

Пример пријемног испита за мастер студије

1. Нека је $p > 7$ прост број. Одредити остатак при дељењу броја $7^{p^2-1} - 5^{p^2+1} + 3^{2p^4-2} - 2^{2p^2+1}$ са p .
2. У троуглу ABC тачка M је средиште дужи BC , а тачка P средиште дужи AM . Ако је N пресек правих AC и BP , одредити $AN : NC$.
3. За функцију $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ важи $f[A \cap B] = f[A] \cap f[B]$ за све $A, B \subseteq \mathbb{N}$ ако и само ако
А) f је „1-1” В) f је „на” С) f је бијекција Д) f је константна Е) f је идентитета Н) не знам.
4. Одредити све реалне бројеве α такве да су вектори $(1, 1, \alpha)$, $(1, \alpha, 1)$ и $(\alpha, 1, 1)$ линеарно зависни у векторском простору \mathbb{R}^3 .

5. Одредити минимални полином матрице $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$.

6. Нека је $f(x) = \sin x \sin 2x \sin 3x$. Одредити $f^{(2021)}(x)$.

7. Израчунати $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^2 \cdot 2^3 + 2^2 \cdot 3^3 + \dots + n^2(n+1)^3}{n^6}$.

8. Израчунати $\int_1^{\infty} \frac{x \ln x}{(1+x^2)^2} dx$.

9. Нека је D област у првом квадранту xOy равни ограничена кривама $xy = 1$, $xy = 4$, $y = x$ и $y = 4x$.
Израчунати $\iint_D x dx dy$.

10. Нека је a реалан број такав да је

$$f(x) = \begin{cases} a(1-x)^2, & x \in [0, 1] \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

густина расподеле (вероватноћа) случајне величине X . Израчунати $P\{X > \frac{1}{3}\}$.

(Напомена: на пријемном испиту ће за све задатке бити понуђени одговори.)