Линеарна алгебра и аналитичка геометрија, први колоквијум 2.12.2009.

1. Решити систем линеарних једначина над пољем $\mathbb{R}$:

$$\begin{array}{rcrcrcrcl} -x & - & y & + & 2z & + & 2t & = & 3 \\ 2x & - & y & + & 3z & + & 4t & = & 3 \\ 6x & - & 3y & + & 7z & + & 8t & = & 3 \\ 2x & - & 4y & + & 9z & + & 10t & = & 9. \end{array}$$

2. Дата је матрица $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$. Израчунати A^{-1} и AA^T.

3. Нека је U свих матрица из $M_2(\mathbb{R})$ које комутирају са матрицом $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$.
Доказати да је U један векторски потпростор простора $M_2(\mathbb{R})$ и одредити бар једну његову базу и димензију.

4. Нека су U и V потпростори векторског простора $\mathbb{R}^4$ генерисани редом векторима

$$\begin{array}{lll} u_1 = (1, 1, 0, -1) & & v_1 = (1, 3, 4, -3) \\ u_2 = (4, 5, 3, -3) & & v_2 = (2, 3, 2, -3) \\ u_3 = (-2, -1, 3, 3), & & v_3 = (-1, -4, -6, 4). \end{array}$$

Наћи бар једну базу као и димензију простора U, V, $U+V$ и $U \bigcap V$.

5. Нека је $L : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^4$ линеарно пресликавање векторског простора $\mathbb{R}^3$ у $\mathbb{R}^4$ дефинисано са $L(a,b,c) = (a+b+2c, a+2b+6c, 2a+b, -a+2c)$.
а) Одредити матрицу пресликавања L у односу на пар канонских база простора $\mathbb{R}^3$ и $\mathbb{R}^4$.
б) Одредити ранг, дефект и неке базе језгра и слике датог пресликавања L.

Линеарна алгебра и аналитичка геометрија, први колоквијум 2.12.2009.

1. Решити систем линеарних једначина над пољем $\mathbb{R}$:

$$\begin{array}{rcrcrcrcl} -x & - & y & + & 2z & + & 2t & = & 3 \\ 2x & - & y & + & 3z & + & 4t & = & 3 \\ 6x & - & 3y & + & 7z & + & 8t & = & 3 \\ 2x & - & 4y & + & 9z & + & 10t & = & 9. \end{array}$$

2. Дата је матрица $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$. Израчунати A^{-1} и AA^T.

3. Нека је U свих матрица из $M_2(\mathbb{R})$ које комутирају са матрицом $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$.
Доказати да је U један векторски потпростор простора $M_2(\mathbb{R})$ и одредити бар једну његову базу и димензију.

4. Нека су U и V потпростори векторског простора $\mathbb{R}^4$ генерисани редом векторима

$$\begin{array}{lll} u_1 = (1, 1, 0, -1) & & v_1 = (1, 3, 4, -3) \\ u_2 = (4, 5, 3, -3) & & v_2 = (2, 3, 2, -3) \\ u_3 = (-2, -1, 3, 3), & & v_3 = (-1, -4, -6, 4). \end{array}$$

Наћи бар једну базу као и димензију простора U, V, $U+V$ и $U \bigcap V$.

5. Нека је $L : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^4$ линеарно пресликавање векторског простора $\mathbb{R}^3$ у $\mathbb{R}^4$ дефинисано са $L(a,b,c) = (a+b+2c, a+2b+6c, 2a+b, -a+2c)$.
а) Одредити матрицу пресликавања L у односу на пар канонских база простора $\mathbb{R}^3$ и $\mathbb{R}^4$.
б) Одредити ранг, дефект и неке базе језгра и слике датог пресликавања L.