Линеарна алгебра А
група 103

18.01.2013.

А Нека је дата матрица

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -3 & -3 \\ 3 & 5 & 3 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \in M_3(\mathbb{R}).$$

1° Одредити карактеристични полином $\varphi(\lambda) = \det(\mathrm{A} - \lambda\mathrm{E})$ и минимални полином μ матрице A.

2° Да ли је матрица A слична некој дијагоналној матрици D на пољем $\mathbb{R}$? У потврдном случају одредити бар једну инверзибилну матрицу P за коју је $D = P^{-1}AP$.

3° Наћи матрицу A^n, $n \in \mathbb{N}$.

4° Одредити бар једно решење матричне једначине $X^2 = A$.

Б Дата је матрица A над пољем $\mathbb{R}$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & \alpha & 5 \\ 1 & \alpha & 3 & 3 \end{bmatrix}.$$

1° У зависности од параметра $\alpha \in \mathbb{R}$ одредити ранг матрице A.

2° Ако је $\alpha = 5$, одредити канонску матрицу A^0 матрице A и инверзибилне матрице P и Q такве да је $A^0 = PAQ$.

В Дата је матрица $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ из $M_2(\mathbb{R})$.
Нека је U скуп свих матрица X из $M_2(\mathbb{R})$ за које важи да је

$$XA + X^T A^{-1} = 0.$$

1° Доказати да је U векторски потпростор простора $M_2(\mathbb{R})$.

2° Одредити бар једну базу за U, као и димензију тог простора.

3° Ако је W скуп свих матрица $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ из $M_2(\mathbb{R})$ за које важи $a+b = c+d$, показати да је

$$M_2(\mathbb{R}) = U \oplus W.$$

Све одговоре детально образложити

Линеарна алгебра А
група 103

18.01.2013.

А Нека је дата матрица

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -3 & -3 \\ 3 & 5 & 3 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \in M_3(\mathbb{R}).$$

1° Одредити карактеристични полином $\varphi(\lambda) = \det(\mathrm{A} - \lambda\mathrm{E})$ и минимални полином μ матрице A.

2° Да ли је матрица A слична некој дијагоналној матрици D на пољем $\mathbb{R}$? У потврдном случају одредити бар једну инверзибилну матрицу P за коју је $D = P^{-1}AP$.

3° Наћи матрицу A^n, $n \in \mathbb{N}$.

4° Одредити бар једно решење матричне једначине $X^2 = A$.

Б Дата је матрица A над пољем $\mathbb{R}$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & \alpha & 5 \\ 1 & \alpha & 3 & 3 \end{bmatrix}.$$

1° У зависности од параметра $\alpha \in \mathbb{R}$ одредити ранг матрице A.

2° Ако је $\alpha = 5$, одредити канонску матрицу A^0 матрице A и инверзибилне матрице P и Q такве да је $A^0 = PAQ$.

В Дата је матрица $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ из $M_2(\mathbb{R})$.
Нека је U скуп свих матрица X из $M_2(\mathbb{R})$ за које важи да је

$$XA + X^T A^{-1} = 0.$$

1° Доказати да је U векторски потпростор простора $M_2(\mathbb{R})$.

2° Одредити бар једну базу за U, као и димензију тог простора.

3° Ако је W скуп свих матрица $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ из $M_2(\mathbb{R})$ за које важи $a+b = c+d$, показати да је

$$M_2(\mathbb{R}) = U \oplus W.$$

Све одговоре детально образложити