Увод у математичку логику, писмени испит , група 1 *7. фебруар 2010.*

1. Нека су A, B, C и D произвољне исказне формуле. Ако су формуле $A \Rightarrow (B \vee C)$ и $(A \wedge C) \Rightarrow D$ таутологије онда је и формула $(\neg D \wedge A) \Rightarrow B$ таутологија. Доказати.
2. Одредити све логички нееквивалентне формуле A (у којима учествују искључиво исказна слова p и q) тако да формула $(\neg(p \vee q) \Rightarrow (\neg p \wedge A)) \Leftrightarrow (p \Rightarrow (A \Rightarrow p))$ буде таутологија.
3. Наћи један модел за формулу $\forall x \forall y (p(x, y) \Rightarrow \exists z (p(x, z) \wedge p(z, y)))$
4. Доказати да формула $\forall x \exists y \forall z (p(x, f(y)) \Rightarrow p(x, z))$ није ваљана.
5. Методом таблоа доказати да је формула $\forall x \forall y (q(x, y) \Rightarrow p(x)) \Rightarrow (\exists x q(a, x) \Rightarrow \exists x (\exists y q(x, y) \wedge p(x)))$ ваљана.

Увод у математичку логику, писмени испит, група 2 *7. фебруар 2010.*

1. Нека су A, B, C и D произвољне исказне формуле. Ако су формуле $A \vee \neg B$ и $C \Rightarrow D$ таутологије онда је и формула $(A \Rightarrow C) \Rightarrow (\neg B \vee D)$ таутологија. Доказати.
2. Одредити све логички нееквивалентне формуле A (у којима учествују искључиво исказна слова p и q) тако да формула $(p \Rightarrow (q \vee A)) \Leftrightarrow ((p \Rightarrow (q \Rightarrow A)) \Rightarrow ((p \Rightarrow q) \Rightarrow (p \Rightarrow A)))$ буде таутологија.
3. Наћи један модел за формулу $\forall x \exists y (p(x, y) \wedge \forall z (p(y, z) \Rightarrow p(x, z)))$
4. Доказати да формула $\exists x \forall y \forall z (p(x, y) \Rightarrow p(f(x, y), z))$ није ваљана.
5. Методом таблоа доказати да је формула $(\exists x \neg p(a, x) \wedge \forall x \forall y (p(x, y) \vee q(x))) \Rightarrow \exists x (\exists y \neg p(x, y) \wedge q(x))$ ваљана.

Увод у математичку логику, писмени испит , група 1 *7. фебруар 2010.*

1. Нека су A, B, C и D произвољне исказне формуле. Ако су формуле $A \Rightarrow (B \vee C)$ и $(A \wedge C) \Rightarrow D$ таутологије онда је и формула $(\neg D \wedge A) \Rightarrow B$ таутологија. Доказати.
2. Одредити све логички нееквивалентне формуле A (у којима учествују искључиво исказна слова p и q) тако да формула $(\neg(p \vee q) \Rightarrow (\neg p \wedge A)) \Leftrightarrow (p \Rightarrow (A \Rightarrow p))$ буде таутологија.
3. Наћи један модел за формулу $\forall x \forall y (p(x, y) \Rightarrow \exists z (p(x, z) \wedge p(z, y)))$
4. Доказати да формула $\forall x \exists y \forall z (p(x, f(y)) \Rightarrow p(x, z))$ није ваљана.
5. Методом таблоа доказати да је формула $\forall x \forall y (q(x, y) \Rightarrow p(x)) \Rightarrow (\exists x q(a, x) \Rightarrow \exists x (\exists y q(x, y) \wedge p(x)))$ ваљана.

Увод у математичку логику, писмени испит, група 2 *7. фебруар 2010.*

1. Нека су A, B, C и D произвољне исказне формуле. Ако су формуле $A \vee \neg B$ и $C \Rightarrow D$ таутологије онда је и формула $(A \Rightarrow C) \Rightarrow (\neg B \vee D)$ таутологија. Доказати.
2. Одредити све логички нееквивалентне формуле A (у којима учествују искључиво исказна слова p и q) тако да формула $(p \Rightarrow (q \vee A)) \Leftrightarrow ((p \Rightarrow (q \Rightarrow A)) \Rightarrow ((p \Rightarrow q) \Rightarrow (p \Rightarrow A)))$ буде таутологија.
3. Наћи један модел за формулу $\forall x \exists y (p(x, y) \wedge \forall z (p(y, z) \Rightarrow p(x, z)))$
4. Доказати да формула $\exists x \forall y \forall z (p(x, y) \Rightarrow p(f(x, y), z))$ није ваљана.
5. Методом таблоа доказати да је формула $(\exists x \neg p(a, x) \wedge \forall x \forall y (p(x, y) \vee q(x))) \Rightarrow \exists x (\exists y \neg p(x, y) \wedge q(x))$ ваљана.