Алгебра 1, септембар 2010. *25. август 2010.*

1. Дата је група $G = \mathbb{Z}_{12} \times \mathbb{Z}_{18} \times \mathbb{Z}_{20}$. Одредити елементарну и нормалну форму групе G. Одредити максималан ред елемента и број елемената максималног реда у G.
2. Нека је G коначна Абелова група и k најмањи заједнички садржалац редова свих елемената групе G. Доказати да у G постоји елемент реда k.
3. Одредити остатак при дељењу броја 1406^{2010} са 1105.
4. Нека је G група реда $5 \cdot 7 \cdot 17$.
   (а) Доказати да G има нормалну цикличну подгрупу реда 7 или реда 17.
   (б) Доказати да G има нормалну цикличну подгрупу реда $7 \cdot 17$.
   (в) Доказати да је G циклична.
5. Нека је α произвољна нула полинома $f(x) = x^4 + x + 1$. Одредити $|\mathbb{Q}(\alpha) : \mathbb{Q}|$, дати једну базу за $\mathbb{Q}(\alpha)$ над $\mathbb{Q}$ и представити инверз елемента $\alpha^2 + 1$ у датој бази.

Алгебра 1, септембар 2010. *25. август 2010.*

1. Дата је група $G = \mathbb{Z}_{12} \times \mathbb{Z}_{18} \times \mathbb{Z}_{20}$. Одредити елементарну и нормалну форму групе G. Одредити максималан ред елемента и број елемената максималног реда у G.
2. Нека је G коначна Абелова група и k најмањи заједнички садржалац редова свих елемената групе G. Доказати да у G постоји елемент реда k.
3. Одредити остатак при дељењу броја 1406^{2010} са 1105.
4. Нека је G група реда $5 \cdot 7 \cdot 17$.
   (а) Доказати да G има нормалну цикличну подгрупу реда 7 или реда 17.
   (б) Доказати да G има нормалну цикличну подгрупу реда $7 \cdot 17$.
   (в) Доказати да је G циклична.
5. Нека је α произвољна нула полинома $f(x) = x^4 + x + 1$. Одредити $|\mathbb{Q}(\alpha) : \mathbb{Q}|$, дати једну базу за $\mathbb{Q}(\alpha)$ над $\mathbb{Q}$ и представити инверз елемента $\alpha^2 + 1$ у датој бази.

Алгебра 1, септембар 2010. *25. август 2010.*

1. Дата је група $G = \mathbb{Z}_{12} \times \mathbb{Z}_{18} \times \mathbb{Z}_{20}$. Одредити елементарну и нормалну форму групе G. Одредити максималан ред елемента и број елемената максималног реда у G.
2. Нека је G коначна Абелова група и k најмањи заједнички садржалац редова свих елемената групе G. Доказати да у G постоји елемент реда k.
3. Одредити остатак при дељењу броја 1406^{2010} са 1105.
4. Нека је G група реда $5 \cdot 7 \cdot 17$.
   (а) Доказати да G има нормалну цикличну подгрупу реда 7 или реда 17.
   (б) Доказати да G има нормалну цикличну подгрупу реда $7 \cdot 17$.
   (в) Доказати да је G циклична.
5. Нека је α произвољна нула полинома $f(x) = x^4 + x + 1$. Одредити $|\mathbb{Q}(\alpha) : \mathbb{Q}|$, дати једну базу за $\mathbb{Q}(\alpha)$ над $\mathbb{Q}$ и представити инверз елемента $\alpha^2 + 1$ у датој бази.

Алгебра 1, септембар 2010. *25. август 2010.*

1. Дата је група $G = \mathbb{Z}_{12} \times \mathbb{Z}_{18} \times \mathbb{Z}_{20}$. Одредити елементарну и нормалну форму групе G. Одредити максималан ред елемента и број елемената максималног реда у G.
2. Нека је G коначна Абелова група и k најмањи заједнички садржалац редова свих елемената групе G. Доказати да у G постоји елемент реда k.
3. Одредити остатак при дељењу броја 1406^{2010} са 1105.
4. Нека је G група реда $5 \cdot 7 \cdot 17$.
   (а) Доказати да G има нормалну цикличну подгрупу реда 7 или реда 17.
   (б) Доказати да G има нормалну цикличну подгрупу реда $7 \cdot 17$.
   (в) Доказати да је G циклична.
5. Нека је α произвољна нула полинома $f(x) = x^4 + x + 1$. Одредити $|\mathbb{Q}(\alpha) : \mathbb{Q}|$, дати једну базу за $\mathbb{Q}(\alpha)$ над $\mathbb{Q}$ и представити инверз елемента $\alpha^2 + 1$ у датој бази.