

Име и презиме:

Број индекса:

1	2	3	4	5	$\Sigma$

1 Ако је  $H$  бесконачна циклична група, показати да је  $H \cong \mathbb{Z}$ .

2 Ако је  $p$  прост, а  $a$  цео број, такви да  $p \nmid a - 1$ ,  $p \mid a^3 - 1$ , показати да  $p \mid (a + 1)^6 - 1$ .

3 Показати да група реда  $31 \cdot 5^3$  није проста.

4 Одредити нормалну и елементарну форму Абелове група  $G$ , која је дата генераторима  $a, b, c$  и релацијама:

$$\begin{aligned} -12a + 18b - 18c &= 0, \\ 15b - 27c &= 0, \\ -6a + 3b + 3c &= 0. \end{aligned}$$

Одредити број елемената реда 6. Који је максималан ред елемента у  $G$ ? Колико има елемената максималног реда?

5 Дат је полином  $f(x) = x^4 - 4x^2 + 2 \in \mathbb{Q}[x]$ . Наћи коренско поље  $K$  полинома  $f(x)$ , израчунати  $|K : \mathbb{Q}|$  и дати један елемент  $\alpha \in \mathbb{C}$  тако да је  $K = \mathbb{Q}(\alpha)$ .