Колоквијум из Дискретних структура 1 27. новембар 2011.

1. Користећи математичку индукцију доказати да за сваки природни број $n \geq 1$ важи идентитет

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}.$$

2. Доказати да је

$$\binom{n+5}{2} - \binom{n+1}{n-1} = 4n + 10$$

за природни број $n \geq 1$.
3. Написати истинитосну таблицу за формулу $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow ((p \vee r) \Rightarrow (q \vee r))$ и одредити СКНФ и СДНФ за ту формулу.
4. Методом таблоа доказати да је формула $(((p \wedge q) \Rightarrow r) \wedge \neg r) \Rightarrow (\neg p \vee \neg q)$ таутологија.
5. Формални систем је задат на скупу симбола $S = \{0, 1\}$, тако да су формуле речи облика

$$x_1x_2x_3x_4x_5, \text{ где су } x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \in S.$$

Аксиоме су формуле 10000,01000 и 00100. Правила извођења су

$$\alpha : \frac{x_1x_2x_3x_4x_5}{x_5x_2x_3x_4x_1}, \qquad \beta : \frac{x_1x_2x_3x_4x_5}{x_1x_4x_3x_2x_5}, \qquad \gamma : \frac{x_1x_2x_3x_4x_5, y_1y_2y_3y_4y_5}{x_1x_2x_3y_4y_5},$$

где су $x_1, \ldots, x_5, y_1, \ldots, y_5 \in S$. Доказати да је 00111 теорема у овом формалном систему.
5'. Формулисати и доказати теорему дедукције.
6. Нека је $\{l_1, l_2, \ldots, l_n\}$ скуп од n правих у равни, тако да се сваке две праве тог скупа секу, као и да се никоје три праве тог скупа не секу у истој тачки. Нека је k_n број коначних, а b_n број бесконачних делова равни које те праве одређују. Одредити бројеве k_n и b_n и укупан број делова равни одређених овим правама.
Напомена: Студент ради један од задатака 5 и 5'.

Колоквијум из Дискретних структура 1 27. новембар 2011.

1. Користећи математичку индукцију доказати да за сваки природни број $n \geq 1$ важи идентитет

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}.$$

2. Доказати да је

$$\binom{n+5}{2} - \binom{n+1}{n-1} = 4n + 10$$

за природни број $n \geq 1$.
3. Написати истинитосну таблицу за формулу $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow ((p \vee r) \Rightarrow (q \vee r))$ и одредити СКНФ и СДНФ за ту формулу.
4. Методом таблоа доказати да је формула $(((p \wedge q) \Rightarrow r) \wedge \neg r) \Rightarrow (\neg p \vee \neg q)$ таутологија.
5. Формални систем је задат на скупу симбола $S = \{0, 1\}$, тако да су формуле речи облика

$$x_1x_2x_3x_4x_5, \text{ где су } x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \in S.$$

Аксиоме су формуле 10000,01000 и 00100. Правила извођења су

$$\alpha : \frac{x_1x_2x_3x_4x_5}{x_5x_2x_3x_4x_1}, \qquad \beta : \frac{x_1x_2x_3x_4x_5}{x_1x_4x_3x_2x_5}, \qquad \gamma : \frac{x_1x_2x_3x_4x_5, y_1y_2y_3y_4y_5}{x_1x_2x_3y_4y_5},$$

где су $x_1, \ldots, x_5, y_1, \ldots, y_5 \in S$. Доказати да је 00111 теорема у овом формалном систему.
5'. Формулисати и доказати теорему дедукције.
6. Нека је $\{l_1, l_2, \ldots, l_n\}$ скуп од n правих у равни, тако да се сваке две праве тог скупа секу, као и да се никоје три праве тог скупа не секу у истој тачки. Нека је k_n број коначних, а b_n број бесконачних делова равни које те праве одређују. Одредити бројеве k_n и b_n и укупан број делова равни одређених овим правама.
Напомена: Студент ради један од задатака 5 и 5'.