Линеарна алгебра А, шк.г. 2009/2010.

ЈАНУАРСКИ ИСПИТНИ РОК (четврти ток)

10.02.2010.

1. Ако векторски потпростор $\mathbb{U}$ није једнак самом векторском простору $\mathbb{V}$, доказати да је његов комплемент $\mathbb{S} = \mathbb{V} \setminus \mathbb{U}$ једна генератриса у $\mathbb{V}$.

2. Нека је $L : \mathbb{V} \to \mathbb{W}$ линеарно пресликавање, а $v_1, v_2, \ldots, v_n$ вектори из $\mathbb{V}$.

(а) Ако су $v_1, v_2, \ldots, v_n$ линеарно независни, да ли су $L(v_1), L(v_2), \ldots, L(v_n)$ линеарно независни? Одговор образложити.

(б) Ако су $L(v_1), L(v_2), \ldots, L(v_n)$ линеарно независни, да ли су $v_1, v_2, \ldots, v_n$ линеарно независни? Одговор образложити.

3. Дато је пресликавање $L : \mathbb{R}^3[X] \to \mathbb{R}^3[X]$ са $L(p) = (1-X)\cdot p(-1) + (X+X^2)\cdot p(1) - \frac{1}{2}\cdot X \cdot p''$.

(а) Доказати да је L линеарни оператор и одредити матрицу пресликавања A у односу на канонске базе.

(б) Одредити минимални полином матрице A и димензију простора $\mathbb{R}[A]$.

(в) За $n \in \mathbb{N}$ одредити A^n.

4. Нека је $A = \begin{bmatrix} \lambda & 0 & -2 & -1 \\ \lambda-1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & \lambda \\ 2\lambda & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$.

(а) У зависности од параметра λ одредити ранг матрице.

(б) Уколико је $\lambda = 1$ одредити A^{-1}.

(в) Уколико је $\lambda = 0$ одредити канонску матрицу A^0 и инвертибилне матрице P и Q такве да је $A^0 = PAQ$.

5. Одредити детерминанту (реда $n+1$)

$$\begin{vmatrix} 2 & 9 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 7 & 6 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 7 & 6 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 7 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 7 \end{vmatrix}.$$

Резултати ће бити објављени на сајту www.algebra.matf.bg.ac.rs.