

1 Нека је  $G = \left\{ \begin{bmatrix} a & 0 \\ a-b & b \end{bmatrix} : a, b \in \mathbb{R}^* \right\}$ , где је  $\mathbb{R}^* = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ .

- а) Доказати да је skup  $G$  група у односу на множење матрица.  
 б) Ако је  $H = \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1-b & b \end{bmatrix} : b \in \mathbb{R}^* \right\}$ , доказати да је  $H$  нормална подгрупа групе  $G$ .  
 в) Ако је  $f : G \rightarrow \mathbb{R}^*$  дефинисано са  $f : \begin{bmatrix} a & 0 \\ a-b & b \end{bmatrix} \mapsto a$ , доказати да је пресликавање  $f$  епиморфизам групе  $G$  на мултипликативну групу  $\mathbb{R}^*$ .  
 г) Одредити језгро хомоморфизма  $f$ , а затим доказати да је  $G/H \cong \mathbb{R}^*$ .

2 Испитати да ли су неке од следећих група изоморфне:

$$\mathbb{Z}_{36}, D_6 \times \mathbb{Z}_3, D_{18}, D_3 \times D_3, A_4 \times \mathbb{Z}_3, S_3 \times \mathbb{Z}_6, \mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_{18}.$$

3 Нека је  $G$  комутативна група задата формалним генераторима  $a, b, c, d, e$  и системом релација:

$$\begin{aligned} a - 7b + \quad + 14d - 21e &= 0 \\ 5a - 7b - 2c + 10d - 15e &= 0 \\ 3a - 3b - 2c + 6d - 9e &= 0 \\ a - b + \quad + 2d - 3e &= 0. \end{aligned}$$

- а) Представити групу  $G$  у елементарној и нормалној форми.  
 б) Одредити максималан коначан ред елемента у групи  $G$ , као и број елемената тог реда.

4 Одредити остатак при дељењу броја  $2014^{2013} + 5! \cdot 7!$  са 455.

1 Нека је  $G = \left\{ \begin{bmatrix} a & 0 \\ a-b & b \end{bmatrix} : a, b \in \mathbb{R}^* \right\}$ , где је  $\mathbb{R}^* = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ .

- а) Доказати да је skup  $G$  група у односу на множење матрица.  
 б) Ако је  $H = \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1-b & b \end{bmatrix} : b \in \mathbb{R}^* \right\}$ , доказати да је  $H$  нормална подгрупа групе  $G$ .  
 в) Ако је  $f : G \rightarrow \mathbb{R}^*$  дефинисано са  $f : \begin{bmatrix} a & 0 \\ a-b & b \end{bmatrix} \mapsto a$ , доказати да је пресликавање  $f$  епиморфизам групе  $G$  на мултипликативну групу  $\mathbb{R}^*$ .  
 г) Одредити језгро хомоморфизма  $f$ , а затим доказати да је  $G/H \cong \mathbb{R}^*$ .

2 Испитати да ли су неке од следећих група изоморфне:

$$\mathbb{Z}_{36}, D_6 \times \mathbb{Z}_3, D_{18}, D_3 \times D_3, A_4 \times \mathbb{Z}_3, S_3 \times \mathbb{Z}_6, \mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_{18}.$$

3 Нека је  $G$  комутативна група задата формалним генераторима  $a, b, c, d, e$  и системом релација:

$$\begin{aligned} a - 7b + \quad + 14d - 21e &= 0 \\ 5a - 7b - 2c + 10d - 15e &= 0 \\ 3a - 3b - 2c + 6d - 9e &= 0 \\ a - b + \quad + 2d - 3e &= 0. \end{aligned}$$

- а) Представити групу  $G$  у елементарној и нормалној форми.  
 б) Одредити максималан коначан ред елемента у групи  $G$ , као и број елемената тог реда.

4 Одредити остатак при дељењу броја  $2014^{2013} + 5! \cdot 7!$  са 455.