Линеарна алгебра А, шк.г. 2009/2010.

СЕПТЕМБАРСКИ ИСПИТНИ РОК (четврти ток)

28.08.2010.

1. Нека су $\mathbb{U}$ и $\mathbb{W}$ потпростори векторског простора $\mathbb{V}$. Доказати да је $\mathbb{U} \cup \mathbb{W}$ потпростор од $\mathbb{V}$ ако и само ако је $\mathbb{U} \subset \mathbb{W}$ или $\mathbb{W} \subset \mathbb{U}$.

2. Ако је димензија суме два векторска потпростора за један већа од димензије њиховог пресека, доказати да један од њих мора бити садржан у оном другом.

3. Пресликавање $L : \mathbb{R}^3[X] \to \mathbb{R}^3[X]$ дато је са $L(a + bX + cX^2) = 2a + (3a - b - 3c)X + (3a - 3b - c)X^2$.

(а) Доказати да је L линеарни оператор и одредити матрицу A пресликавања L у односу на канонску базу.

(б) Одредити минимални полином матрице A и димензију простора $\mathbb{R}[A]$.

(в) За $n \in \mathbb{N}$ одредити A^n.

4. Нека је $A = \begin{bmatrix} 0 & 10 & 0 & 1 \\ 1 & \lambda & 1 & 1 \\ \lambda & -1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$.

(а) У зависности од параметра λ одредити ранг матрице.

(б) Уколико је $\lambda = 3$ одредити канонску матрицу A^0 и инвертибилне матрице P и Q такве да је $A^0 = PAQ$.

5. Одредити вредност детерминанте

$$\begin{vmatrix} 1 & -a_1 & -a_2 & \cdots & -a_{n-1} & -a_n \\ a_1 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ a_2 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_{n-1} & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ a_n & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Резултати ће бити објављени на сајту www.algebra.matf.bg.ac.rs.