

1. У зависности од реалних параметара a и b решити систем једначина користећи Крамеров метод:

$$\begin{aligned} ax + 2y + (b-2)z &= a \\ 3y + (b-2)z &= 1 \\ -x + 2y + (b-2)z &= 1. \end{aligned}$$

2. На простору $M_2(\mathbb{R})$ је дат скаларни производ са $A \circ B = \text{Tr}(A^T B)$, где је $A, B \in M_2(\mathbb{R})$.

а) Одредити угао између матрица $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ и $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$.

б) Нека је U потпростор простора $M_2(\mathbb{R})$ задат са $U = \mathcal{L}\left(\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}\right)$. Одредити бар једну базу за простор U^\perp .

в) Ортонормирати нађену базу у односу на дати скаларни производ.

г) Наћи ортогоналну пројекцију матрице $C = \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 7 & -1 \end{bmatrix}$ на потпросторе U и U^\perp .

3. Нека је $L : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ линеарни оператор дефинисан са

$$L((x, y, z)) = (-14x - 6y + 6z, 12x + 4y - 6z, -24x - 12y + 10z).$$

а) Написати дефиницију сопствених вредности и сопствених вектора линеарног оператора.

б) Да ли је L дијагоналног типа? Ако јесте, наћи бар једну базу $f = [f_1, f_2, f_3]$ простора \mathbb{R}^3 у којој оператор L има дијагоналну матрицу и написати матрицу оператора L у нађеној бази.

1. У зависности од реалних параметара a и b решити систем једначина користећи Крамеров метод:

$$\begin{aligned} ax + 2y + (b-2)z &= a \\ 3y + (b-2)z &= 1 \\ -x + 2y + (b-2)z &= 1. \end{aligned}$$

2. На простору $M_2(\mathbb{R})$ је дат скаларни производ са $A \circ B = \text{Tr}(A^T B)$, где је $A, B \in M_2(\mathbb{R})$.

а) Одредити угао између матрица $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ и $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$.

б) Нека је U потпростор простора $M_2(\mathbb{R})$ задат са $U = \mathcal{L}\left(\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}\right)$. Одредити бар једну базу за простор U^\perp .

в) Ортонормирати нађену базу у односу на дати скаларни производ.

г) Наћи ортогоналну пројекцију матрице $C = \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 7 & -1 \end{bmatrix}$ на потпросторе U и U^\perp .

3. Нека је $L : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ линеарни оператор дефинисан са

$$L((x, y, z)) = (-14x - 6y + 6z, 12x + 4y - 6z, -24x - 12y + 10z).$$

а) Написати дефиницију сопствених вредности и сопствених вектора линеарног оператора.

б) Да ли је L дијагоналног типа? Ако јесте, наћи бар једну базу $f = [f_1, f_2, f_3]$ простора \mathbb{R}^3 у којој оператор L има дијагоналну матрицу и написати матрицу оператора L у нађеној бази.