Дискретне структуре 1, Јануар 2012. <u>*1И1*</u> *29. јануар 2012.*

1.1. Низ бројева L_n, дефинисан је са $L_0 = 2$, $L_1 = 1$, $L_{n+2} = L_{n+1} + L_n$. Доказати да је: $L_1^2 + L_2^2 + \ldots + L_n^2 = L_n L_{n+1} - 2$.

1.2. Доказати да је $A \triangle B = A \cap B$ ако и само ако $A = \emptyset$ и $B = \emptyset$.

1.3. На скупу R дата је релација $\sim$ са: $a \sim b$ ако и само ако $a^2 + 4b = b^2 + 4a$. Испитати да ли је $\sim$ еквиваленција на R, и ако јесте одредити класе $^0/_\sim$, $^1/_\sim$ и $^2/_\sim$.

2.1. Одредити све нееквивалентне формуле A, са два слова p и q, такве да је формула $(p \wedge q) \Leftrightarrow ((p \vee q) \wedge A)$ таутологија.

2.2. Наћи КДНФ формуле $(p \vee q) \Leftrightarrow (r \wedge s)$. Методом Квин-Мекласког наћи минимални ДНФ дате формуле.

2.3. Методом резолуције доказати да је формула $[(p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r)] \Rightarrow [(r \Rightarrow s) \Rightarrow (p \Rightarrow (q \wedge s))]$ таутологија.

2.4. Нека је $\mathcal{L}$ језик: $\mathrm{Rel}_{\mathcal{L}} = \{p, q\}$, $\mathrm{Fun}_{\mathcal{L}} = \mathrm{Const}_{\mathcal{L}} = \emptyset$, $\mathrm{ar}(p) = \mathrm{ar}(q) = 1$.

Нека је $\mathbb{M} = (\mathsf{N}, p^{\mathbb{M}}, q^{\mathbb{M}})$ модел језика $\mathcal{L}$, где: $p^{\mathbb{M}} = \text{"} > 10\text{"}$, $q^{\mathbb{M}} = \text{"} > 5\text{"}$.

Нека је $v : \mathrm{Var} \longrightarrow \mathsf{N}$ произвољна валуција.

(i) Доказати да је $\forall x\,(p(x) \Rightarrow q(x)) =_v 1$.

(ii) Доказати да је $\exists x\, p(x) =_v 1$ и $\forall x\, q(x) =_v 0$.

(iii) Доказати $\mathbb{M} \nvDash \forall x\,(p(x) \Rightarrow q(x)) \Rightarrow (\exists x\, p(x) \Rightarrow \forall x\, q(x))$.

2.5. Методом таблоа доказати да је формула $(\exists x\, p(x) \Rightarrow \forall x\, q(x)) \Rightarrow \forall x\,(p(x) \Rightarrow q(x))$ ваљана.

Студенти који полажу други део раде задатке: 2.1, 2.2, 2.3, 2.4, 2.5.

Студенти који полажу оба дела раде задатке: 1.1, 1.2, 1.3, 2.1, 2.4, 2.5.

Дискретне структуре 1, Јануар 2012. <u>*1И1*</u> *29. јануар 2012.*

1.1. Низ бројева L_n, дефинисан је са $L_0 = 2$, $L_1 = 1$, $L_{n+2} = L_{n+1} + L_n$. Доказати да је: $L_1^2 + L_2^2 + \ldots + L_n^2 = L_n L_{n+1} - 2$.

1.2. Доказати да је $A \triangle B = A \cap B$ ако и само ако $A = \emptyset$ и $B = \emptyset$.

1.3. На скупу R дата је релација $\sim$ са: $a \sim b$ ако и само ако $a^2 + 4b = b^2 + 4a$. Испитати да ли је $\sim$ еквиваленција на R, и ако јесте одредити класе $^0/_\sim$, $^1/_\sim$ и $^2/_\sim$.

2.1. Одредити све нееквивалентне формуле A, са два слова p и q, такве да је формула $(p \wedge q) \Leftrightarrow ((p \vee q) \wedge A)$ таутологија.

2.2. Наћи КДНФ формуле $(p \vee q) \Leftrightarrow (r \wedge s)$. Методом Квин-Мекласког наћи минимални ДНФ дате формуле.

2.3. Методом резолуције доказати да је формула $[(p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r)] \Rightarrow [(r \Rightarrow s) \Rightarrow (p \Rightarrow (q \wedge s))]$ таутологија.

2.4. Нека је $\mathcal{L}$ језик: $\mathrm{Rel}_{\mathcal{L}} = \{p, q\}$, $\mathrm{Fun}_{\mathcal{L}} = \mathrm{Const}_{\mathcal{L}} = \emptyset$, $\mathrm{ar}(p) = \mathrm{ar}(q) = 1$.

Нека је $\mathbb{M} = (\mathsf{N}, p^{\mathbb{M}}, q^{\mathbb{M}})$ модел језика $\mathcal{L}$, где: $p^{\mathbb{M}} = \text{"} > 10\text{"}$, $q^{\mathbb{M}} = \text{"} > 5\text{"}$.

Нека је $v : \mathrm{Var} \longrightarrow \mathsf{N}$ произвољна валуција.

(i) Доказати да је $\forall x\,(p(x) \Rightarrow q(x)) =_v 1$.

(ii) Доказати да је $\exists x\, p(x) =_v 1$ и $\forall x\, q(x) =_v 0$.

(iii) Доказати $\mathbb{M} \nvDash \forall x\,(p(x) \Rightarrow q(x)) \Rightarrow (\exists x\, p(x) \Rightarrow \forall x\, q(x))$.

2.5. Методом таблоа доказати да је формула $(\exists x\, p(x) \Rightarrow \forall x\, q(x)) \Rightarrow \forall x\,(p(x) \Rightarrow q(x))$ ваљана.

Студенти који полажу други део раде задатке: 2.1, 2.2, 2.3, 2.4, 2.5.

Студенти који полажу оба дела раде задатке: 1.1, 1.2, 1.3, 2.1, 2.4, 2.5.