Дискретне структуре 1, СЕПТЕМБАР 1 2013 Група 1 И 1 7. септембар 2013.

1. Доказати методом математичке индукције да за произвољан природан број $n, n > 4$ важи неједнакост $2^n > n^2$. (6 поена)

2. Нека је ρ бинарна релација на скупу $\mathbb{R}$ дефинисана на следећи начин:

$$x\rho y \text{ акко } x^2 \leq y^2 \text{ и } xy > 0.$$

   Испитати да ли је ρ релација поредка, и ако јесте одредити минимални елемент, максимални елемент, минимум(најмањи елемент) и максимум (највећи елемент).
   (10поена)

3. Методом резолуције доказати да је формула

$$(r \Rightarrow p) \Rightarrow ((p \wedge q) \vee r \Rightarrow p \wedge (q \vee r))$$

   таутологија. (8 поена)

4. Методом таблоа доказати да је формула

$$(p \vee q \Rightarrow r) \Rightarrow (p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r)$$

   таутологија. (8 поена)

5. Доказати да у произвољној Буловој алгебри важи $x \wedge y = x$ ако и само ако $x \vee y = y$.
   (8 поена)

6. Доказати по дефиницији да је формула $\forall x p(x) \vee \exists x \neg p(x)$ ваљана. (5 поена)

7. Нека је језик $\mathcal{L}$: $Rel_{\mathcal{L}} = \{p\}$, $ar(p) = 2$, $Fun_{\mathcal{L}} = \{f\}$, $ar(f) = 1$ и $Const_{\mathcal{L}} = \emptyset$.
   Дата је формула $\forall y \exists x p(f(x), y)$.
   (а) Испитати да ли је $\mathcal{M} = (\mathbb{N}, p^{\mathcal{M}}, f^{\mathcal{M}})$, где је $p^{\mathcal{M}}(x, y) = 1$ акко је $x = y$ и $f^{\mathcal{M}}(x) = 2x$, модел формуле F. Да ли је $\mathcal{M}' = (\mathbb{R}, p^{\mathcal{M}}, f^{\mathcal{M}})$ модел формуле F?(8 пена)
   (б) Наћи један модел на коначном скупу $A = \{\alpha, \beta, \gamma\}$.(7 поена)

Време за израду писменог дела испита је је 2h и 30min.

Срећно!!!