Алгебра 1, јануар 2009. *28. јануар 2009.*

1. (а) Показати да је скуп $G = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix} : a \in \mathbb{Z}_5 \setminus \{0\}, b \in \mathbb{Z}_5 \right\}$ група у односу на операцију множења матрица. Одредити ред групе G.
   (б) Одредити ред елемента $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ у групи G.
   (в) Показати да је $H = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix} : b \in \mathbb{Z}_5 \right\}$ нормална подгрупа од G.
2. У скупу целих бројева одредити сва решења једначине $51x + 14y = 2$.
3. Нека је G група реда 99, која не садржи елемент реда 9. Одредити број елемената реда 3 у G.
4. Комутативну групу $G = \mathbb{Z}_{12} \times \mathbb{Z}_{15} \times \mathbb{Z}_{20}$ представити у елементарној и нормалној форми. Одредити максимални ред елемента у групи G као и број елемената тог реда.
5. (а) Одредити минимални полином елемента $\alpha = \sqrt[3]{7} + \sqrt[3]{7^2}$ над $\mathbb{Q}$.
   (б) Одредити минимлално раширење K поља $\mathbb{Q}$ које садржи α као и $|K : \mathbb{Q}|$.
   (ц) Одредити $p \in \mathbb{Q}[X]$, $\deg p \leq 2$, за који је $\dfrac{1}{\alpha^2 + \alpha} = p(\alpha)$.

Алгебра 1, јануар 2009. *28. јануар 2009.*

1. (а) Показати да је скуп $G = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix} : a \in \mathbb{Z}_5 \setminus \{0\}, b \in \mathbb{Z}_5 \right\}$ група у односу на операцију множења матрица. Одредити ред групе G.
   (б) Одредити ред елемента $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ у групи G.
   (в) Показати да је $H = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix} : b \in \mathbb{Z}_5 \right\}$ нормална подгрупа од G.
2. У скупу целих бројева одредити сва решења једначине $51x + 14y = 2$.
3. Нека је G група реда 99, која не садржи елемент реда 9. Одредити број елемената реда 3 у G.
4. Комутативну групу $G = \mathbb{Z}_{12} \times \mathbb{Z}_{15} \times \mathbb{Z}_{20}$ представити у елементарној и нормалној форми. Одредити максимални ред елемента у групи G као и број елемената тог реда.
5. (а) Одредити минимални полином елемента $\alpha = \sqrt[3]{7} + \sqrt[3]{7^2}$ над $\mathbb{Q}$.
   (б) Одредити минимлално раширење K поља $\mathbb{Q}$ које садржи α као и $|K : \mathbb{Q}|$.
   (ц) Одредити $p \in \mathbb{Q}[X]$, $\deg p \leq 2$, за који је $\dfrac{1}{\alpha^2 + \alpha} = p(\alpha)$.

Алгебра 1, јануар 2009. *28. јануар 2009.*

1. (а) Показати да је скуп $G = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix} : a \in \mathbb{Z}_5 \setminus \{0\}, b \in \mathbb{Z}_5 \right\}$ група у односу на операцију множења матрица. Одредити ред групе G.
   (б) Одредити ред елемента $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ у групи G.
   (в) Показати да је $H = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix} : b \in \mathbb{Z}_5 \right\}$ нормална подгрупа од G.
2. У скупу целих бројева одредити сва решења једначине $51x + 14y = 2$.
3. Нека је G група реда 99, која не садржи елемент реда 9. Одредити број елемената реда 3 у G.
4. Комутативну групу $G = \mathbb{Z}_{12} \times \mathbb{Z}_{15} \times \mathbb{Z}_{20}$ представити у елементарној и нормалној форми. Одредити максимални ред елемента у групи G као и број елемената тог реда.
5. (а) Одредити минимални полином елемента $\alpha = \sqrt[3]{7} + \sqrt[3]{7^2}$ над $\mathbb{Q}$.
   (б) Одредити минимлално раширење K поља $\mathbb{Q}$ које садржи α као и $|K : \mathbb{Q}|$.
   (ц) Одредити $p \in \mathbb{Q}[X]$, $\deg p \leq 2$, за који је $\dfrac{1}{\alpha^2 + \alpha} = p(\alpha)$.