Линеарна алгебра А, други ток *28.8.2010.*

А Нека је дата матрица

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -6 & -6 \\ -3 & 5 & 6 \\ 3 & -6 & -7 \end{bmatrix} \in M_3(\mathbb{R}).$$

1° Одредити карактеристични полином $\varphi(\lambda) = \det(\mathrm{A} - \lambda\mathrm{E})$ и минимални полином μ матрице A.

2° Да ли је матрица A слична некој дијагоналној матрици D на пољем $\mathbb{R}$? У потврдном случају одредити бар једну инверзибилну матрицу P за коју је $D = P^{-1}AP$.

3° Наћи матрицу A^n, $n \in \mathbb{N}$.

4° Одредити бар једно решење матричне једначине

$$X^2 - 2X = \begin{bmatrix} 1 & -6 & -6 \\ -3 & 4 & 6 \\ 3 & -6 & -8 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & -6 & -6 \\ -3 & 6 & 6 \\ 3 & -6 & -6 \end{bmatrix}.$$

Б Нека је $\mathrm{V} = \mathbb{R}^3[\mathrm{X}]$ и пресликавање $\mathrm{L} : \mathrm{V} \to \mathrm{V}$ дефинисано са

$$\mathrm{L(p) = X(X-1)p(1) + (X-2)p'(1)}.$$

1° Доказати да је L један линеарни оператор векторског простора V.

2° Наћи матрицу A линеарног оператора L у односу на канонску базу $e = [1, X, X^2]$ простора V.

3° Одредити неку базу језгра $KerL$ и ранг линеарног оператора L.

4° Одредити матрицу преласка P са базе e на нову базу $f = [f_1, f_2, f_3]$ где је $f_1 = 1 + X^2,\ f_2 = X - 2X^2,\ f_3 = -1 + X - 2X^2$.

5° Израчунати $B = P^{-1}AP$. Да ли је B и матрица линеарног оператора L у односу на базу f?

В У зависности од параметра $\alpha \in \mathbb{R}$ одредити ранг матрице

$$\begin{bmatrix} \alpha & 1 & 1 & 1 \\ 1-\alpha & 2\alpha & 1 & 1 \\ 1-2\alpha & 1 & 3\alpha & 1 \\ 1-3\alpha & 1 & 1 & 4\alpha \end{bmatrix}.$$

Линеарна алгебра А, други ток *28.8.2010.*

А Нека је дата матрица

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -6 & -6 \\ -3 & 5 & 6 \\ 3 & -6 & -7 \end{bmatrix} \in M_3(\mathbb{R}).$$

1° Одредити карактеристични полином $\varphi(\lambda) = \det(\mathrm{A} - \lambda\mathrm{E})$ и минимални полином μ матрице A.

2° Да ли је матрица A слична некој дијагоналној матрици D на пољем $\mathbb{R}$? У потврдном случају одредити бар једну инверзибилну матрицу P за коју је $D = P^{-1}AP$.

3° Наћи матрицу A^n, $n \in \mathbb{N}$.

4° Одредити бар једно решење матричне једначине

$$X^2 - 2X = \begin{bmatrix} 1 & -6 & -6 \\ -3 & 4 & 6 \\ 3 & -6 & -8 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & -6 & -6 \\ -3 & 6 & 6 \\ 3 & -6 & -6 \end{bmatrix}.$$

Б Нека је $\mathrm{V} = \mathbb{R}^3[\mathrm{X}]$ и пресликавање $\mathrm{L} : \mathrm{V} \to \mathrm{V}$ дефинисано са

$$\mathrm{L(p) = X(X-1)p(1) + (X-2)p'(1)}.$$

1° Доказати да је L један линеарни оператор векторског простора V.

2° Наћи матрицу A линеарног оператора L у односу на канонску базу $e = [1, X, X^2]$ простора V.

3° Одредити неку базу језгра $KerL$ и ранг линеарног оператора L.

4° Одредити матрицу преласка P са базе e на нову базу $f = [f_1, f_2, f_3]$ где је $f_1 = 1 + X^2,\ f_2 = X - 2X^2,\ f_3 = -1 + X - 2X^2$.

5° Израчунати $B = P^{-1}AP$. Да ли је B и матрица линеарног оператора L у односу на базу f?

В У зависности од параметра $\alpha \in \mathbb{R}$ одредити ранг матрице

$$\begin{bmatrix} \alpha & 1 & 1 & 1 \\ 1-\alpha & 2\alpha & 1 & 1 \\ 1-2\alpha & 1 & 3\alpha & 1 \\ 1-3\alpha & 1 & 1 & 4\alpha \end{bmatrix}.$$