Испит из Алгебре, Септембар 2, И смер *15. септембар 2014.*

1. а) [4] Нека је G комутативна група и $a, b \in G$. Одредити све x такве да важи $a^3x^3b^3x^2a^2 = a^7x^4b^7$.

б) [6] Доказати да је $H = \left\{ \begin{bmatrix} 1 & a & b \\ 0 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} : a, b, c \in \mathbb{Z} \right\}$ група у односу на множење матрица.

2. [8] На колико различитих начина можемо обојити дрвени рам у облику правилног шестоугла, уколико је сваку страницу рама потребно обојити једном од дате четири боје?

3. Нека је G комутативна група задата генераторима x_1, x_2, x_3 и релацијама

$$\begin{aligned} 12x_1 + 16x_2 - 28x_3 &= 0 \\ -12x_1 - 12x_2 + 24x_3 &= 0 \\ 8x_1 + 12x_2 - 16x_3 &= 0. \end{aligned}$$

а) [7] Одредити нормалну и елементарну форму групе G.

б) [3] Одредити број елемената реда 12 у групи G.

4. [10] Решити систем конгруенција

$$\begin{aligned} 3x &\equiv 1 \pmod{10} \\ 4x &\equiv 2 \pmod{11} \\ 5x &\equiv 3 \pmod{13}. \end{aligned}$$

5. [12] Нека је K коренско поље полинома $f(X) = X^4 - 14X^2 + 9$. Одредите неки елемент $\alpha \in \mathbb{C}$ такав да је $K = \mathbb{Q}(\alpha)$ и минимални полином елемента α над $\mathbb{Q}$. Напишите $\frac{1-\alpha}{1+\alpha}$ у облику $p(\alpha)$ за неки полином $p(X) \in \mathbb{Q}[X]$.

Испит из Алгебре, Септембар 2, И смер *15. септембар 2014.*

1. а) [4] Нека је G комутативна група и $a, b \in G$. Одредити све x такве да важи $a^3x^3b^3x^2a^2 = a^7x^4b^7$.

б) [6] Доказати да је $H = \left\{ \begin{bmatrix} 1 & a & b \\ 0 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} : a, b, c \in \mathbb{Z} \right\}$ група у односу на множење матрица.

2. [8] На колико различитих начина можемо обојити дрвени рам у облику правилног шестоугла, уколико је сваку страницу рама потребно обојити једном од дате четири боје?

3. Нека је G комутативна група задата генераторима x_1, x_2, x_3 и релацијама

$$\begin{aligned} 12x_1 + 16x_2 - 28x_3 &= 0 \\ -12x_1 - 12x_2 + 24x_3 &= 0 \\ 8x_1 + 12x_2 - 16x_3 &= 0. \end{aligned}$$

а) [7] Одредити нормалну и елементарну форму групе G.

б) [3] Одредити број елемената реда 12 у групи G.

4. [10] Решити систем конгруенција

$$\begin{aligned} 3x &\equiv 1 \pmod{10} \\ 4x &\equiv 2 \pmod{11} \\ 5x &\equiv 3 \pmod{13}. \end{aligned}$$

5. [12] Нека је K коренско поље полинома $f(X) = X^4 - 14X^2 + 9$. Одредите неки елемент $\alpha \in \mathbb{C}$ такав да је $K = \mathbb{Q}(\alpha)$ и минимални полином елемента α над $\mathbb{Q}$. Напишите $\frac{1-\alpha}{1+\alpha}$ у облику $p(\alpha)$ за неки полином $p(X) \in \mathbb{Q}[X]$.