Линеарна алгебра А, други ток *25.1.2011.*

А Нека је дата матрица

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -5 & -6 \\ -3 & 4 & 6 \\ 3 & -5 & -7 \end{bmatrix} \in M_3(\mathbb{R}).$$

1° Одредити карактеристични полином $\varphi(\lambda) = \det(\mathrm{A} - \lambda \mathrm{E})$ матрице A.

2° Одредити минимални полином μ матрице A.

3° Наћи матрицу A^n, $n \in \mathbb{N}$.

4° Одредити инверз матрице A.

Б Дата је квадратна матрица A реда 3 над пољем $\mathbb{R}$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 2 & 3-\alpha & 3 \\ -\alpha & 8 & 2-\alpha \end{bmatrix}.$$

1° У зависности од параметра $\alpha \in \mathbb{R}$ одредити ранг матрице A.

2° Ако је $\alpha = -2$, одредити канонску матрицу A^0 матрице A и инверзибилне матрице P и Q такве да је $A^0 = PAQ$.

В Нека је $\mathrm{V} = \mathbb{R}^3$ и пресликавање $\mathrm{L} : \mathrm{V} \to \mathrm{V}$ дефинисано са

$\mathrm{L(a, b, c) = (a + b + c, 2b + 2c, 3c)}$.

1° Доказати да је L један линеарни оператор векторског простора V.

2° Наћи матрицу A линеарног оператора L у односу на канонску базу e простора V.

3° Одредити дефект и ранг линеарног оператора L. Да ли је оператор L инвертибилан?

4° Одредити матрицу преласка P са базе e на нову базу $f = [f_1, f_2, f_3]$ где је $f_1 = (1, 0, 0),\ f_2 = (1, 1, 0),\ f_3 = (3, 4, 2)$.

5° Израчунати $B = P^{-1}AP$. Да ли је B и матрица линеарног оператора L у односу на базу f?

Г Нека је V векторски простор димензије n. Доказати да простор V има бар n потпростора димензије $n - 1$.

Линеарна алгебра А, други ток *25.1.2011.*

А Нека је дата матрица

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -5 & -6 \\ -3 & 4 & 6 \\ 3 & -5 & -7 \end{bmatrix} \in M_3(\mathbb{R}).$$

1° Одредити карактеристични полином $\varphi(\lambda) = \det(\mathrm{A} - \lambda \mathrm{E})$ матрице A.

2° Одредити минимални полином μ матрице A.

3° Наћи матрицу A^n, $n \in \mathbb{N}$.

4° Одредити инверз матрице A.

Б Дата је квадратна матрица A реда 3 над пољем $\mathbb{R}$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 2 & 3-\alpha & 3 \\ -\alpha & 8 & 2-\alpha \end{bmatrix}.$$

1° У зависности од параметра $\alpha \in \mathbb{R}$ одредити ранг матрице A.

2° Ако је $\alpha = -2$, одредити канонску матрицу A^0 матрице A и инверзибилне матрице P и Q такве да је $A^0 = PAQ$.

В Нека је $\mathrm{V} = \mathbb{R}^3$ и пресликавање $\mathrm{L} : \mathrm{V} \to \mathrm{V}$ дефинисано са

$\mathrm{L(a, b, c) = (a + b + c, 2b + 2c, 3c)}$.

1° Доказати да је L један линеарни оператор векторског простора V.

2° Наћи матрицу A линеарног оператора L у односу на канонску базу e простора V.

3° Одредити дефект и ранг линеарног оператора L. Да ли је оператор L инвертибилан?

4° Одредити матрицу преласка P са базе e на нову базу $f = [f_1, f_2, f_3]$ где је $f_1 = (1, 0, 0),\ f_2 = (1, 1, 0),\ f_3 = (3, 4, 2)$.

5° Израчунати $B = P^{-1}AP$. Да ли је B и матрица линеарног оператора L у односу на базу f?

Г Нека је V векторски простор димензије n. Доказати да простор V има бар n потпростора димензије $n - 1$.