, константне за целу плочу.

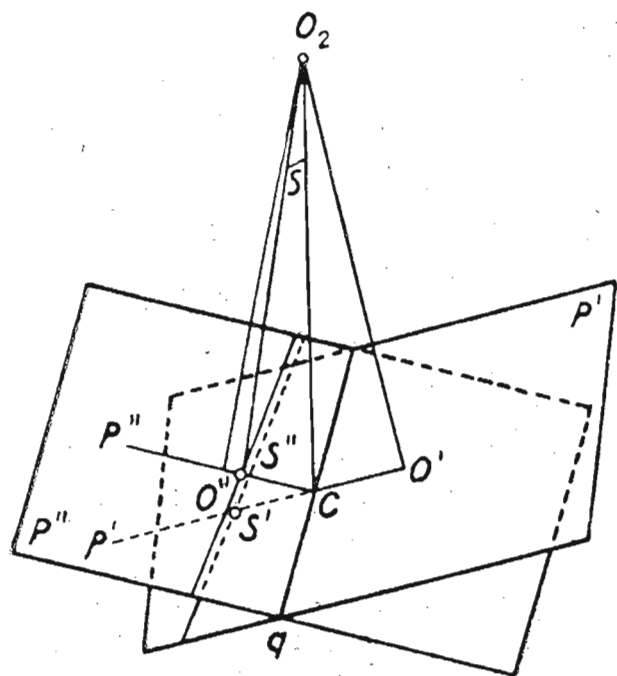
Правци координата не поклапају се тачно са правцем пројекције деклинациског круга који пролази кроз оптичко средиште, али је из аналитичне геометрије познато да су при претварању координата услед промене правца осовина нове координате опет *линеарне* функције претходних. Дакле, поправке од рефракције, аберације, промене координатног почетка и правца осовина дају нам координате које приближују мерене координате  $x$  и  $y$  идеалним, али су нове, поправљене координате линеарне функције од  $x$  и  $y$ . Притом је важна још и та околност, што промене међусобног распореда звезда услед рефракције нису велике (кофицијентат  $k = \frac{1}{1800}, \frac{1}{900}$ ) и координатни почетак и правце осовина  $x$  и  $y$  ми већ и помоћу звезда  $S$  и  $S'$  (в. § 201) бирамо близу почетка идеалног координатног система. Због тога су у линеарним функцијама које дају поправке координата  $x_1$  и  $y_1$  у функцији мерених, тј. у обрасцима

$$x_1 = a_1 x + b_1 y + c_1 \quad \text{и} \quad y_1 = d_1 x + e_1 y + f_1,$$

кофицијенти  $a_1$  и  $e_1$  блиски јединици, а коэффицијенти  $b_1$  и  $d_1$  и величине  $c_1$  и  $f_1$  мале. Али више ништа о  $a_1, b_1, c_1, d_1$  и  $f_1$  не знамо.

Даље, да бисмо коначно из  $x$  и  $y$  добили  $\xi'$  и  $\eta'$ , треба променити јединице мерења;  $x$  и  $y$ , па према томе и  $x_1$  и  $y_1$  изражени су у јединицама за дужину (обрти завртња, милиметри, делови скала и томе слично),  $\xi'$  и  $\eta'$  изражени су у радијантима или лучним секундама. Према томе треба још само помножити  $x$  и  $y$  неким коэффицијентом  $K$  (број лучних секунда у јединици за дужину), да бисмо добили  $\xi'$  и  $\eta'$ ; уводећи нове ознаке за коэффицијенте једначина, добивамо

$$\begin{aligned} \xi' &= ax + by + c \\ \eta' &= dx + ey + f. \end{aligned}$$



Сл. 103.

**205. Утицај нетачности усвојених координата за оптичко средиште.** —

Све досад претпостављали смо да сферне координате тачке  $O$ , тј.  $A$  и  $D$ , које смо усвојили за израчунавање величина  $\xi'$  и  $\eta'$ , одговарају оптичком средишту плоче, на које се односе коначне линеарне координате. Ово међутим није тачно; зато на крају треба испитати још и последице овог неслагања. Нека је (сл. 103)  $O_2O'$  нормала из унутрашње главне тачке објектива  $O_2$  на фотографску плочу, коју ћемо назвати раван  $P'$ ;

нека је  $O_2O''$  права паралелна правцу  $O_1O$ , коме одговарају усвојене сферне координате  $A$  и  $D$ ; замислимо раван  $P''$  управну на  $O_2O''$  и нека је  $O_2O''$  једнако  $O_2O'$ . Израчунатим координатама  $\xi'$  и  $\eta'$  одговарају линеарне координате са средиштем  $O''$  у равни  $P''$ , а измереним координатама  $x$  и  $y$ , после њине линеарне трансформације, одговарају линеарне координате са средиштем  $O'$ . Пита се каква је веза између ова два система линеарних координата?

Праву пресека равни  $P'$  и  $P''$  узећемо за осовину привремених (само у овом параграфу) координата  $q$ ; замислимо раван која пролази кроз  $O'O_2O''$ ; она је управна на осовини  $q$  и сече је у тачки  $C$ ; нека је  $C$  координатни почетак осовина  $q$ ,  $p'$  и  $p''$ ; осовина  $p'$  има правац  $O'C$  у равни  $P'$ ; осовина  $p''$  има правац  $CO''$  у равни  $P''$ . Правоугле координате у равни  $P'$  (са средиштем  $O'$ ) и  $P''$  (са средиштем  $O''$ ) претварају се линеарно у координате  $p'$  и  $q'$  у равни  $P'$  и координате  $p''$  и  $q''$  у равни  $P''$ . Према томе треба да испитамо везу  $p'$ ,  $q'$  са  $p''$ ,  $q''$ . Замислимо праву  $O_2C$  и на њој управну раван  $P$ , која пролази кроз тачку  $C$ ; како  $O_2C$  дели на пола угао  $O'O_2O''$  (јер је  $O_2O' = O_2O''$ ), то раван  $P$ , пролазећи кроз осовину  $q$ , полови угао диједар између равни  $P'$  и  $P''$ ; обележимо половину тога угла са  $i$ .

Замислимо раван што пролази кроз  $O_2$  паралелно координатној осовини  $q$ . Ова раван сече раван  $P'$  дуж праве паралелне осовини  $q$ , тако да све тачке ове праве имају једнаке координате  $p'$ ; она сече раван  $P''$  дуж праве такође паралелне осовини  $q$ , тако да све тачке ове праве имају једнаке координате  $p''$ . Обележимо тачке пресека осовина  $p'$  и  $p''$  са овом равни са  $S'$  и  $S''$ .

У троуглима  $O_2CS'$  и  $O_2CS''$  обележимо угао код  $O_2$ , тј.  $CO_2S'$ , или  $CO_2S''$ , са  $s$  и приметимо да је угао  $O_2CS'$  једнак  $90^\circ + i$ , а угао  $O_2CS''$  једнак  $90^\circ - i$ . Тада из тих троуглова имамо

$$\begin{aligned} \frac{CS'}{CO_2} &= \frac{\sin CO_2S'}{\sin O_2S'C} = \frac{\sin s}{\sin [180^\circ - s - O_2CS']} = \\ &= \frac{\sin s}{\sin [180^\circ - s - (90^\circ + i)]} = \frac{\sin s}{\cos (s + i)}, \\ \frac{CS''}{CO_2} &= \frac{\sin CO_2S''}{\sin O_2S''C} = \frac{\sin s}{\sin [180^\circ - s - O_2CS'']} = \\ &= \frac{\sin s}{\sin [180^\circ - s - (90^\circ - i)]} = \frac{\sin s}{\cos (s - i)}. \end{aligned}$$

Напоследку замислимо раван која пролази кроз  $O_2C$  и са осовином  $q$  заклапа угао  $\varphi$ ; она ће пресецати равни  $P'$  и  $P''$  дуж правих које са осовином  $q$  (која је заједничка за обе равни) образују углове  $\varphi'$  и  $\varphi''$ . Треба приметити да је  $\varphi' = \varphi''$ , јер су равни  $P'$  и  $P''$  подједнако нагнуте према  $O_2C$ .

Замислимо оне тачке у којима ова раван сече две поменуте праве паралелне осовини  $q$ . Тачка у равни  $P'$  има координате

$$p' = CS' \quad \text{и} \quad q' = CS' \operatorname{tg} \varphi' = CS' \operatorname{tg} \varphi''.$$

Тачка у равни  $P''$  има координате

$$p'' = CS'' \quad \text{и} \quad q'' = CS'' \operatorname{tg} \varphi'' = CS'' \operatorname{tg} \varphi'.$$

Према томе на основи горе написаних образаца добивамо

$$p' = CO_2 \frac{\sin s}{\cos (s+i)} \quad \text{и} \quad p'' = CO_2 \frac{\sin s}{\cos (s-i)}$$

и одатле

$$\begin{aligned} p' - p'' &= CO_2 \sin s \left[ \frac{1}{\cos (s+i)} - \frac{1}{\cos (s-i)} \right] = \\ &= CO_2 \sin s \frac{\cos (s-i) - \cos (s+i)}{\cos (s+i) \cos (s-i)} = \\ &= 2CO_2 \sin s \frac{\sin s \sin i}{\cos (s+i) \cos (s-i)} = 2 \frac{p' p''}{CO_2} \sin i, \end{aligned}$$

$$q' - q'' = 2 \frac{p' p''}{CO_2} \sin i \operatorname{tg} \varphi' = 2 \frac{q' p''}{CO_2} \sin i.$$

С друге стране налазимо

$$q' - q'' = 2 \frac{p' p''}{CO_2} \sin i \operatorname{tg} \varphi'' = 2 \frac{p' q''}{CO_2} \sin i,$$

јер се има  $p' : q' = p'' : q''$  и  $p' : p'' = q' : q''$ . Но како је  $O_2 O' = O_2 O'' = CO_2 \cos i$ , то можемо написати

$$p' - p'' = \frac{p' p'' \sin 2i}{O_2 O'} \quad \text{и} \quad q' - q'' = \frac{q' p'' \sin 2i}{O_2 O'} = \frac{q'' p' \sin 2i}{O_2 O''}.$$

На плочи  $2^\circ \times 2^\circ$  величине  $p'$ ,  $p''$ ,  $q'$  и  $q''$  достижу највише  $1^{\circ},4$  и ако је  $2i = 10'$ , највећа разлика између  $p'$  и  $p''$  или  $q'$  и  $q''$  износи  $0'',36$ ; при  $p'$  и  $q'$  једнаким  $1^\circ$  она је двапут мања, тј. једнака  $0'',18$ . Без нарочите тешкоће може се  $2i$  задржати испод  $10'$ . Зато гранична величина отступања које се добива кад место координата у равни  $P''$  са средиштем  $O''$  узмемо координате у равни  $P'$  са средиштем  $O'$ , не прелази  $0'',36$ . Ако се стога договоримо да оволика отступања занемарујемо или се побринемо да одређујемо што је могуће тачније положај оптичког средишта на плочама, које снимамо инструментом, можемо после обрачунавања свих утицаја усвојити ову линеарну везу између мерених координата  $x$  и  $y$  и идеалних  $\xi'$  и  $\eta'$  израчунаних из претпостављених, приближно познатих координата  $A$  и  $D'$  оптичког средишта и координата  $\alpha$  и  $\delta$  звезда у односу на произвољан екватор:

$$\xi = ax + by + c \quad \text{и} \quad \eta = dx + ey + f.$$

**206. Израчунавање коефицијената и налажење тражених координата звезда.** — Сада можемо користити добивене резултате. Очеvidно је да за одређивање скоро потпуно непознатих коефицијената  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ ,  $e$  и  $f$  треба да имамо само три звезде с

познатим координатама  $\alpha_1, \delta_1$ ;  $\alpha_2, \delta_2$  и  $\alpha_3, \delta_3$ . Из њих и усвојених координата  $A$  и  $D$  (координате средишта плоче с отступањем од  $1'$  које се потпуно сме допустити) ми израчунавамо идеалне координате  $\xi_1, \eta_1$ ;  $\xi_2, \eta_2$  и  $\xi_3, \eta_3$  и знајући из мерења координате  $x_1, y_1$ ;  $x_2, y_2$  и  $x_3, y_3$  образујемо једначине:

$$\begin{aligned} \xi_1 &= ax_1 + by_1 + c, & \eta_1 &= dx_1 + ey_1 + f, \\ \xi_2 &= ax_2 + by_2 + c, & \eta_2 &= dx_2 + ey_2 + f, \\ \xi_3 &= ax_3 + by_3 + c, & \eta_3 &= dx_3 + ey_3 + f, \end{aligned}$$

из којих одређујемо  $a, b, c$  и  $d, e, f$ .

Боље је разуме се имати више од три звезде и применити методу најмањих квадрата. *Линеаран* облик једначина омогућује *непосредну* примену методе најмањих квадрата; у томе се и састоји огромно преимућство Тарнерове методе. Када смо те коефицијенте израчунали, онда и обрнуто, за сваку звезду чији положај желимо одредити, знамо  $x$  и  $y$ ; из ових једначина израчунавамо  $\xi$  и  $\eta$ , а из ових одређујемо (в § 200)  $\alpha$  и  $\delta$  у односу на исти екватор као и  $\alpha_1, \delta_1$ ;  $\alpha_2, \delta_2$  и  $\alpha_3, \delta_3$ . Разна испитивања астронома (а делимично и остаји при решавању условних једначина по Тарнеровој методи) показују да координате произвољно изабраних звезда, па макар биле одређене и на основи неколико каталога, не могу просечно достићи тачност од  $\pm 0'',1$ ; њихово отступање лако може достићи  $0'',3$ . Отуд су астрономи приморани да се задовоље с ограниченом тачношћу, која, као што смо видели, мора да се прихвати при извођењу и примени Тарнерове методе.

У случајевима, пак, када је потребна висока тачност, треба обрачунавати утицаје рефракције и аберације, али ни у ком случају не целокупне, већ само чланове другог реда који се мењају сразмерно другим степенима и производима координата  $x$  и  $y$ , тј. сразмерно  $x^2, y^2$  и  $xy$  (види примера ради десне колоне у обема таблицама на стр. 312). За лако израчунавање ових чланова другог реда састављени су подесни обраци, али се ми у нашем кратком курсу практичне астрономије нећемо задржавати на овим појединостима упућујући читаоца на радове:

1) Е. Бугославская, Методы фотографического определения координат небесных светил, Известия Ассоциации научно-исследовательских институтов при физико-математическом факультете МГУ, том II, № 2.<sup>1)</sup>

2) А. König, Reduktion photographischer Himmelsaufnahmen, Handbuch der Astrophysik, Bd. I, 1, Kap. 6.

**207. Упоређење плоча с различитим оптичким средиштима.** — Понекад се јавља потреба да се упореде праволиниске координате звезда измерене на два плочама чија се оптичка средишта знатно, на пример до  $1^\circ$ , разликују једно од другог. Ово је понекад неопходно, рецимо ако се желе да одреде сопствена кретања звезда упоређивањем њихових координата измерених на плочама од којих је једна снимљена неколико година или десетина година после друге и чија се средишта не поклапају. При таквом упоређењу треба узети у рачун разлику координата, која долази од непоклапања оптичких средишта плоча.

<sup>1)</sup> Од истог писца изишла је 1947 г. исцрпна монографија „Фотографическая астрометрия“ (Прим. прев.).

Ако би измерене координате биле координате  $p$  и  $q$ , тада бисмо по § 205 имали ове обрасце за прелаз са координата  $p'$  и  $q'$  једне плоче на координате  $p''$  и  $q''$  друге, или обрнуто:

$$p' - p'' = \frac{p' p'' \sin 2i}{O_2 O'} \quad \text{и} \quad q' - q'' = \frac{q' p'' \sin 2i}{O_2 O'} = \frac{q'' p' \sin 2i}{O_2 O'}$$

Приметимо да смо позитиван смер осовина  $p'$  и  $p''$  изабрали у правцу од оптичког средишта плоче  $p'$  ка оптичком средишту плоче  $p''$ ; тим избором одређени су знаци у овим обрасцима.

Али измерене координате  $x$  и  $y$  имају друге правце него  $p$  и  $q$ . Претпоставимо да на плочи  $P''$  фактички измерене координате имају почетак у тачки  $C$ , а осовина  $x''$  образује с осовином  $p''$  угао  $\psi$ . Замислимо на плочи  $P'$  координатни систем с почетком такође у тачки  $C$  и с осовином  $x'$ , која образује с осовином  $p'$  исти толики угао  $\psi$ . Тада по правилима аналитичне геометрије имамо:

$$\begin{aligned} p' &= x' \cos \psi + y' \sin \psi, & p'' &= x'' \cos \psi + y'' \sin \psi, \\ q' &= -x' \sin \psi + y' \cos \psi, & q'' &= -x'' \sin \psi + y'' \cos \psi, \\ x' &= p' \cos \psi - q' \sin \psi, & x'' &= p'' \cos \psi - q'' \sin \psi, \\ y' &= p' \sin \psi + q' \cos \psi, & y'' &= p'' \sin \psi + q'' \cos \psi, \end{aligned}$$

одакле, с обзиром на горње изразе за  $p'' - p'$  и  $q'' - q'$ , лако налазимо обрасце:

$$\begin{aligned} x' - x'' &= (p' - p'') \cos \psi - (q' - q'') \sin \psi = \frac{1}{O_2 O'} p'' p' \sin 2i \cos \psi - \\ &- \frac{1}{O_2 O'} p'' q' \sin 2i \sin \psi = \frac{p'' \sin 2i}{O_2 O'} (p' \cos \psi - q' \sin \psi) = \\ &= \frac{x'}{O_2 O'} \sin 2i (x'' \cos \psi + y'' \sin \psi). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y' - y'' &= (p' - p'') \sin \psi + (q' - q'') \cos \psi = \frac{1}{O_2 O'} p' p'' \sin 2i \cos \psi + \\ &+ \frac{1}{O_2 O'} p'' q' \sin 2i \sin \psi = \frac{p'' \sin 2i}{O_2 O'} (p' \sin \psi + q' \cos \psi) = \\ &= \frac{y'}{O_2 O'} \sin 2i (x'' \cos \psi + y'' \sin \psi). \end{aligned}$$

Обратимо сад пажњу на то да координата пројекције оптичког средишта  $O''$  плоче  $P''$  на прву плочу  $P'$ , израчуната од оптичког средишта  $O'$  у правцу координата  $p'$  и  $p''$  износи  $O_2 O' \operatorname{tg} 2i$ . Како су величине  $x' - x''$  и  $y' - y''$  мале, увек можемо с довољном тачношћу претпоставити да ова координата или растојање између оптичких средишта  $O'$  и  $O''$ , било на плочи  $P'$  или  $P''$ , износи  $O_2 O' \sin 2i$ ; обележимо је са  $I$ . Тада је њена пројекције на осовину  $x'$ ,  $I \cos \psi$ , и њу ћемо обележити са  $X$ , а њену пројекцију на осовину  $y$ , једнаку  $I \sin \psi$ , обележићемо са  $Y$ . Тада ће се наши изрази за  $x' - x''$  и  $y' - y''$  претворити у изразе

$$x' - x'' = \frac{x'}{O_2 O'^2} (x'' X + y'' Y) \quad \text{и} \quad y' - y'' = \frac{y'}{O_2 O'^2} (x'' X + y'' Y).$$

Ако узмемо други координатни почетак, чије су координате у односу на тачку  $C$ ,  $a$  и  $b$ , онда у овим обрасцима на  $x'$ ,  $x''$  и  $X$  треба додати  $a$ , а на  $y'$ ,  $y''$  и  $Y$  треба додати  $b$ , да би се добили обрасци у новом координатном систему. Они ће бити сложенији од написаних образаца, али ће први њихови чланови имати исти облик као и у обрасцима који се односе на координатни почетак  $C$ .

У тим обрасцима претпоставља се да су све величине изражене у једним истим јединицама. За практичну примену простије је ове обрасце претставити у облику:

$$x' - x'' = \frac{x''}{O_2O'} \cdot \frac{x'}{O_2O'} X + \frac{x'}{O_2O'} \cdot \frac{y''}{O_2O'} Y,$$

$$y' - y'' = \frac{y'}{O_2O'} \cdot \frac{x''}{O_3O'} X + \frac{y_2}{O_2O'} \cdot \frac{y'}{O_2O'} Y.$$

Овде су  $\frac{x'}{O_2O'}$ ,  $\frac{x''}{O_2O'}$ ,  $\frac{y'}{O_2O'}$  и  $\frac{y''}{O_2O'}$  координате  $x'$ ,  $y'$ ,  $x''$  и  $y''$  изра-

жене у радијантима; према томе су  $x' - x''$  и  $y' - y''$  изражени у истим јединицама као  $X$  и  $Y$ .

Приметимо напоследку да су разлике  $x' - x''$  и  $y' - y''$  у пракси увек мале. Ако су на пример  $x$  и  $y$  једнаки  $1^\circ$ , а  $X = Y = 2^\circ$ , чак и у том случају је

$$x' - x'' = 2 \left( \frac{1}{57,3} \right)^2 \cdot 2^\circ = \left( \frac{1}{57,3} \right)^2 \cdot 4^\circ = \frac{4.3600''}{3283} = 4'',4.$$

Стога је потпуно допуштено претпоставити у десним странама једначина да је  $x' = x'' = x$  и  $y' = y'' = y$ , и тада под претпоставком да су  $x$  и  $y$  изражени у радијантима, добивамо ове обрасце:

$$\begin{aligned} x' - x'' &= x^2 X + xy Y = x(xX + yY), \\ y' - y'' &= yx X + y^2 Y = y(xX + yY), \end{aligned}$$

где су  $x' - x''$  и  $y' - y''$  изражени у истим јединицама као  $X$  и  $Y$ .

Ако су, дакле, на плочи, коју ћемо сматрати за другу, с оптичким средиштем  $O''$  измерене координате звезде  $x''$  и  $y''$ , да би се из њих добиле координате  $x'$ ,  $y'$  у истом систему на плочи са средиштем у тачки  $O'$ , треба: 1) нанети на плочу са средиштем  $O''$  положај средишта  $O'$  по распореду звезда; 2) измерити пројекције отсечка  $O'O''$  на осовину  $x$  (то ће бити  $X$ ) и  $y$  (то ће бити  $Y$ ) у истим јединицама у којима су измерени  $x''$  и  $y''$ ; 3) уочити тачку на средини  $O'O''$ ; то ће бити тачка  $C$  из наших расуђивања и 4) обележавајући са  $x$  и  $y$  координате звезде у координатном систему чије су осовине задржале правац осовина  $x''$  и  $y''$ , а чији је почетак прешао у ту тачку  $C$ , добити из мерених координата  $x''$  и  $y''$  нове координате  $x'$  и  $y'$  по обрасцима

$$x' = x'' + x(xX + yY) \quad \text{и} \quad y' = y'' + y(xX + yY).$$

Овде се  $x$  и  $y$  изражавају у радијантима, а остале величине у истим јединицама у којима су измерене координате  $x''$  и  $y''$ .

Координате  $x'$  и  $y'$  већ су упоредљиве с координатама  $\xi$  и  $\eta$  звезда, које су фактички измерене на плочи са средиштем  $O'$ ; снимљеном у друго време него што је плоча са средиштем  $O''$ ; оне су упоредљиве у том смислу што између  $x'$  и  $y'$ , с једне стране, и  $\xi$  и  $\eta$  с друге стране, постоји *линеарни* однос у границама оне тачности коју смо уопште имали у виду у свима претходним расуђивањима.

**208. Дисторзија или изобличење слика.** — При горњим расуђивањима сматрали смо да се за све звезде чији се ликови добијају на плочи преламање светлости у фотографском објективу врши тако да буде строго остварено правило из § 16, које се односи на главне тачке оптичког система, и то: да је права која иде од задње (у смеру простирања светлости) или унутрашње главне тачке ка лику звезде *паралелна* светлосним зрацима што од звезде у паралелном снопу долазе у објектив.

Ако стога сноп светлости заклапа с оптичком осовином објектива угао  $\sigma$ , онда и права која иде од унутрашње главне тачке ка лику звезде заклапа с оптичком осовином исти толики угао  $\sigma$ . Стога, ако је плоча управна на оптичкој осовини и ако је  $P$  тачка њиховог пресека а  $S'$  лик звезде  $S$ , онда је

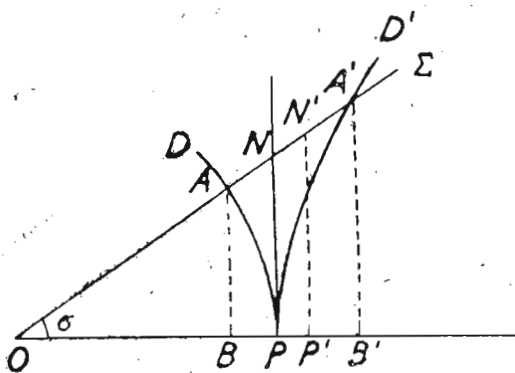
$$S'P = F \operatorname{tg} \sigma,$$

где је  $F$  стална величина која не зависи од  $\sigma$ . Ако су ови услови задовољени каже се да објектив спољне предмете, тачније речено тачке у равни нормалној на оптичку осовину и довољно далекој, слика без *изобличења*, без дисторзије.

Овакав неизобличен лик добија се ако место објектива употребимо мали отвор без икаква сочива. Но у том случају слика је бледа и није оштра.

Ако закон  $S'P = F \operatorname{tg} \sigma$  није задовољен, онда се каже да објектив даје дисторзију, те је за најтачније мерење плоче потребно одредити дисторзију објектива и узети је у рачун.

Постоје две врсте дисторзије. Разлика између њих најбоље се може схватити са сл. 104. Нека је  $OP$  оптичка осовина,  $P$  тачка њеног пресека с плочом,  $PN$  нормала на  $OP$ ,  $PD$  и  $PD'$  извесна два лука који додирују  $PN$  у тачки  $P$ , а  $O\Sigma$  права која са  $OP$  заклапа угао  $\sigma$ .



Сл. 104.

Уместо да је растојање тачке на правој  $O\Sigma$  од праве  $OP$  растојање на плочи од тачке  $P$  до лика  $S'$  звезде  $S$ , нека су  $A, N$  и  $A'$  тачке у којима права  $O\Sigma$  сече криву  $PD$ , праву  $PN$  и криву  $PD'$ . Нека су  $BA$  и  $B'A'$  отстојања тачака  $A$  и  $A'$  од праве  $OP$ . Ако је  $PS'$  на плочи једнако или сразмерно са  $PN$ , објектив даје правилно слике и дисторзије нема. Ако је  $PS'$  једнако или сразмерно отстојању  $AB$  или  $A'B'$ ,

објектив даје дисторзију, јер се ова отстојања не могу изразити образцем (стална величина  $x \operatorname{tg} \sigma$ ). Отстојања  $AB, NP$  и  $A'B'$  расту са углом

$\sigma$ , али  $AB$  не расте истом брзином којом  $NP$ , а отстојање  $A'B'$  расте брже по  $NP$ . Стога ће на пример слика квадрата чије је средиште на оптичкој осовини објектива без дисторзије бити опет квадрат. Објектив који даје дисторзију типа  $PD$  даваће лик квадратов с испупченим странама, а објектив који даје дисторзију типа  $PD'$  даваће лик квадратов с угнутим странама.

За величину дисторзије може се сматрати и разлика отстојања  $AB$  и  $NP$ , или отстојања  $A'B'$  и  $NP$ , као и уопште разлика растојања  $AB$  или  $A'B'$  и величине која је сразмерна са  $NP$ , на пример  $N'P'$  (сл. 104). Стога дисторзија не може никада бити линиски сразмерна са  $NP$ , она се изражава сложенијом функцијом од  $NP$ .

Теориска испитивања показују да се величина дисторзије може претставити редом облика  $k_1 \sigma^3 + k_2 \sigma^5 + \dots$ . На овоме се заснива одређивање дисторзије коју даје објектив. Тога ради снимци се област неба која на целој површини плоче даје велики број звезда с познатим тачним координатама  $\alpha$  и  $\delta$ . Пажљиво се измере праволиниске координате звезда, ослободе се утицаја других чланова рефракције и аберације, па се затим идеалне координате  $\xi$  и  $\eta$  израчунате из  $\alpha$  и  $\delta$  претставе једначинама

$$\xi = ax + by + c - k\sigma^3 \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}},$$

$$\eta = dx + ey + f - k\sigma^3 \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}.$$

Решавањем ових једначина по методи најмањих квадрата налази се ко-ефицијент  $k$  дисторзије.

Да бисмо искључили утицај који долази отуда што плоча није нормална на правој која иде од главне тачке објектива до средине плоче, ово се испитивање врши на двему плочама. Једна од њих снимљена је астрографом источно од инструмента стуба (тег се по часовном углу креће испред дурбина), а друга астрографом западно од стуба (тег се по часовном углу креће иза дурбина).

**209. Мерење звезданих паралакса.** — Да би се измерила паралакса неке звезде начини се снимак на коме се поред ње налази још и неколико слабих звезда које су јој на небеској сфери најближе. Треба имати бар три таква снимка начињена у узастопним епохама када померање по ректасцензији услед годишње паралаксе скоро до-стиже своју највећу вредност. Ово померање дато је обрасцем (в. сфер-ну астрономију):

$$\bar{\alpha} - \alpha = \pi \cos D \sin (A - \alpha) \sec \delta,$$

где су  $\pi$  паралакса,  $A$  и  $D$  Сунчева ректасцензија и деклинација,  $\alpha$  и  $\delta$  ректасцензија и деклинација звезде. Из обрасца се види да је  $\bar{\alpha} - \alpha$  највеће када је  $A - \alpha = 90^\circ$ , а најмање када је  $A - \alpha = 270^\circ$ .

Стога снимке треба узети у размаку од по пола године, а притом није потребно да  $A - \alpha$  буде тачно  $90^\circ$  или  $270^\circ$ . Потребно је само да оно има приближно ту вредност. Снимање се по могућству врши у близини горње кулминације звезде. На снимцима се са што већом



тачношћу мере отстојања у ректасцензији уочене звезде и једне или више најближих слабих звезда, чије су деклинације приближно једнаке њеној. У ту сврху се плоча намести у инструменат за мерење тако, да круг нормалан на деклинациском буде паралелан мереној координати  $x$ .

Претпоставимо да је први снимак добивен када је паралактичко померање звезде  $S$  било највеће ка западу, тј. у почетку ноћи и нека буде  $t_1$  тренутак снимања. Нека је разлика координата  $x$  звезде  $S$  и слабе звезде с координатама  $\alpha'$  и  $\delta'$ , поправљена за износ рефракције и аберације, једнака  $d_1$  у милиметрима. Поправка од рефракције и аберације биће у том случају врло мала и лако се може израчунати. Нека буде  $k$  број лучних секунда у 1 mm. Тада ће  $kd_1$  бити то растојање у лучним секундама. Нека је  $kd_0$  растојање међу овим звездама без утицаја паралаксе, дакле хелиоцентрично растојање. Усвојмо да  $d$  увек рачунамо од слабе звезде ка звезди  $S$  као позитивно ако је  $\alpha > \alpha'$ . Означимо ли са  $\pi$  и  $\pi'$  паралаксе звезде  $S$  и слабе звезде, имаћемо

$$kd_1 = kd_0 - [\pi \cos D_1 \sin (A_1 - \alpha) - \pi' \cos D_1 \sin (A_1 - \alpha')].$$

Приметимо да је разлика  $kd_1 - kd_0$  сразмерна  $(\alpha' - \alpha) \cos \delta$ , а не  $(\alpha' - \alpha)$ . Како се  $\alpha'$  не разликује много од  $\alpha$ , можемо без осетног отступања простије ставити

$$kd_1 = kd_0 - (\pi - \pi') \cos D_1 \sin (A_1 - \alpha).$$

После приближно пола године, у тренутку  $t_2$  (снимање крајем ноћи), биће растојање звезда на снимку једнако  $d_2$  mm или  $kd_2$  лучних секунда. Оно ће се од  $dk$  разликовати због утицаја паралаксе и сопствених кретања звезда  $\mu$  и  $\mu'$ . Ова кретања бивају по лупима великих кругова, а дају се у лучним секундама за годину. Стога ће бити

$$kd_2 = kd_0 + \mu (t_2 - t_1) - \mu' (t_2 - t_1) + (\pi - \pi') \cos D_2 \sin (A_2 - \alpha),$$

или

$$kd_2 = kd_0 + (\mu - \mu') (t_2 - t_1) + (\pi - \pi') \cos D_2 \sin (A_2 - \alpha),$$

где је  $t_2 - t_1$  изражено у деловима године.

Најзад ћемо, када протекне још приближно пола године, из трећег снимка добити

$$kd_3 = kd_0 + (\mu - \mu') (t_3 - t_1) - (\pi - \pi') \cos D_3 \sin (A_3 - \alpha).$$

Годишња промена величине  $\alpha$ , која се налази у синусу може се занемарити. Тако добијамо три једначине са три непознате  $(\pi - \pi')$ ,  $(\mu - \mu')$  и  $kd_0$ . Ова последња није нам уствари ни потребна. У свакој епохи начини се не један него више снимака, на пример у првој 3—4, у другој 6—8, у трећој 3—4. Добивене једначине решавају се методом најмањих квадрата. Тако се добија разлика паралакса  $(\pi - \pi')$ . Да бисмо истакли утицај паралаксе  $\pi'$  која ће код слабе звезде свакако бити знатно мања од  $\pi$ , растојања не меримо само од једне, него од 2—3 слабе звезде на снимку. Тада се из слагања добијених вредности  $\pi - \pi'$ ,  $\pi - \pi''$  и  $\pi - \pi'''$  суди могу ли се величине  $\pi'$ ,  $\pi''$  и  $\pi'''$  занемарити према траженој величини  $\pi$ , по у сваком се случају овако добија релативна паралакса звезде  $S$ .

Но из досад измерених паралакса звезда различита сјаја састављене су таблице средњих паралакса. Из њих се на основи сјаја слабих поредних звезда могу узети приближне вредности величина  $\pi'$ ,  $\pi''$  и  $\pi'''$ , које су увек врло мале, па се тада добијају поправљене вредности паралаксе  $\pi$  звезде S. Последњих деценија се звездане паралаксе већином одређују на овај начин. Како су оне веома мале, то су за сигурно мерење подесни само дугожижни астрографи, на пример са жижним даљинама од бар 10 метара.

## П О Г О В О Р

За потребе слушалаца Геодеског отсека Техничке велике школе превео сам са првог издања крајем 1949 и почетком 1950 године познати Уџбеник практичне астрономије проф. С. Н. Блажка. Са недавно изишлом Сферном и општом астрономијом проф. К. А. Цветкова и И. Ф. Полака овај уџбеник чини нераздвојну целину — Позициску астрономију.

Књига је и у самом оригиналу намењена првенствено студентима геодезије, па ће и код нас, нарочито до појаве домаћег уџбеника, који треба најбоље да одговори нашим потребама, моћи веома корисно да послужи за подизање виших геодеских кадрова. Она ће им и у каснијем извршењу њихових практичних задатака бити неопходни приручник.

Но поред првих седамнаест глава, намењених искључиво теорији и пракси астрономско-геодеских инструмената и посматрања којима је циљ одређивање времена, координата тачке на геоиду и азимута правца на земљишту, књига садржи на крају и шест глава у којима се бави применом астрономије на мореплоство, и ваздухопловство, меридијанским кругом, одређивањем координата небеских тела, екваторијалом и његовим прибором и напоследку фотографском астрометријом. Оне могу за студенте геодезије да буду од информативна значаја и да им послуже за проширење њихове стручне културе, а за студенте астрономије предмет подробног изучавања. Због тога ће ова књига моћи и код нас да задовољи двоструке потребе.

Избор је на ову књигу пао, као и на Сферну астрономију проф. К. А. Цветкова, што са стручне стране одговара савременом стању науке, по обиму најприближније нашем наставном програму и потребама, а по методској структури принципима лабораторно-експериментне методе, по којој се настава на Геодеском отсеку углавном одвија, — боље но ма који други страни универзитетски уџбеник ове врсте који ми је био на расположењу у нашим стручним библиотекама.

Као и при превођењу Сферне астрономије, још и више, имао сам тешкоћа око домаће стручне терминологије, коју сам добрим делом морао и из основа стварати. Притом сам користио терминологију изграђену у Геодеском институту Техничке велике школе и терминологију одомаћену на Астрономској опсерваторији у Београду. Свака пријатељска напомена биће ми добродошла.

Другарску захвалност дугујем З. М. Бркићу, научном сараднику Астрономске опсерваторије и спољном сараднику Геодеског отсека, који ме је приликом превођења несебично помагао и И. М. Атанасијевићу, асистенту Универзитета, који се са задовољством примио да ми помогне у стручној и књижевној редакцији текста. Из непознатих

ми разлога рукопис је више од године дана чекао да буде узет у обзир за штампање, тако да ми је у том међувремену дошло до руку и ново, друго, издање оригинала, из 1940 године, па сам уз помоћ И. М. Атанасијевића накнадно сравнио читав текст превода са другим издањем и у рукопис унео све измене и допуне које су и у друго издање оригинала ушле, тако да се може сматрати да је превод извршен са другог, знатно поправљеног и допуњеног издања.

Посебну захвалност дугујем свом бившем одличном ђаку а садашњем сараднику, инж. Д. Шалетићу, који се на моју молбу без резерве примио не само израде извесних фотографија, већ и оригиналног пртежа звездане карте у стереографској пројекцији која је приложена уз књигу, те је ову учинила богатијом и потпунијом и од самог оригинала. Овако израђена карта може веома корисно да послужи за лаку и брзу припрему посматрачког програма за све методе одређивања координата тачке на геоиду које се примењују у геодезији, па ће она у многоме припомоћи доследном спровођењу наше наставе по лабораторно-експериментној методи, припомоћи ће да слушаоци са што мање тешкоће и што самосталније изврше припреме, посматрања и свођења по свакој посматрачкој методи која је обухваћена програмом и која им је претходно на предавањима подробно и конкретно изложена.

Јануара 1951 г.  
у Београду

*Б. М. Шеварлић,*  
предавач Техн. велике школе