

**Дискретне структуре 1, Фебруар 2012.** 1И1 1. март 2012.

- 1.1. Користећи математичку индукцију доказати да  $10 \mid n^5 - n, n \geq 0$ .
- 1.2. Користећи карактеристичне функције испитати за све скуповне операције  $\star \in \{\cap, \cup, -, \Delta\}$  да ли важи идентитет:  $A \cap (B \star C) = (A \cap B) \star C$ .
- 2.1. Доказати да за произвољне елементе  $x, a, b$  у Буловој алгебри важи:  $x \leq a \wedge b$  ако и само ако  $x \leq a$  и  $x \leq b$ .

$pq \backslash rs$	00	01	11	10
00	1	0	0	0
01	1	1	0	0
11	1	1	1	0
10	1	1	1	1

2.2. Дата је таблица формуле  $F$ . Одредити ККНФ формуле  $F$ . Одредити минимални ДНФ формуле  $F$ .

- 2.3. Методом таблоа доказати да је формула  $[(p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r)] \Rightarrow [(r \Rightarrow s) \Rightarrow (p \Rightarrow (q \wedge s))]$  таутологија.
- 2.4. Нека је  $\mathcal{L}$  језик:  $\text{Rel}_{\mathcal{L}} = \{p\}$ ,  $\text{Fun}_{\mathcal{L}} = \text{Const}_{\mathcal{L}} = \emptyset$ ,  $\text{ar}(p) = 3$ .  
Нека је  $\mathbb{M} = (\mathbb{N}, p^{\mathbb{M}})$  модел језика  $\mathcal{L}$ , где:  $p^{\mathbb{M}}(l, m, n) = \top$  ако и само ако  $l + m \geq n$ .  
Одредити вредност формула у моделу  $\mathbb{M}$ :  $\forall x p(x, 3, 2)$ ,  $\exists y \forall x p(x, y, 2)$ ,  $\exists z \exists y \forall x p(x, y, z)$ ,  $\forall x \exists y p(x, y, 2)$ ,  $\forall x \exists y \forall z p(x, y, z)$ .
- 2.5. Методом таблоа доказати да је формула  $\forall x \exists y p(x, y) \Rightarrow \forall y \exists x p(y, x)$  ваљана.

*Студенти који полажу други део раде задатке: 2.1, 2.2, 2.3, 2.4, 2.5.*

*Студенти који полажу испит раде задатке: 1.1, 1.2, 2.1, 2.2, 2.4, 2.5.*

**Дискретне структуре 1, Фебруар 2012.** 1И1 1. март 2012.

- 1.1. Користећи математичку индукцију доказати да  $10 \mid n^5 - n, n \geq 0$ .
- 1.2. Користећи карактеристичне функције испитати за све скуповне операције  $\star \in \{\cap, \cup, -, \Delta\}$  да ли важи идентитет:  $A \cap (B \star C) = (A \cap B) \star C$ .
- 2.1. Доказати да за произвољне елементе  $x, a, b$  у Буловој алгебри важи:  $x \leq a \wedge b$  ако и само ако  $x \leq a$  и  $x \leq b$ .

$pq \backslash rs$	00	01	11	10
00	1	0	0	0
01	1	1	0	0
11	1	1	1	0
10	1	1	1	1

2.2. Дата је таблица формуле  $F$ . Одредити ККНФ формуле  $F$ . Одредити минимални ДНФ формуле  $F$ .

- 2.3. Методом таблоа доказати да је формула  $[(p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r)] \Rightarrow [(r \Rightarrow s) \Rightarrow (p \Rightarrow (q \wedge s))]$  таутологија.
- 2.4. Нека је  $\mathcal{L}$  језик:  $\text{Rel}_{\mathcal{L}} = \{p\}$ ,  $\text{Fun}_{\mathcal{L}} = \text{Const}_{\mathcal{L}} = \emptyset$ ,  $\text{ar}(p) = 3$ .  
Нека је  $\mathbb{M} = (\mathbb{N}, p^{\mathbb{M}})$  модел језика  $\mathcal{L}$ , где:  $p^{\mathbb{M}}(l, m, n) = \top$  ако и само ако  $l + m \geq n$ .  
Одредити вредност формула у моделу  $\mathbb{M}$ :  $\forall x p(x, 3, 2)$ ,  $\exists y \forall x p(x, y, 2)$ ,  $\exists z \exists y \forall x p(x, y, z)$ ,  $\forall x \exists y p(x, y, 2)$ ,  $\forall x \exists y \forall z p(x, y, z)$ .
- 2.5. Методом таблоа доказати да је формула  $\forall x \exists y p(x, y) \Rightarrow \forall y \exists x p(y, x)$  ваљана.

*Студенти који полажу други део раде задатке: 2.1, 2.2, 2.3, 2.4, 2.5.*

*Студенти који полажу испит раде задатке: 1.1, 1.2, 2.1, 2.2, 2.4, 2.5.*