Алгебра, И смер, 4. јул 2012.

1. Нека су $\sigma, \pi \in \mathbb{S}_n$ такве да $\sigma\pi = \pi\sigma$. Доказати да σ пермутује оне бројеве које π не помера. Уколико је π циклус дужине n, доказати да је $\sigma = \pi^k$, за неко $k \in \mathbb{N}$.

2. Нека је G подгрупа групе $\mathbb{S}_8$ генерисана пермутацијама (26)(348) и (157). Нека G дејствује као група пермутација скупа $X = \{1, 2, \ldots, 8\}$. Одредити орбиту и стабилизатор сваког елемента из X.

3. Одредити нормалну и елементарну форму комутативне групе задате генераторима x_1, x_2, x_3 и релацијама

$$\begin{aligned} 4x_1 + 8x_2 + 4x_3 &= 0 \\ 6x_1 + 6x_2 + 4x_3 &= 0 \\ 4x_1 + 12x_2 - 4x_3 &= 0. \end{aligned}$$

Који је максималан ред елемента у овој групи? Колико елемената ове групе је реда 14?

4. Одредите коренско поље K полинома $f(X) = X^4 - 8X^2 + 15$. Одредите неки елемент $\alpha \in \mathbb{C}$ такав да је $K = \mathbb{Q}(\alpha)$ и одредите минимални полином тог елемента α над $\mathbb{Q}$. Напишите $\frac{1}{\alpha-1}$ у облику $p(\alpha)$ за неки полином $p(X) \in \mathbb{Q}[X]$.

Алгебра, И смер, 4. јул 2012.

1. Нека су $\sigma, \pi \in \mathbb{S}_n$ такве да $\sigma\pi = \pi\sigma$. Доказати да σ пермутује оне бројеве које π не помера. Уколико је π циклус дужине n, доказати да је $\sigma = \pi^k$, за неко $k \in \mathbb{N}$.

2. Нека је G подгрупа групе $\mathbb{S}_8$ генерисана пермутацијама (26)(348) и (157). Нека G дејствује као група пермутација скупа $X = \{1, 2, \ldots, 8\}$. Одредити орбиту и стабилизатор сваког елемента из X.

3. Одредити нормалну и елементарну форму комутативне групе задате генераторима x_1, x_2, x_3 и релацијама

$$\begin{aligned} 4x_1 + 8x_2 + 4x_3 &= 0 \\ 6x_1 + 6x_2 + 4x_3 &= 0 \\ 4x_1 + 12x_2 - 4x_3 &= 0. \end{aligned}$$

Који је максималан ред елемента у овој групи? Колико елемената ове групе је реда 14?

4. Одредите коренско поље K полинома $f(X) = X^4 - 8X^2 + 15$. Одредите неки елемент $\alpha \in \mathbb{C}$ такав да је $K = \mathbb{Q}(\alpha)$ и одредите минимални полином тог елемента α над $\mathbb{Q}$. Напишите $\frac{1}{\alpha-1}$ у облику $p(\alpha)$ за неки полином $p(X) \in \mathbb{Q}[X]$.