Линеарна алгебра А 2008/2009, први колоквијум *30. март 2009.*

1. Нека је $U = \mathcal{L}\big(1,\, x^2+2,\, 3x^4-2x^2\big)$ и $V = \big\{p \in \mathbb{R}^4[x] \mid p(0)=0,\, p(x)+p(-x)=0\big\}$. Доказати да је V векторски потпростор векторског простора $\mathbb{R}^4[x]$ као и да је $\mathbb{R}^5[x] = U \oplus V$.

2. Дата је матрица $D = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$.

а) Израчунати D^n за свако $n \geq 1$.

б) Нека је $L : M_2(\mathbb{R}) \to M_2(\mathbb{R})$ пресликавање задато са $L(X) = DX + D^n - \alpha D$, $\alpha \in \mathbb{R}$. Израчунати $L(0)$.

в) Доказати да је L линеаран оператор ако и само ако је $\alpha = 2^{n-1}$.

г) Наћи бар једну базу за $\operatorname{Ker} L$ и $\operatorname{Im} L$.

3. Нека је $U = \mathcal{L}\big(e_1,\, e_2,\, e_3\big)$, где је $e_1 = (1,3,0,1)$, $e_2 = (1,0,1,0)$, $e_3 = (-1,12,-5,4)$, и нека је V скуп решења система линеарних једначина:

$$\begin{array}{rcrcrcrcl} x & - & 2y & + & z & + & \alpha t & = & 0 \\ 2x & - & 3y & + & z & + & 4t & = & 0 \\ 3x & - & 4y & + & z & + & 5t & = & 0. \end{array}$$

Одредити $\alpha \in \mathbb{R}$ за које је $\dim V = 2$, и за такво α наћи по једну базу за U, V, $U+V$, $U \cap V$.

Линеарна алгебра А 2008/2009, први колоквијум *30. март 2009.*

1. Нека је $U = \mathcal{L}\big(1,\, x^2+2,\, 3x^4-2x^2\big)$ и $V = \big\{p \in \mathbb{R}^4[x] \mid p(0)=0,\, p(x)+p(-x)=0\big\}$. Доказати да је V векторски потпростор векторског простора $\mathbb{R}^4[x]$ као и да је $\mathbb{R}^5[x] = U \oplus V$.

2. Дата је матрица $D = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$.

а) Израчунати D^n за свако $n \geq 1$.

б) Нека је $L : M_2(\mathbb{R}) \to M_2(\mathbb{R})$ пресликавање задато са $L(X) = DX + D^n - \alpha D$, $\alpha \in \mathbb{R}$. Израчунати $L(0)$.

в) Доказати да је L линеаран оператор ако и само ако је $\alpha = 2^{n-1}$.

г) Наћи бар једну базу за $\operatorname{Ker} L$ и $\operatorname{Im} L$.

3. Нека је $U = \mathcal{L}\big(e_1,\, e_2,\, e_3\big)$, где је $e_1 = (1,3,0,1)$, $e_2 = (1,0,1,0)$, $e_3 = (-1,12,-5,4)$, и нека је V скуп решења система линеарних једначина:

$$\begin{array}{rcrcrcrcl} x & - & 2y & + & z & + & \alpha t & = & 0 \\ 2x & - & 3y & + & z & + & 4t & = & 0 \\ 3x & - & 4y & + & z & + & 5t & = & 0. \end{array}$$

Одредити $\alpha \in \mathbb{R}$ за које је $\dim V = 2$, и за такво α наћи по једну базу за U, V, $U+V$, $U \cap V$.

Линеарна алгебра А 2008/2009, први колоквијум *30. март 2009.*

1. Нека је $U = \mathcal{L}\big(1,\, x^2+2,\, 3x^4-2x^2\big)$ и $V = \big\{p \in \mathbb{R}^4[x] \mid p(0)=0,\, p(x)+p(-x)=0\big\}$. Доказати да је V векторски потпростор векторског простора $\mathbb{R}^4[x]$ као и да је $\mathbb{R}^5[x] = U \oplus V$.

2. Дата је матрица $D = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$.

а) Израчунати D^n за свако $n \geq 1$.

б) Нека је $L : M_2(\mathbb{R}) \to M_2(\mathbb{R})$ пресликавање задато са $L(X) = DX + D^n - \alpha D$, $\alpha \in \mathbb{R}$. Израчунати $L(0)$.

в) Доказати да је L линеаран оператор ако и само ако је $\alpha = 2^{n-1}$.

г) Наћи бар једну базу за $\operatorname{Ker} L$ и $\operatorname{Im} L$.

3. Нека је $U = \mathcal{L}\big(e_1,\, e_2,\, e_3\big)$, где је $e_1 = (1,3,0,1)$, $e_2 = (1,0,1,0)$, $e_3 = (-1,12,-5,4)$, и нека је V скуп решења система линеарних једначина:

$$\begin{array}{rcrcrcrcl} x & - & 2y & + & z & + & \alpha t & = & 0 \\ 2x & - & 3y & + & z & + & 4t & = & 0 \\ 3x & - & 4y & + & z & + & 5t & = & 0. \end{array}$$

Одредити $\alpha \in \mathbb{R}$ за које је $\dim V = 2$, и за такво α наћи по једну базу за U, V, $U+V$, $U \cap V$.