Колоквијум из Линеарне алгебра А 10. децембар 2011.

1. Нека је скуп A задат са

$$A = \left\{ \begin{bmatrix} a & 0 & b \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a \end{bmatrix} \middle| a, b \in \mathbb{R} \text{ и } a \neq 0 \right\}.$$

Доказати да је A комутативна група у односу на множење матрица.

2. Решити систем линеарних једначина у пољу $\mathbb{Z}_7$:

$$\begin{array}{rcrcrcl} x & + & 5y & + & 3z & = & 1 \\ 4x & + & y & + & 2z & = & 5 \\ 3x & + & 2y & + & 3z & = & 2. \end{array}$$

3. Доказати да је $\Pi = \{p \in \mathbb{R}^4[x] \,|\, p(-1) = 0 \text{ и } p(2) = 3\}$ афини потпростор простора $\mathbb{R}^4[x]$. Одредити директрису U за Π, као и једну базу за U.

4. Нека је $U = \{(a, 0, 0) \,|\, a \in \mathbb{R}\}$ и $W = \{(b, b, c) \,|\, b, c \in \mathbb{R}\}$. Доказати да су U и W потпростори простора $\mathbb{R}^3$ и да је $\mathbb{R}^3 = U \oplus W$.

5. Нека је пресликавање $L : M_2(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^2$ задато са

$$L\left(\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \right) = (a + 2b - c + d, 2a + b + c - d).$$

Доказати да је L линеарно пресликавање и одредити по једну базу језгра и слике тог пресликавања.

Колоквијум из Линеарне алгебра А 10. децембар 2011.

1. Нека је скуп A задат са

$$A = \left\{ \begin{bmatrix} a & 0 & b \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a \end{bmatrix} \middle| a, b \in \mathbb{R} \text{ и } a \neq 0 \right\}.$$

Доказати да је A комутативна група у односу на множење матрица.

2. Решити систем линеарних једначина у пољу $\mathbb{Z}_7$:

$$\begin{array}{rcrcrcl} x & + & 5y & + & 3z & = & 1 \\ 4x & + & y & + & 2z & = & 5 \\ 3x & + & 2y & + & 3z & = & 2. \end{array}$$

3. Доказати да је $\Pi = \{p \in \mathbb{R}^4[x] \,|\, p(-1) = 0 \text{ и } p(2) = 3\}$ афини потпростор простора $\mathbb{R}^4[x]$. Одредити директрису U за Π, као и једну базу за U.

4. Нека је $U = \{(a, 0, 0) \,|\, a \in \mathbb{R}\}$ и $W = \{(b, b, c) \,|\, b, c \in \mathbb{R}\}$. Доказати да су U и W потпростори простора $\mathbb{R}^3$ и да је $\mathbb{R}^3 = U \oplus W$.

5. Нека је пресликавање $L : M_2(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^2$ задато са

$$L\left(\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \right) = (a + 2b - c + d, 2a + b + c - d).$$

Доказати да је L линеарно пресликавање и одредити по једну базу језгра и слике тог пресликавања.