

## Linearna algebra i analitička geometrija 13.02.2010.

1. Rešiti sistem jednačina

$$\begin{aligned}2x + 3y - z + t &= 0 \\8x + 12y - 9z + 8t &= 3 \\4x + 6y + 3z - 2t &= 3 \\2x + 3y + 9z - 7t &= 3.\end{aligned}$$

2. Neka je  $U$  potprostor vektorskog prostora  $\mathbb{R}^4$  generisan vektorima  $u_1 = (1, 1, 0, -1)$ ,  $u_2 = (1, 2, 3, 0)$ ,  $u_3 = (2, 3, 3, -1)$ , a  $V$  potprostor generisan vektorima  $v_1 = (1, 2, 2, -2)$ ,  $v_2 = (2, 3, 2, -3)$ ,  $v_3 = (1, 3, 4, -3)$ . Odrediti bazu i dimenziju prostora  $U$ ,  $V$ ,  $U+V$ , i  $U \cap V$ .

3. Neka je  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  linearni operator vektorskog prostora  $\mathbb{R}^3$  definisan sa  $T(x, y, z) = (z, y + z, x + y + z)$ .

- Odrediti matricu operatora  $T$  u odnosu na kanonsku bazu  $e$  prostora  $\mathbb{R}^3$ .
- Ispitati da li je  $T$  invertibilan, i u slučaju da jeste odrediti matricu operatora  $T^{-1}$  u odnosu na kanonsku bazu  $e$ .

4. Data je matrica  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ .

- Odrediti karakterisitčni i minimalni polinom matrice  $A$ .
- Izračunati sopstvene vrednosti i sopstvene vektore matrice  $A$ .
- Ispitati da li je matrica  $A$  dijagonalnog tipa, i u slučaju da jeste izračunati  $A^n$ .

5. U Euklidskom vektorskom prostoru  $\mathbb{R}^4$  sa standardnim skalarnim proizvodom dat je potprostor  $U$  generisan vektorima  $(1, 2, 0, 2)$ ,  $(1, 0, 1, 2)$ ,  $(1, 1, 1, 1)$ . Odrediti ortonormiranu bazu koja odgovara podprostoru  $U$ .

6. Dat je vector  $\vec{u} = (1, 1, 3)$ , i podprostor  $U$  rešenja jednačine  $x - y - z = 0$  u  $\mathbb{R}^3$ .

Odrediti ugao koji vector  $\vec{u}$  zaklapa sa podprostorom  $U$ , u odnosu na standardni skalarni proizvod.

