Линеарна алгебра А **10.12.2011.**
Први колоквијум, трећи ток

A Нека је G скуп свих матрица $A = \begin{bmatrix} a+b & b \\ -b & a-b \end{bmatrix}$, $a, b \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$.
Доказати да је G једна група у односу на множење матрица.
Да ли је група G и комутативна?

Б Нека је U скуп свих матрица из $M_2(\mathbb{R})$ облика

$$\begin{bmatrix} 2x & x-y \\ y-x & 2y \end{bmatrix},$$

а W скуп свих решења матричне једначине

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} X = X \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

у векторском простору $M_2(\mathbb{R})$.

1° Доказати да су U и W векторски потпростори простора $M_2(\mathbb{R})$.
2° Одредити бар по једну базу и димензије потпростора U и W.
3° Показати да је

$$M_2(\mathbb{R}) = U + W.$$

Да ли је та сума и директна?

В Нека је $U = \Omega(u_1, u_2, u_3)$, где је

$$\begin{array}{rcl} u_1 & = & (1, \; 3, \; -4, \; 2) \\ u_2 & = & (2, \; 1, \; -1, \; 1) \\ u_3 & = & (5, \; 0, \; 1, \; 1) \end{array}$$

и нека је W скуп решења система линеарних једначина

$$\begin{array}{rcrcrcrcl} x & + & y & - & 8z & + & 3t & = & 0 \\ -x & + & y & + & 4z & + & t & = & 0 \\ -3x & - & y & + & 20z & - & 5t & = & 0 \\ x & + & 3y & - & 12z & + & 7t & = & 0. \end{array}$$

Одредити бар по једну базу и димензије потпростора U, W и $U \bigcap W$.

Г Нека је Π скуп свих полинома $p = a + bx + cx^2 + dx^3$ из $\mathbb{R}^4[x]$ за које важи

$$p(1) + p'(-1) = 2$$

$$p'(0) + p''(1) = 1.$$

1° Доказати да је Π један афини потпростор простора $\mathbb{R}^4[x]$ и одредити његову директрису U.
2° Одредити неку базу од U и надопунити је до базе целог простора $\mathbb{R}^4[x]$.

Линеарна алгебра А **10.12.2011.**
Први колоквијум, трећи ток

A Нека је G скуп свих матрица $A = \begin{bmatrix} a+b & b \\ -b & a-b \end{bmatrix}$, $a, b \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$.
Доказати да је G једна група у односу на множење матрица.
Да ли је група G и комутативна?

Б Нека је U скуп свих матрица из $M_2(\mathbb{R})$ облика

$$\begin{bmatrix} 2x & x-y \\ y-x & 2y \end{bmatrix},$$

а W скуп свих решења матричне једначине

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} X = X \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

у векторском простору $M_2(\mathbb{R})$.

1° Доказати да су U и W векторски потпростори простора $M_2(\mathbb{R})$.
2° Одредити бар по једну базу и димензије потпростора U и W.
3° Показати да је

$$M_2(\mathbb{R}) = U + W.$$

Да ли је та сума и директна?

В Нека је $U = \Omega(u_1, u_2, u_3)$, где је

$$\begin{array}{rcl} u_1 & = & (1, \; 3, \; -4, \; 2) \\ u_2 & = & (2, \; 1, \; -1, \; 1) \\ u_3 & = & (5, \; 0, \; 1, \; 1) \end{array}$$

и нека је W скуп решења система линеарних једначина

$$\begin{array}{rcrcrcrcl} x & + & y & - & 8z & + & 3t & = & 0 \\ -x & + & y & + & 4z & + & t & = & 0 \\ -3x & - & y & + & 20z & - & 5t & = & 0 \\ x & + & 3y & - & 12z & + & 7t & = & 0. \end{array}$$

Одредити бар по једну базу и димензије потпростора U, W и $U \bigcap W$.

Г Нека је Π скуп свих полинома $p = a + bx + cx^2 + dx^3$ из $\mathbb{R}^4[x]$ за које важи

$$p(1) + p'(-1) = 2$$

$$p'(0) + p''(1) = 1.$$

1° Доказати да је Π један афини потпростор простора $\mathbb{R}^4[x]$ и одредити његову директрису U.
2° Одредити неку базу од U и надопунити је до базе целог простора $\mathbb{R}^4[x]$.