**Алгебра 1, фебруар 2009.** *8. април 2009.*

1. Дат је скуп $G_n = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ a & b \end{pmatrix} \,\middle|\, a, b \in \mathbb{Z}_n,\ (b, n) = 1 \right\}$, $n \geq 1$.
   (а) Показати да је $G_n$ група у односу на операцију множења матрица и одредити $|G_n|$.
   (б) Показати да је $H_n = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \,\middle|\, b \in \mathbb{Z}_n,\ (b, n) = 1 \right\}$ подгрупа групе $G_n$ и да је пресликавање $f_n : G_n \to H_n$, задато са $f_n : \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ a & b \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}$, хомоморфизам група.
   (в) Показати да је $K_n = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ a & 1 \end{pmatrix} \,\middle|\, a \in \mathbb{Z}_n \right\}$ нормална подгрупа групе $G_n$ и да је $G_n/K_n \cong H_n$.
   (г) Одредити групе $G_3$ и $G_4$.
2. Наћи опште решење диофантовске једначине $110x + 273y = 1$.
3. До на изоморфизам одредити све групе $G$ реда 88, у којима важи $s_2 = 1$.
4. Комутативну групу $G = \mathbb{Z}_{10} \times \mathbb{Z}_{15} \times \mathbb{Z}_{20}$ представити у елементарној и нормалној форми. Одредити максимални ред елемента у групи $G$ као и број елемената тог реда.
5. Одредити коренско поље $K$ полинома $x^4 - 4x^2 + 2$ над $\mathbb{Q}$ и израчунати $|K : \mathbb{Q}|$.

**Алгебра 1, фебруар 2009.** *8. април 2009.*

1. Дат је скуп $G_n = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ a & b \end{pmatrix} \,\middle|\, a, b \in \mathbb{Z}_n,\ (b, n) = 1 \right\}$, $n \geq 1$.
   (а) Показати да је $G_n$ група у односу на операцију множења матрица и одредити $|G_n|$.
   (б) Показати да је $H_n = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \,\middle|\, b \in \mathbb{Z}_n,\ (b, n) = 1 \right\}$ подгрупа групе $G_n$ и да је пресликавање $f_n : G_n \to H_n$, задато са $f_n : \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ a & b \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}$, хомоморфизам група.
   (в) Показати да је $K_n = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ a & 1 \end{pmatrix} \,\middle|\, a \in \mathbb{Z}_n \right\}$ нормална подгрупа групе $G_n$ и да је $G_n/K_n \cong H_n$.
   (г) Одредити групе $G_3$ и $G_4$.
2. Наћи опште решење диофантовске једначине $110x + 273y = 1$.
3. До на изоморфизам одредити све групе $G$ реда 88, у којима важи $s_2 = 1$.
4. Комутативну групу $G = \mathbb{Z}_{10} \times \mathbb{Z}_{15} \times \mathbb{Z}_{20}$ представити у елементарној и нормалној форми. Одредити максимални ред елемента у групи $G$ као и број елемената тог реда.
5. Одредити коренско поље $K$ полинома $x^4 - 4x^2 + 2$ над $\mathbb{Q}$ и израчунати $|K : \mathbb{Q}|$.

**Алгебра 1, фебруар 2009.** *8. април 2009.*

1. Дат је скуп $G_n = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ a & b \end{pmatrix} \,\middle|\, a, b \in \mathbb{Z}_n,\ (b, n) = 1 \right\}$, $n \geq 1$.
   (а) Показати да је $G_n$ група у односу на операцију множења матрица и одредити $|G_n|$.
   (б) Показати да је $H_n = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \,\middle|\, b \in \mathbb{Z}_n,\ (b, n) = 1 \right\}$ подгрупа групе $G_n$ и да је пресликавање $f_n : G_n \to H_n$, задато са $f_n : \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ a & b \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}$, хомоморфизам група.
   (в) Показати да је $K_n = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ a & 1 \end{pmatrix} \,\middle|\, a \in \mathbb{Z}_n \right\}$ нормална подгрупа групе $G_n$ и да је $G_n/K_n \cong H_n$.
   (г) Одредити групе $G_3$ и $G_4$.
2. Наћи опште решење диофантовске једначине $110x + 273y = 1$.
3. До на изоморфизам одредити све групе $G$ реда 88, у којима важи $s_2 = 1$.
4. Комутативну групу $G = \mathbb{Z}_{10} \times \mathbb{Z}_{15} \times \mathbb{Z}_{20}$ представити у елементарној и нормалној форми. Одредити максимални ред елемента у групи $G$ као и број елемената тог реда.
5. Одредити коренско поље $K$ полинома $x^4 - 4x^2 + 2$ над $\mathbb{Q}$ и израчунати $|K : \mathbb{Q}|$.