Линеарна алгебра и аналитичка геометрија **26.11.2011.**
Први колоквијум

1. Решити систем линеарних једначина над пољем $\mathbb{R}$:

$$\begin{array}{rcrcrcrcl} -x & + & 3y & + & 7z & + & 3t & = & 5 \\ x & + & y & + & z & + & t & = & 3 \\ -2x & + & y & + & 4z & + & t & = & 0 \\ -x & + & 2y & + & 5z & + & 2t & = & 3. \end{array}$$

2. Дата је матрица $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & 4 \\ 1 & -1 & -4 \end{bmatrix}$ из $M_3(\mathbb{R})$. Одредити A^{-1}.

3. Нека је $U = \{(a,b,c) \in \mathbb{R}^3 : a + 2b + 3c = 0\}$.

   а) Доказати да је U векторски потпростор простора $\mathbb{R}^3$ и одредити бар једну његову базу.

   б) Ако је $W = \{(a,b,c) \in \mathbb{R}^3 : b = c = 0\}$, доказати да је $\mathbb{R}^3 = U \oplus W$.

4. Нека су U и V потпростори векторског простора $\mathbb{R}^4$ генерисани редом векторима

$$\begin{array}{lcl} u_1 & = & (1,\ 1,\ 2,\ -3) \\ u_2 & = & (3,\ 1,\ 0,\ 2) \\ u_3 & = & (-1,\ 1,\ 4,\ -8), \end{array} \qquad \begin{array}{lcl} v_1 & = & (1,\ -1,\ -6,\ 5) \\ v_2 & = & (5,\ 1,\ -2,\ 7) \\ v_3 & = & (2,\ 1,\ 2,\ 1). \end{array}$$

Наћи бар једну базу као и димензију простора U, V, $U+V$ и $U \bigcap V$.

5. Одредити ранг матрице $A^T \cdot A$, где је $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$.

Линеарна алгебра и аналитичка геометрија **26.11.2011.**
Први колоквијум

1. Решити систем линеарних једначина над пољем $\mathbb{R}$:

$$\begin{array}{rcrcrcrcl} -x & + & 3y & + & 7z & + & 3t & = & 5 \\ x & + & y & + & z & + & t & = & 3 \\ -2x & + & y & + & 4z & + & t & = & 0 \\ -x & + & 2y & + & 5z & + & 2t & = & 3. \end{array}$$

2. Дата је матрица $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & 4 \\ 1 & -1 & -4 \end{bmatrix}$ из $M_3(\mathbb{R})$. Одредити A^{-1}.

3. Нека је $U = \{(a,b,c) \in \mathbb{R}^3 : a + 2b + 3c = 0\}$.

   а) Доказати да је U векторски потпростор простора $\mathbb{R}^3$ и одредити бар једну његову базу.

   б) Ако је $W = \{(a,b,c) \in \mathbb{R}^3 : b = c = 0\}$, доказати да је $\mathbb{R}^3 = U \oplus W$.

4. Нека су U и V потпростори векторског простора $\mathbb{R}^4$ генерисани редом векторима

$$\begin{array}{lcl} u_1 & = & (1,\ 1,\ 2,\ -3) \\ u_2 & = & (3,\ 1,\ 0,\ 2) \\ u_3 & = & (-1,\ 1,\ 4,\ -8), \end{array} \qquad \begin{array}{lcl} v_1 & = & (1,\ -1,\ -6,\ 5) \\ v_2 & = & (5,\ 1,\ -2,\ 7) \\ v_3 & = & (2,\ 1,\ 2,\ 1). \end{array}$$

Наћи бар једну базу као и димензију простора U, V, $U+V$ и $U \bigcap V$.

5. Одредити ранг матрице $A^T \cdot A$, где је $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$.