Linearna algebra B, 21.4.2008.

1. Neka je preslikavanje $L : \mathbb{R}^3[x] \to \mathbb{R}^3[x]$ dato sa
$L(p) = -p(x) + xp'(1) + 2p(0) + p'(0)$.

a) Dokazati da je L linearni operator vektorskog prostora $\mathbb{R}^3[x]$ i naći njegovu matricu u odnosu na kanonsku bazu prostora $\mathbb{R}^3[x]$.

b) Odrediti sopstvene vrednosti i sopstvene vektore operatora L.

c) Ispitati da li je L dijagonalnog tipa. U slučaju da jeste, naći bazu prostora $\mathbb{R}^3[x]$u kojoj L ima dijagonalnu matricu.

2. Dato je preslikavanje $\circ : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ na sledeći način:
$(a, b, c) \circ (\alpha, \beta, \gamma) = \alpha a + 2\beta b + 2\beta c + 2\gamma b + 3\gamma c$.

a) Dokazati da je $\circ$ jedan skalarni proizvod na vektorskom prostoru $\mathbb{R}^3$.

b) Odrediti rastojanje vektora $v = (0, 2, 1)$ od potprostora
$U = \{(x, y, z) : x + y + z = 0, 2x + 3y + z = 0\}$.

3. Neka je $e = [e_1, e_2, e_3]$ ortonormirana baza euklidskog vektorskog prostora V i neka je data kvadratna forma Q na V na sledeći način:
$Q(xe_1 + ye_2 + ze_3) = 2x^2 + 8y^2 + 2z^2 - 8xy + 4xz - 8yz$.
Odrediti bar jednu ortonormiranu bazu $f = [f_1, f_2, f_3]$ prostora V u kojoj forma Q ima kanonski oblik i izraziti Q preko koordinata x', y', z' u novoj bazi f.

Linearna algebra B, 21.4.2008.

1. Neka je preslikavanje $L : \mathbb{R}^3[x] \to \mathbb{R}^3[x]$ dato sa
$L(p) = -p(x) + xp'(1) + 2p(0) + p'(0)$.

a) Dokazati da je L linearni operator vektorskog prostora $\mathbb{R}^3[x]$ i naći njegovu matricu u odnosu na kanonsku bazu prostora $\mathbb{R}^3[x]$.

b) Odrediti sopstvene vrednosti i sopstvene vektore operatora L.

c) Ispitati da li je L dijagonalnog tipa. U slučaju da jeste, naći bazu prostora $\mathbb{R}^3[x]$u kojoj L ima dijagonalnu matricu.

2. Dato je preslikavanje $\circ : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ na sledeći način:
$(a, b, c) \circ (\alpha, \beta, \gamma) = \alpha a + 2\beta b + 2\beta c + 2\gamma b + 3\gamma c$.

a) Dokazati da je $\circ$ jedan skalarni proizvod na vektorskom prostoru $\mathbb{R}^3$.

b) Odrediti rastojanje vektora $v = (0, 2, 1)$ od potprostora
$U = \{(x, y, z) : x + y + z = 0, 2x + 3y + z = 0\}$.

3. Neka je $e = [e_1, e_2, e_3]$ ortonormirana baza euklidskog vektorskog prostora V i neka je data kvadratna forma Q na V na sledeći način:
$Q(xe_1 + ye_2 + ze_3) = 2x^2 + 8y^2 + 2z^2 - 8xy + 4xz - 8yz$.
Odrediti bar jednu ortonormiranu bazu $f = [f_1, f_2, f_3]$ prostora V u kojoj forma Q ima kanonski oblik i izraziti Q preko koordinata x', y', z' u novoj bazi f.