

### Алгебра 3, Септембар 2015.

5. септембар 2015.

1. Нека је  $k$  поље. Испитати да ли је прстен  $R = \{a + Xf \mid a \in k, f \in k[X, Y]\}$  Нетерин.
2. Нека је  $D$  интегрално затворен домен и  $S \subseteq D$  мултипликативно затворен скуп. Доказати да је  $S^{-1}D$  интегрално затворен.
3. Одредити међупоља расширења  $K/\mathbb{Q}(\sqrt{3})$ , где је  $K$  коренско поље полинома  $X^3 + 3$  над  $\mathbb{Q}(\sqrt{3})$ .
4. Наћи бесконачно много примитивних елемената расширења  $K/\mathbb{Q}(\sqrt{3})$  из претходног задатка.
5. Испитати да ли је једначина  $X^5 + 4X^2 - 2 = 0$  решива у радикалима.
6. Испитати да ли су корени полинома  $X^4 + X - 5$  конструктибилни.
7. Ако је  $K/F$  коначно расширење поља, доказати да је  $|\text{Gal}(K/F)| \leq |K : F|$ .
8. Одредити радикал идеала  $\mathfrak{a} = \langle X^3 - Y^6, XY - Y^3 \rangle \subseteq \mathbb{C}[X, Y]$ .

### Алгебра 3, Септембар 2015.

5. септембар 2015.

1. Нека је  $k$  поље. Испитати да ли је прстен  $R = \{a + Xf \mid a \in k, f \in k[X, Y]\}$  Нетерин.
2. Нека је  $D$  интегрално затворен домен и  $S \subseteq D$  мултипликативно затворен скуп. Доказати да је  $S^{-1}D$  интегрално затворен.
3. Одредити међупоља расширења  $K/\mathbb{Q}(\sqrt{3})$ , где је  $K$  коренско поље полинома  $X^3 + 3$  над  $\mathbb{Q}(\sqrt{3})$ .
4. Наћи бесконачно много примитивних елемената расширења  $K/\mathbb{Q}(\sqrt{3})$  из претходног задатка.
5. Испитати да ли је једначина  $X^5 + 4X^2 - 2 = 0$  решива у радикалима.
6. Испитати да ли су корени полинома  $X^4 + X - 5$  конструктибилни.
7. Ако је  $K/F$  коначно расширење поља, доказати да је  $|\text{Gal}(K/F)| \leq |K : F|$ .
8. Одредити радикал идеала  $\mathfrak{a} = \langle X^3 - Y^6, XY - Y^3 \rangle \subseteq \mathbb{C}[X, Y]$ .