

Радионица симплектичке топологије

Београд, август 2021.

Понедељак, 16. август

10:30 - 11:30 **Душан Јоксимовић : Увод у C^0 -симплектичку топологију**

У првом делу предавања дефинисаћемо основне појмове симплектичке топологије: симплектичке многострукости и групе симплектичких и Хамилтонових дифеоморфизама. У другом делу предавања дефинисаћемо њихове C^0 -аналоге и навести неке централне отворене проблеме у области. Као главна мотивација послужиће нам теорема Елијашберга и Громова (о C^0 -ригидности симплектичких дифеоморфизама). У последњем делу предавања даћемо доказ теореме Елијашберга и Громова користећи још један резултат из области: C^0 -ригидност Пуасонових заграда.

11:45 - 12:45 **Филип Брођић: Релативна Громовљева ширина**

У изучавању сваке математичке структуре од значаја је посматрати скуп симетрија, односно простор пресликавања која чувају задату структуру. У Симплектичкој топологији од интереса су *симплектоморфизми*, односно дифеоморфизми $\phi : (M, \omega) \rightarrow (M, \omega)$, који чувају недегенерисану и затворену 2-форму ω . Како симплектичка форма задаје форму запремине, симплектоморфизми такође чувају и запремину. У свом чувеном раду о холоморфним кривама, Громов показује да у димензијама већим од 2 симплектоморфизми имају много више опструкција од запремине, односно да се понашају доста ригидно. Громовљева теорема о нестишљивости каже да уколико имамо симплектичко улагање

$$e : (B^{2n}(r), \omega_{st}) \rightarrow (Z(R), \omega_{st})$$

стандардне симплектичке лопте $(B^{2n}(r))$ полупречника r у симплектички цилиндар $Z(R) = B^2(R) \times \mathbb{R}^{2n-2}$ полупречника R , тада је $r < R$. Та теорема нас води до једног од капацитета у \mathbb{R}^{2n} - *Громовљеве ширине*:

$$Gr(A) = \sup\{\pi r^2 > 0 \mid \text{постоји симплектичко улагање } B^{2n}(r) \hookrightarrow A\}.$$

На аналоган начин се дефинише Громовљева ширина затворене многострукости. Други јако важан објекат у Симплектичкој топологији, уско повезан са симплектоморфизмима, су *Лагранжеве подмногострукости*. То су подмногострукости максималне димензије на којима се симплектичка форма анулира. За Лагранжеву подмногострукост $L \subset M$ дефинише се *релативна Громовљева ширина*:

$$Gr_M(L) = \sup\{\pi r^2 \mid \text{постоји симплектичко улагање пара } (B^{2n}(r), B^n(r)) \hookrightarrow (M, L)\}.$$

На предавању ћемо изложити познате резултате повезане са хипотезом коју су поставили Баро и Корнеа 2003. године. Хипотеза је да свака *раздвојива* Лагранжева многострукост има коначну релативну Громовљевоу ширину. Под одређеним тополошким и геометријским условима хипотеза је тачна, и то су независни радови аутора Биран-Корнеа, Шарет, Борман-Меклин. Ти резултати користе ригидне методе холоморфних кривих и Флорову хомологију. Упркос свакој интуицији да је хипотеза тачна, Ризел је доказао за одређену класу флексибилних многострукости да она не важи. Да је поменута класа непразна претходно су доказали Ехолм, Елијашберг, Марфи и Смит. Они су користили резултат Еми Марфи о постојању Х-принципа за флексибилне Лежандрове многострукости. Поред познатих резултата презентоваћемо повезане проблеме на којима тренутно радимо.

- 14:45 - 15:45 **Душан Дробњак: Егзотични симплектоморфизми и контактна дејства круга**
Егзотични симплектоморфизам је симплектоморфизам који није изотопан идентитету кроз компактно садржане симплектоморфизме. Показаћемо да одсуство егзотичних симплектоморфизама на стандардном симплектичком диску задаје одређени тополошки услов на слободно контактном дејству круга на стандардној контактаној сфери која је граница тог диска. Такође, показаћемо и аналогно тврђење за Лиувилев домен и слободно контактано дејство круга на његовој граници. Овај резултат може послужити као један од начина за потрагу за егзотичним симплектоморфизама на Лиувилевим доменима. Главни алат на који се ослањамо су методе Флорове теорије. Ови резултати представљају заједнички рад са Игором Уљаровићем.

Уторак, 17. август

- 10:30 - 11:30 **Даница Косановић: Учворени дискови у четири димензије**
Једно нарочито популарно уопштење теорије чворова бави се утапањима 2-многострукости у 4-многострукости. Скорашњи заједнички рад са Питером Тајхнером даје потпуну класификацију у случају диска који је утопљен са специјалним условом на граници. Наше технике решавају и случај сфера, али потпуно новим техникама у односу на претходне резултате. У предавању ћу приказати ове технике, јер верујем да могу бити корисне широком кругу тополога.
- 11:45 - 12:45 **Димитрије Цицмиловић: Симплектичка нестишљивост и Хамилтонове парцијалне једначине**
На овом предавању представићемо уопштење Громовљевог резултата за бесконачно димензионални Хилбертов простор и за специјалну класу симплектоморфизама. Додатно, представићемо како је наведена класа природна у оквирима Хамилтонових једначина, који су и почетна мотивација разматрања датог уопштења. Заједнички рад са Хербертом Кохом.
- 14:45 - 15:45 **Дискусија**

Среда, 18. август

- 10:30 - 11:30 **Јована Николић : Парцијални квазиморфизми на групи Хамилтонових дифеоморфизама котангентног раслојења**
На предавању ће бити објашњено како се, помоћу спектралних инваријанти Лагранжеве Флорове хомологије, дефинишу парцијални квазиморфизми на групи Хамилтонових дифеоморфизама котангентног раслојења. Показаћемо неке особине наведених парцијалних квазиморфизама и на примеру показати да се они разликују од парцијалних квазиморфизама који су познати од раније.
- 11:45 - 12:45 **Филип Живановић: Геометрија C^* -дејстава**

У овом предавању ћемо направити преглед основних геометријских и тополошких својстава холоморфних S^1 -дејстава на Келеровим многострукостима, односно \mathbb{C}^* -дејстава на пројективним варијететима.

14:45 - 15:45 **Александра Маринковић: Вајнстинова структура на комплементу торичког дивизора**

Нека је дата затворена торичка симплектичка многострукост. Торичким дивизором зваћемо скуп свих тачака те многострукости на којима торичко дејство није слободно. Комплемент торичког дивизора је котангентно раслојење турса са стандардном Вајнстиновом структуром. Показаћемо како комплемент торичког дивизора након отклањања појединих сингуларитета такође допушта Вајнстинову структуру.