**Линеарна алгебра А, шк.г. 2010/2011.**

**ЈАНУАРСКИ ИСПИТНИ РОК (четврти ток)**

**25.01.2011.**

**1.** Нека је $A = \begin{bmatrix} 6 & -2 & \lambda \\ -3 & \lambda-1 & -1 \\ \lambda+1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \in M_3(\mathbb{R})$.

(а) У зависности од $\lambda \in \mathbb{R}$ одредити ранг матрице.

(б) За $\lambda = 3$ одредити инверз матрице $A$.

(в) За $\lambda = 2$ одредити канонску матрицу $A^0$ и инверзибилне матрице $P$ и $Q$ такве да је $A^0 = PAQ$.

**2.** Дато је пресликавање $L : \mathbb{R}^3[X] \to \mathbb{R}^3[X]$ са $L(p) = X \cdot p'(X+1) + p''(X)$.

(а) Доказати да је $L$ линеарно пресликавање и одредити $\operatorname{Ker} L$, $\operatorname{Im} L$, $\rho(L)$ и $\delta(L)$.

(б) Одредити матрицу $[L]_{e,e}$ пресликавања $L$ у односу на канонску базу $e = [1\ X\ X^2]$.

(в) Ако је $f_1 = X - X^2$, $f_2 = X$ и $f_3 = -1 + X - X^2$, доказати да је $f = [f_1\ f_2\ f_3]$ база простора $\mathbb{R}^3[X]$ и одредити матрицу преласка са базе $e$ на базу $f$ и са базе $f$ на базу $e$.

(г) Одредити $[L]_{f,f}$.

**3.** Одредити детерминанту (реда $n \in \mathbb{N}$)

$$\begin{vmatrix} a & b & b & \dots & b \\ b & a & b & \dots & b \\ b & b & a & \dots & b \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b & b & b & \dots & a \end{vmatrix}.$$

**4.** Испитати линеарну зависност (у $\mathbb{R}^{\mathbb{R}}$) функција $e^x$, $\sin x$, $x^2+1$.

**5.** У зависности од параметра $\lambda$ испитати линеарну зависност (у $M_2(\mathbb{R})$) матрица

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & \lambda-2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -2 & \lambda-1 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -2\lambda & 3 \end{bmatrix}.$$

**ТЕОРИЈСКО ПИТАЊЕ.** Ранг матрице.

**Напомена:** Студент бира један од задатака 4 и 5.