

Алгебра, И смер, 17. јануар 2013.

1. Нека је G комутативна група и H скуп свих елемената из G који су коначног реда. Доказати да је H подгрупа од G .
2. а) Одредити класу конјугованости елемента $\sigma\rho^2$ групе $\mathbb{D}_6 = \langle \rho, \sigma \rangle$, где је ρ ротација, а σ симетрија.
б) Да ли постоји нормална подгрупа групе \mathbb{D}_6 која садржи $\sigma\rho^2$, а не садржи ρ^3 ?
3. Одредити нормалну и елементарну форму комутативне групе задате генераторима x_1, x_2, x_3 и релацијама

$$\begin{aligned}6x_1 + 8x_2 - 4x_3 &= 0 \\8x_1 + 4x_2 + 4x_3 &= 0 \\4x_1 - 4x_2 + 8x_3 &= 0.\end{aligned}$$

Колико елемената ове групе је реда 12?

4. Нека је K коренско поље полинома $f(X) = X^4 - 20X^2 + 16$. Доказати да је $K = \mathbb{Q}(\sqrt{3} + \sqrt{7})$ и одредите минимални полином елемента $\alpha = \sqrt{3} + \sqrt{7}$ над \mathbb{Q} . Напишите $\frac{1}{\alpha+2}$ у облику $p(\alpha)$ за неки полином $p(X) \in \mathbb{Q}[X]$.

Алгебра, И смер, 17. јануар 2013.

1. Нека је G комутативна група и H скуп свих елемената из G који су коначног реда. Доказати да је H подгрупа од G .
2. а) Одредити класу конјугованости елемента $\sigma\rho^2$ групе $\mathbb{D}_6 = \langle \rho, \sigma \rangle$, где је ρ ротација, а σ симетрија.
б) Да ли постоји нормална подгрупа групе \mathbb{D}_6 која садржи $\sigma\rho^2$, а не садржи ρ^3 ?
3. Одредити нормалну и елементарну форму комутативне групе задате генераторима x_1, x_2, x_3 и релацијама

$$\begin{aligned}6x_1 + 8x_2 - 4x_3 &= 0 \\8x_1 + 4x_2 + 4x_3 &= 0 \\4x_1 - 4x_2 + 8x_3 &= 0.\end{aligned}$$

Колико елемената ове групе је реда 12?

4. Нека је K коренско поље полинома $f(X) = X^4 - 20X^2 + 16$. Доказати да је $K = \mathbb{Q}(\sqrt{3} + \sqrt{7})$ и одредите минимални полином елемента $\alpha = \sqrt{3} + \sqrt{7}$ над \mathbb{Q} . Напишите $\frac{1}{\alpha+2}$ у облику $p(\alpha)$ за неки полином $p(X) \in \mathbb{Q}[X]$.

Алгебра, И смер, 17. јануар 2013.

1. Нека је G комутативна група и H скуп свих елемената из G који су коначног реда. Доказати да је H подгрупа од G .
2. а) Одредити класу конјугованости елемента $\sigma\rho^2$ групе $\mathbb{D}_6 = \langle \rho, \sigma \rangle$, где је ρ ротација, а σ симетрија.
б) Да ли постоји нормална подгрупа групе \mathbb{D}_6 која садржи $\sigma\rho^2$, а не садржи ρ^3 ?
3. Одредити нормалну и елементарну форму комутативне групе задате генераторима x_1, x_2, x_3 и релацијама

$$\begin{aligned}6x_1 + 8x_2 - 4x_3 &= 0 \\8x_1 + 4x_2 + 4x_3 &= 0 \\4x_1 - 4x_2 + 8x_3 &= 0.\end{aligned}$$

Колико елемената ове групе је реда 12?

4. Нека је K коренско поље полинома $f(X) = X^4 - 20X^2 + 16$. Доказати да је $K = \mathbb{Q}(\sqrt{3} + \sqrt{7})$ и одредите минимални полином елемента $\alpha = \sqrt{3} + \sqrt{7}$ над \mathbb{Q} . Напишите $\frac{1}{\alpha+2}$ у облику $p(\alpha)$ за неки полином $p(X) \in \mathbb{Q}[X]$.