

Алгебра, II смер, 13. јун 2012.

1. Свакој пермутацији $\pi \in \mathbb{S}_n$ придружимо пермутацију $\pi_* \in \mathbb{S}_{n+2}$ на следећи начин: $\pi_*(i) = \pi(i)$, за $1 \leq i \leq n$, док је $\pi_*(n+1) = n+1$ и $\pi_*(n+2) = n+2$ уколико је π парна пермутација, а $\pi_*(n+1) = n+2$ и $\pi_*(n+2) = n+1$ уколико је π непарна пермутација. Доказати да придруживање $\pi \mapsto \pi_*$ представља хомоморфизам групе \mathbb{S}_n у групу \mathbb{A}_{n+2} .

2. а) Одредити класе конјугованости групе \mathbb{S}_4 .
б) Одредити све нормалне подгрупе групе \mathbb{S}_4 .

3. Одредити нормалну и елементарну форму комутативне групе задате генераторима x_1, x_2, x_3 и релацијама

$$\begin{aligned}6x_1 + 6x_2 - 4x_3 &= 0 \\8x_1 + 6x_2 + 2x_3 &= 0 \\-4x_1 + 2x_2 + 4x_3 &= 0.\end{aligned}$$

Који је максималан ред елемента у овој групи? Колико елемената ове групе је реда 10?

4. Одредите коренско поље K полинома $f(X) = X^4 - 2X^2 - 15$. Одредите неки елемент $\alpha \in \mathbb{C}$ такав да је $K = \mathbb{Q}(\alpha)$ и одредите минимални полином тог елемента α над \mathbb{Q} . Напишите $\frac{1}{\alpha^2+1}$ у облику $p(\alpha)$ за неки полином $p(X) \in \mathbb{Q}[X]$.

Алгебра, II смер, 13. јун 2012.

1. Свакој пермутацији $\pi \in \mathbb{S}_n$ придружимо пермутацију $\pi_* \in \mathbb{S}_{n+2}$ на следећи начин: $\pi_*(i) = \pi(i)$, за $1 \leq i \leq n$, док је $\pi_*(n+1) = n+1$ и $\pi_*(n+2) = n+2$ уколико је π парна пермутација, а $\pi_*(n+1) = n+2$ и $\pi_*(n+2) = n+1$ уколико је π непарна пермутација. Доказати да придруживање $\pi \mapsto \pi_*$ представља хомоморфизам групе \mathbb{S}_n у групу \mathbb{A}_{n+2} .

2. а) Одредити класе конјугованости групе \mathbb{S}_4 .
б) Одредити све нормалне подгрупе групе \mathbb{S}_4 .

3. Одредити нормалну и елементарну форму комутативне групе задате генераторима x_1, x_2, x_3 и релацијама

$$\begin{aligned}6x_1 + 6x_2 - 4x_3 &= 0 \\8x_1 + 6x_2 + 2x_3 &= 0 \\-4x_1 + 2x_2 + 4x_3 &= 0.\end{aligned}$$

Који је максималан ред елемента у овој групи? Колико елемената ове групе је реда 10?

4. Одредите коренско поље K полинома $f(X) = X^4 - 2X^2 - 15$. Одредите неки елемент $\alpha \in \mathbb{C}$ такав да је $K = \mathbb{Q}(\alpha)$ и одредите минимални полином тог елемента α над \mathbb{Q} . Напишите $\frac{1}{\alpha^2+1}$ у облику $p(\alpha)$ за неки полином $p(X) \in \mathbb{Q}[X]$.