Колоквијум из Линеарне алгебре
група 1О3

28.1.2018.

$\boxed{1}$ а) Доказати да је $U = \{p \in \mathbb{R}^4[X] : \;\; p(-1) = p(1) = 0\}$ векторски потпростор простора $\mathbb{R}^4[X]$ и одредити бар једну његову базу, као и димензију.

б) Ако је $W = \Omega(-2 + X, -4 + X^2, -8 + X^3)$, наћи по једну базу и димензије потпростора $U + W$ и $U \cap W$.

в) Доказати да је $\mathbb{R}^4[X] = U \oplus \mathbb{R}^2[X]$.

$\boxed{2}$ Дата је матрица A над пољем $\mathbb{R}$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & \alpha+1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & \alpha & 3 \\ 1 & 11 & -6 & 0 \end{bmatrix}.$$

а) У зависности од параметра $\alpha \in \mathbb{R}$ одредити ранг матрице A.

б) Ако је $\alpha = 3$, одредити канонску матрицу A^0 матрице A и инверзибилне матрице P и Q такве да је $A^0 = PAQ$.

в) Одредити, ако постоји, инверз матрице $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$.

$\boxed{3}$ Дата је матрица $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$.

а) Доказати да је са $L(X) = AX - X^T$ дефинисан линеарни оператор векторског простора $M_2(\mathbb{R})$, и одредити његову матрицу у односу на канонску базу простора $M_2(\mathbb{R})$.

б) Наћи неке базе језгра $KerL$ и слике ImL.

в) Доказати да вектори $F_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$, $F_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $F_3 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ и $F_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ чине базу простора $M_2(\mathbb{R})$, а затим одредити матрицу оператора L у односу на ту базу.

Све одговоре детаљно образложити

Колоквијум из Линеарне алгебре
група 1О3

28.1.2018.

$\boxed{1}$ а) Доказати да је $U = \{p \in \mathbb{R}^4[X] : \;\; p(-1) = p(1) = 0\}$ векторски потпростор простора $\mathbb{R}^4[X]$ и одредити бар једну његову базу, као и димензију.

б) Ако је $W = \Omega(-2 + X, -4 + X^2, -8 + X^3)$, наћи по једну базу и димензије потпростора $U + W$ и $U \cap W$.

в) Доказати да је $\mathbb{R}^4[X] = U \oplus \mathbb{R}^2[X]$.

$\boxed{2}$ Дата је матрица A над пољем $\mathbb{R}$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & \alpha+1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & \alpha & 3 \\ 1 & 11 & -6 & 0 \end{bmatrix}.$$

а) У зависности од параметра $\alpha \in \mathbb{R}$ одредити ранг матрице A.

б) Ако је $\alpha = 3$, одредити канонску матрицу A^0 матрице A и инверзибилне матрице P и Q такве да је $A^0 = PAQ$.

в) Одредити, ако постоји, инверз матрице $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$.

$\boxed{3}$ Дата је матрица $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$.

а) Доказати да је са $L(X) = AX - X^T$ дефинисан линеарни оператор векторског простора $M_2(\mathbb{R})$, и одредити његову матрицу у односу на канонску базу простора $M_2(\mathbb{R})$.

б) Наћи неке базе језгра $KerL$ и слике ImL.

в) Доказати да вектори $F_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$, $F_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $F_3 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ и $F_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ чине базу простора $M_2(\mathbb{R})$, а затим одредити матрицу оператора L у односу на ту базу.

Све одговоре детаљно образложити