Алгебра 1 **13.02.2014.**

Р смер

$\boxed{1}$ Нека је $T = \{1, 3, 5\}$ и $G = \{\pi \in S_{10} : \ \pi(T) = T\}$.

а) Доказати да је G подгрупа групе S_{10}.

б) Доказати да су $H = \{\sigma \in S_{10} : \ \pi(i) = i, \text{ за све } i \in T^c\}$ и $K = \{\rho \in S_{10} : \ \rho(i) = i, \text{ за све } i \in T\}$ подгрупе групе G које су изоморфне редом са S_3 и S_7.

в) Доказати да је $H \cap K = \{\varepsilon\}$ и да за свако $\sigma \in H$ и свако $\rho \in K$ важи да је $\sigma\rho = \rho\sigma$.

г Да ли је $G \cong S_3 \times S_7$?

$\boxed{2}$ Нека је G циклична група реда 30 генерисана елементом a, а H њена циклична подгрупа генерисана са a^6.

а) Написати све различите леве косете подгрупе H у групи G, и за сваки од тих левих косета његове елементе изразити у функцији од a.

б) Доказати да је H нормална погрупа групе G, а затим одредити ред количничке групе G/H.

в) Одредити редове свих елемената количничке групе G/H. Да ли је G/H циклична?

$\boxed{3}$ Нека је $G = \mathbb{Z}_{360} \times \mathbb{Z}_{300} \times \mathbb{Z}_{200} \times \mathbb{Z}_{150}$.

а) Одредити елементарне делитеље групе G, а затим и њену нормалну форму. Који је максималан ред елемента у групи G?

б) Колико има елемената реда 5, реда 8 и реда 9 у групи G?

$\boxed{4}$ Доказати да је $r = 3$ примитиван корен по модулу 17, а затим уз помоћ таблице за ind_3 одредити све примитивне корене по модулу 17. Испитати да ли следеће конгруенције имају решења и у потврдном случају наћи сва решења:

а) $4x^2 \equiv 1 \pmod{17}$,

б) $8x^5 \equiv 10 \pmod{17}$,

в) $7^x \equiv 6 \pmod{17}$.

Алгебра 1 **13.02.2014.**

Р смер

$\boxed{1}$ Нека је $T = \{1, 3, 5\}$ и $G = \{\pi \in S_{10} : \ \pi(T) = T\}$.

а) Доказати да је G подгрупа групе S_{10}.

б) Доказати да су $H = \{\sigma \in S_{10} : \ \pi(i) = i, \text{ за све } i \in T^c\}$ и $K = \{\rho \in S_{10} : \ \rho(i) = i, \text{ за све } i \in T\}$ подгрупе групе G које су изоморфне редом са S_3 и S_7.

в) Доказати да је $H \cap K = \{\varepsilon\}$ и да за свако $\sigma \in H$ и свако $\rho \in K$ важи да је $\sigma\rho = \rho\sigma$.

г Да ли је $G \cong S_3 \times S_7$?

$\boxed{2}$ Нека је G циклична група реда 30 генерисана елементом a, а H њена циклична подгрупа генерисана са a^6.

а) Написати све различите леве косете подгрупе H у групи G, и за сваки од тих левих косета његове елементе изразити у функцији од a.

б) Доказати да је H нормална погрупа групе G, а затим одредити ред количничке групе G/H.

в) Одредити редове свих елемената количничке групе G/H. Да ли је G/H циклична?

$\boxed{3}$ Нека је $G = \mathbb{Z}_{360} \times \mathbb{Z}_{300} \times \mathbb{Z}_{200} \times \mathbb{Z}_{150}$.

а) Одредити елементарне делитеље групе G, а затим и њену нормалну форму. Који је максималан ред елемента у групи G?

б) Колико има елемената реда 5, реда 8 и реда 9 у групи G?

$\boxed{4}$ Доказати да је $r = 3$ примитиван корен по модулу 17, а затим уз помоћ таблице за ind_3 одредити све примитивне корене по модулу 17. Испитати да ли следеће конгруенције имају решења и у потврдном случају наћи сва решења:

а) $4x^2 \equiv 1 \pmod{17}$,

б) $8x^5 \equiv 10 \pmod{17}$,

в) $7^x \equiv 6 \pmod{17}$.