Алгебра 1, октобар 2010. *15. септембар 2010.*

1. Ако је n непаран број, доказати да Абелова група реда $2n$ има тачно један елемент реда 2.
2. Решити систем конгруенција: $x =_7 4$, $x =_8 -1$, $x =_{13} 5$.
3. Нека је G група реда $|G| = 2^2 \cdot 7 \cdot 13$.
   а) Доказати да G има нормалну подгрупу реда 7.
   б) Доказати да G има подгрупу H реда $7 \cdot 13$. Да ли је H циклична?
   в) Да ли је H нормална подгрупа од G?
   г) Да ли G има нормалну подгрупу реда $2 \cdot 7 \cdot 13$.
4. Нека је $G = \mathbb{Z}_{10} \times \mathbb{Z}_{20} \times \mathbb{Z}_{30} \times \mathbb{Z}_{40}$.
   а) Одредити елементарну и нормалну форму групе G.
   б) Који је максималан ред неког елемента групе G? Колико има елемената максималног реда?
5. Нека је $\alpha = \sqrt{2+\sqrt{3}}$.
   а) Наћи минимални полином елемента α над $\mathbb{Q}$.
   б) Израчунати $|\mathbb{Q}(\alpha) : \mathbb{Q}|$. Дати једну базу за векторски простор $\mathbb{Q}(\alpha)$ над $\mathbb{Q}$.
   в) Представити инверзе елемената $\alpha - 2$ и $\alpha + 2$ у уоченој бази.

Алгебра 1, октобар 2010. *15. септембар 2010.*

1. Ако је n непаран број, доказати да Абелова група реда $2n$ има тачно један елемент реда 2.
2. Решити систем конгруенција: $x =_7 4$, $x =_8 -1$, $x =_{13} 5$.
3. Нека је G група реда $|G| = 2^2 \cdot 7 \cdot 13$.
   а) Доказати да G има нормалну подгрупу реда 7.
   б) Доказати да G има подгрупу H реда $7 \cdot 13$. Да ли је H циклична?
   в) Да ли је H нормална подгрупа од G?
   г) Да ли G има нормалну подгрупу реда $2 \cdot 7 \cdot 13$.
4. Нека је $G = \mathbb{Z}_{10} \times \mathbb{Z}_{20} \times \mathbb{Z}_{30} \times \mathbb{Z}_{40}$.
   а) Одредити елементарну и нормалну форму групе G.
   б) Који је максималан ред неког елемента групе G? Колико има елемената максималног реда?
5. Нека је $\alpha = \sqrt{2+\sqrt{3}}$.
   а) Наћи минимални полином елемента α над $\mathbb{Q}$.
   б) Израчунати $|\mathbb{Q}(\alpha) : \mathbb{Q}|$. Дати једну базу за векторски простор $\mathbb{Q}(\alpha)$ над $\mathbb{Q}$.
   в) Представити инверзе елемената $\alpha - 2$ и $\alpha + 2$ у уоченој бази.

Алгебра 1, октобар 2010. *15. септембар 2010.*

1. Ако је n непаран број, доказати да Абелова група реда $2n$ има тачно један елемент реда 2.
2. Решити систем конгруенција: $x =_7 4$, $x =_8 -1$, $x =_{13} 5$.
3. Нека је G група реда $|G| = 2^2 \cdot 7 \cdot 13$.
   а) Доказати да G има нормалну подгрупу реда 7.
   б) Доказати да G има подгрупу H реда $7 \cdot 13$. Да ли је H циклична?
   в) Да ли је H нормална подгрупа од G?
   г) Да ли G има нормалну подгрупу реда $2 \cdot 7 \cdot 13$.
4. Нека је $G = \mathbb{Z}_{10} \times \mathbb{Z}_{20} \times \mathbb{Z}_{30} \times \mathbb{Z}_{40}$.
   а) Одредити елементарну и нормалну форму групе G.
   б) Који је максималан ред неког елемента групе G? Колико има елемената максималног реда?
5. Нека је $\alpha = \sqrt{2+\sqrt{3}}$.
   а) Наћи минимални полином елемента α над $\mathbb{Q}$.
   б) Израчунати $|\mathbb{Q}(\alpha) : \mathbb{Q}|$. Дати једну базу за векторски простор $\mathbb{Q}(\alpha)$ над $\mathbb{Q}$.
   в) Представити инверзе елемената $\alpha - 2$ и $\alpha + 2$ у уоченој бази.