Писмени испит из Линеарне алгебра А 3. септембар 2012.

1. Нека су U и V векторски потпростори векторског простора $M_2(\mathbb{R})$ задати са:

$$U=\mathcal{L}\left(\begin{bmatrix}-1&3\\1&2\end{bmatrix},\begin{bmatrix}2&2\\1&2\end{bmatrix}\right)\qquad V=\mathcal{L}\left(\begin{bmatrix}3&7\\3&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}2&2\\1&-3\end{bmatrix}\right).$$

Одредити по једну базу за векторске потпросторе $U+V$ и $U\cap V$.

2. Нека је пресликавање $L:\mathbb{R}^4[x]\to\mathbb{R}^2$ задато са $L(p)=(p(1),p'(-1)), p\in\mathbb{R}^4[x]$.

а) Доказати да је L линеарно пресликавање.

б) Доказати да је $U=\{p\in\mathbb{R}^4[x]\mid p(2)+p'(2)=0\}$ векторски потпростор простора $\mathbb{R}^4[x]$.

в) Одредити по једну базу за језгро и слику пресликавања L, као и ранг и дефект тог пресликавања.

г) Одредити матрицу $[L]_{e,f}$ оператора L у односу на стандардне базе e и f простора $\mathbb{R}^4[x]$ и $\mathbb{R}^2$ редом.

д) Нека је e' нека база простора $\mathbb{R}^4[x]$, f' нека база простора $\mathbb{R}^2$, матрица P матрица преласка са базе e на e', а Q матрица преласка са базе f на f'. Написати матрицу $[L]_{e',f'}$ пресликавања L у односу на базе e' и f'.

3. Нека је матрица

$$A=\begin{bmatrix}2&-2&-1\\-10&6&7\\-9&5&7\end{bmatrix}.$$

а) Одредити канонску форму A^0 и ранг матрице A.

б) Одредити матрице P и Q тако да $PAQ=A^0$.

в) Да ли је матрица A инверзибилна? Ако јесте, наћи A^{-1}.

4. Нека је матрица

$$B=\begin{bmatrix}2&3&-6\\2&-3&12\\1&-3&9\end{bmatrix}.$$

Одредити карактеристични и минимални полином матрице B, затим B^n, за $n\in\mathbb{N}$, као и B^{-1}.

Писмени испит из Линеарне алгебра А 3. септембар 2012.

1. Нека су U и V векторски потпростори векторског простора $M_2(\mathbb{R})$ задати са:

$$U=\mathcal{L}\left(\begin{bmatrix}-1&3\\1&2\end{bmatrix},\begin{bmatrix}2&2\\1&2\end{bmatrix}\right)\qquad V=\mathcal{L}\left(\begin{bmatrix}3&7\\3&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}2&2\\1&-3\end{bmatrix}\right).$$

Одредити по једну базу за векторске потпросторе $U+V$ и $U\cap V$.

2. Нека је пресликавање $L:\mathbb{R}^4[x]\to\mathbb{R}^2$ задато са $L(p)=(p(1),p'(-1)), p\in\mathbb{R}^4[x]$.

а) Доказати да је L линеарно пресликавање.

б) Доказати да је $U=\{p\in\mathbb{R}^4[x]\mid p(2)+p'(2)=0\}$ векторски потпростор простора $\mathbb{R}^4[x]$.

в) Одредити по једну базу за језгро и слику пресликавања L, као и ранг и дефект тог пресликавања.

г) Одредити матрицу $[L]_{e,f}$ оператора L у односу на стандардне базе e и f простора $\mathbb{R}^4[x]$ и $\mathbb{R}^2$ редом.

д) Нека је e' нека база простора $\mathbb{R}^4[x]$, f' нека база простора $\mathbb{R}^2$, матрица P матрица преласка са базе e на e', а Q матрица преласка са базе f на f'. Написати матрицу $[L]_{e',f'}$ пресликавања L у односу на базе e' и f'.

3. Нека је матрица

$$A=\begin{bmatrix}2&-2&-1\\-10&6&7\\-9&5&7\end{bmatrix}.$$

а) Одредити канонску форму A^0 и ранг матрице A.

б) Одредити матрице P и Q тако да $PAQ=A^0$.

в) Да ли је матрица A инверзибилна? Ако јесте, наћи A^{-1}.

4. Нека је матрица

$$B=\begin{bmatrix}2&3&-6\\2&-3&12\\1&-3&9\end{bmatrix}.$$

Одредити карактеристични и минимални полином матрице B, затим B^n, за $n\in\mathbb{N}$, као и B^{-1}.