**Колоквијум из Линеарне алгебре А** **30.11.2013.**
**Групе 102 и 103**

$\boxed{1}$ а) У зависности од реалних параметара $\alpha$ и $\beta$ Гаусовим методом решити систем линеарних једначина над пољем $\mathbb{R}$

$$\begin{array}{rcrcrcl} \alpha x & + & \beta y & + & z & = & 1 \\ x & + & \alpha\beta y & + & z & = & \beta \\ x & + & \beta y & + & \alpha z & = & 1. \end{array}$$

б) Решити систем линеарних једначина над пољем $\mathbb{Z}_5$

$$\begin{array}{rcrcrcl} 2x & + & y & + & 3z & = & 4 \\ 4x & + & y & + & 4z & = & 1 \\ 3x & + & 2y & + & 3z & = & 2. \end{array}$$

$\boxed{2}$ Нека је $G = \left\{ A_a = \begin{bmatrix} a+1 & -a \\ -2a & 2a+1 \end{bmatrix} : a \in \mathbb{R},\ a \neq -\frac{1}{3} \right\}$. Доказати да је скуп $G$ група у односу на множење матрица. Да ли је та група комутативна?

$\boxed{3}$ Нека је $A = \begin{bmatrix} -2 & 12 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$.

а) Испитати да ли је матрица $A$ слична некој дијагоналној матрици $D$ над пољем $\mathbb{R}$? У потврдном случају одредити бар једну инверзибилну матрицу $P$ и бар једну дијагоналну матрицу $D$ тако да је $D = P^{-1}AP$.

б) Одредити $A^{-1}$ и $A^n$, $n \in \mathbb{N}$.

в) Наћи бар једно решење матричне једначине $X^5 = A$.

г) Одредити све матрице $X \in M_2(\mathbb{R})$ које комутирају са матрицом $A$.

д) Одредити све реалне низове $(a_n)$ и $(b_n)$ за које је

$$\begin{array}{rcrcl} a_{n+1} & = & -2a_n & + & 12b_n \\ b_{n+1} & = & -a_n & + & 5b_n, \end{array}$$

ако је $a_0 = 2$, $b_0 = 3$.

**Колоквијум из Линеарне алгебре А** **30.11.2013.**
**Групе 102 и 103**

$\boxed{1}$ а) У зависности од реалних параметара $\alpha$ и $\beta$ Гаусовим методом решити систем линеарних једначина над пољем $\mathbb{R}$

$$\begin{array}{rcrcrcl} \alpha x & + & \beta y & + & z & = & 1 \\ x & + & \alpha\beta y & + & z & = & \beta \\ x & + & \beta y & + & \alpha z & = & 1. \end{array}$$

б) Решити систем линеарних једначина над пољем $\mathbb{Z}_5$

$$\begin{array}{rcrcrcl} 2x & + & y & + & 3z & = & 4 \\ 4x & + & y & + & 4z & = & 1 \\ 3x & + & 2y & + & 3z & = & 2. \end{array}$$

$\boxed{2}$ Нека је $G = \left\{ A_a = \begin{bmatrix} a+1 & -a \\ -2a & 2a+1 \end{bmatrix} : a \in \mathbb{R},\ a \neq -\frac{1}{3} \right\}$. Доказати да је скуп $G$ група у односу на множење матрица. Да ли је та група комутативна?

$\boxed{3}$ Нека је $A = \begin{bmatrix} -2 & 12 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$.

а) Испитати да ли је матрица $A$ слична некој дијагоналној матрици $D$ над пољем $\mathbb{R}$? У потврдном случају одредити бар једну инверзибилну матрицу $P$ и бар једну дијагоналну матрицу $D$ тако да је $D = P^{-1}AP$.

б) Одредити $A^{-1}$ и $A^n$, $n \in \mathbb{N}$.

в) Наћи бар једно решење матричне једначине $X^5 = A$.

г) Одредити све матрице $X \in M_2(\mathbb{R})$ које комутирају са матрицом $A$.

д) Одредити све реалне низове $(a_n)$ и $(b_n)$ за које је

$$\begin{array}{rcrcl} a_{n+1} & = & -2a_n & + & 12b_n \\ b_{n+1} & = & -a_n & + & 5b_n, \end{array}$$

ако је $a_0 = 2$, $b_0 = 3$.