

1. Доказати да важи: $A \Delta (B \cup C) = (A \cup C) \Delta B$ ако и само ако $A \cap C = B \cap C$.
2. а) На скупу $A = \{a, b, c\}$ је задата бинарна релација $\rho = \{(a, a), (a, b), (a, c), (b, a), (b, b), (c, a), (c, c)\}$. Доказати да је ρ рефлексивна, а да није антисиметрична ни транзитивна. Да ли је симетрична?
 б) На скупу $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ је задата релација еквиваленције са: $x \sim y$ ако је $x + y$ паран број. Одредити количнички скуп B / \sim .
3. Нека су $f : X \rightarrow Y$, $g : Y \rightarrow Z$ и $h : Z \rightarrow T$ функције. Доказати да је g бијекција, ако је $g \circ f$ "на" функција, а $h \circ g$ "1-1" функција.
4. Нека је \mathcal{L} језик првог реда задат са: $\text{Rel}\mathcal{L} = \{P, Q\}$, $\text{Fun}\mathcal{L} = \{F, G\}$, $\text{Const}\mathcal{L} = \{c\}$, при чему је $ar(P) = ar(F) = 2$ и $ar(Q) = ar(G) = 1$. Дати језик је интерпретиран на скупу \mathbb{Z} тако да $P^{\mathcal{L}}(x, y) = 1$ ако је $x|y$, $Q^{\mathcal{L}}(x) = 1$ ако је x позитиван број, $F^{\mathcal{L}}(x, y) = x \cdot y$, $G^{\mathcal{L}}(x) = x + 1$, $c^{\mathcal{L}} = -1$.
 а) Испитати тачност формуле $Q(F(c, y)) \Leftrightarrow P(F(x, y), F(G(x), G(y)))$ при валуацији

$$u = \begin{pmatrix} x & y & \dots \\ 1 & 3 & \dots \end{pmatrix}$$

 б) Одредити валуацију v у којој је формула $R(G(x), F(x, y)) \vee \exists x(R(y, x) \Rightarrow R(y, G(x)))$ нетачна.
5. Методом таблоа доказати да је формула $\forall x \exists y \exists z(A(x, z) \Rightarrow B(x, y)) \Rightarrow (\forall x \forall z A(x, z) \Rightarrow \forall x \exists y B(x, y))$ ваљана.
6. Користећи математичку индукцију доказати да за сваки природни број $n \geq 2$ важи $\frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \frac{3}{4!} + \dots + \frac{n-1}{n!} = 1 - \frac{1}{n!}$.
7. Дефинисати исказну формулу над три исказна слова, која је тачна у некој интерпретацији ако и само ако су у тој интерпретацији нетачна тачно два њена исказна слова.

Студенти који полажу други колоквијум раде задатке 1,2,3,4,5, а студенти који полажу испит раде задатке 1,2,5,6,7. Све одговоре детаљно образложити.

1. Доказати да важи: $A \Delta (B \cup C) = (A \cup C) \Delta B$ ако и само ако $A \cap C = B \cap C$.
2. а) На скупу $A = \{a, b, c\}$ је задата бинарна релација $\rho = \{(a, a), (a, b), (a, c), (b, a), (b, b), (c, a), (c, c)\}$. Доказати да је ρ рефлексивна, а да није антисиметрична ни транзитивна. Да ли је симетрична?
 б) На скупу $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ је задата релација еквиваленције са: $x \sim y$ ако је $x + y$ паран број. Одредити количнички скуп B / \sim .
3. Нека су $f : X \rightarrow Y$, $g : Y \rightarrow Z$ и $h : Z \rightarrow T$ функције. Доказати да је g бијекција, ако је $g \circ f$ "на" функција, а $h \circ g$ "1-1" функција.
4. Нека је \mathcal{L} језик првог реда задат са: $\text{Rel}\mathcal{L} = \{P, Q\}$, $\text{Fun}\mathcal{L} = \{F, G\}$, $\text{Const}\mathcal{L} = \{c\}$, при чему је $ar(P) = ar(F) = 2$ и $ar(Q) = ar(G) = 1$. Дати језик је интерпретиран на скупу \mathbb{Z} тако да $P^{\mathcal{L}}(x, y) = 1$ ако је $x|y$, $Q^{\mathcal{L}}(x) = 1$ ако је x позитиван број, $F^{\mathcal{L}}(x, y) = x \cdot y$, $G^{\mathcal{L}}(x) = x + 1$, $c^{\mathcal{L}} = -1$.
 а) Испитати тачност формуле $Q(F(c, y)) \Leftrightarrow P(F(x, y), F(G(x), G(y)))$ при валуацији

$$u = \begin{pmatrix} x & y & \dots \\ 1 & 3 & \dots \end{pmatrix}$$

 б) Одредити валуацију v у којој је формула $R(G(x), F(x, y)) \vee \exists x(R(y, x) \Rightarrow R(y, G(x)))$ нетачна.
5. Методом таблоа доказати да је формула $\forall x \exists y \exists z(A(x, z) \Rightarrow B(x, y)) \Rightarrow (\forall x \forall z A(x, z) \Rightarrow \forall x \exists y B(x, y))$ ваљана.
6. Користећи математичку индукцију доказати да за сваки природни број $n \geq 2$ важи $\frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \frac{3}{4!} + \dots + \frac{n-1}{n!} = 1 - \frac{1}{n!}$.
7. Дефинисати исказну формулу над три исказна слова, која је тачна у некој интерпретацији ако и само ако су у тој интерпретацији нетачна тачно два њена исказна слова.

Студенти који полажу други колоквијум раде задатке 1,2,3,4,5, а студенти који полажу испит раде задатке 1,2,5,6,7. Све одговоре детаљно образложити.