

1. Нека су  $U$  и  $V$  векторски потпростори векторског простора  $\mathbb{R}^4$  задати са  $U = \mathcal{L}(f_1, f_2)$  и  $W = \mathcal{L}(g_1, g_2)$ , где је:

$$\begin{aligned} f_1 &= (2, 5, 3, 1) & g_1 &= (3, 1, -1, 0) \\ f_2 &= (3, 9, 5, 1) & g_2 &= (-2, 0, 2, 1). \end{aligned}$$

Одредити по једну базу за векторске потпросторе  $U + W$  и  $U \cap W$ .

2. а) Доказати да је систем  $h = (h_1, h_2, h_3)$  база векторског простора  $\mathbb{R}^3$ , ако је  $h_1 = (-4, -1, 2), h_2 = (1, 1, 0), h_3 = (-1, 1, 1)$ .

б) Одредити матрицу преласка са стандардне базе векторског простора  $\mathbb{R}^3$  на базу  $h$ .

в) Нека је систем вектора  $m = (m_1, m_2, m_3)$  база векторског простора  $\mathbb{R}^3$ , где је  $m_1 = (1, -2, -1), m_2 = (3, -5, -3), m_3 = (0, 2, 1)$ . Одредити координате вектора  $v = (7, -10, 6) \in \mathbb{R}^3$  у бази  $m$ .

г) Одредити матрицу преласка са стандардне базе векторског простора  $\mathbb{R}^3$  на базу  $m$ .

д) Одредити матрицу преласка са базе  $h$  на базу  $m$ .

3. Нека је матрица

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 7 \\ 1 & -3 & 9 \\ -2 & 3 & -3 \end{bmatrix}.$$

а) Одредити канонску форму  $A^0$  и ранг матрице  $A$ .

б) Одредити матрице  $P$  и  $Q$  тако да  $PAQ = A^0$ .

в) Да ли је матрица  $A$  инверзибилна? Ако јесте, наћи  $A^{-1}$ .

4. Нека је матрица

$$B = \begin{bmatrix} -8 & 4 & 6 \\ -15 & 8 & 9 \\ -5 & 2 & 5 \end{bmatrix}.$$

Одредити карактеристични и минимални полином матрице  $B$ , затим  $B^n$ , за  $n \in \mathbb{N}$ , као и  $B^{-1}$ .

1. Нека су  $U$  и  $V$  векторски потпростори векторског простора  $\mathbb{R}^4$  задати са  $U = \mathcal{L}(f_1, f_2)$  и  $W = \mathcal{L}(g_1, g_2)$ , где је:

$$\begin{aligned} f_1 &= (2, 5, 3, 1) & g_1 &= (3, 1, -1, 0) \\ f_2 &= (3, 9, 5, 1) & g_2 &= (-2, 0, 2, 1). \end{aligned}$$

Одредити по једну базу за векторске потпросторе  $U + W$  и  $U \cap W$ .

2. а) Доказати да је систем  $h = (h_1, h_2, h_3)$  база векторског простора  $\mathbb{R}^3$ , ако је  $h_1 = (-4, -1, 2), h_2 = (1, 1, 0), h_3 = (-1, 1, 1)$ .

б) Одредити матрицу преласка са стандардне базе векторског простора  $\mathbb{R}^3$  на базу  $h$ .

в) Нека је систем вектора  $m = (m_1, m_2, m_3)$  база векторског простора  $\mathbb{R}^3$ , где је  $m_1 = (1, -2, -1), m_2 = (3, -5, -3), m_3 = (0, 2, 1)$ . Одредити координате вектора  $v = (7, -10, 6) \in \mathbb{R}^3$  у бази  $m$ .

г) Одредити матрицу преласка са стандардне базе векторског простора  $\mathbb{R}^3$  на базу  $m$ .

д) Одредити матрицу преласка са базе  $h$  на базу  $m$ .

3. Нека је матрица

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 7 \\ 1 & -3 & 9 \\ -2 & 3 & -3 \end{bmatrix}.$$

а) Одредити канонску форму  $A^0$  и ранг матрице  $A$ .

б) Одредити матрице  $P$  и  $Q$  тако да  $PAQ = A^0$ .

в) Да ли је матрица  $A$  инверзибилна? Ако јесте, наћи  $A^{-1}$ .

4. Нека је матрица

$$B = \begin{bmatrix} -8 & 4 & 6 \\ -15 & 8 & 9 \\ -5 & 2 & 5 \end{bmatrix}.$$

Одредити карактеристични и минимални полином матрице  $B$ , затим  $B^n$ , за  $n \in \mathbb{N}$ , као и  $B^{-1}$ .