Линеарна алгебра и аналитичка геометрија, други колоквијум 31.1.2010.

Прва група

1. Израчунати вредност детерминанте $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 & 0 \\ 3 & 5 & 0 & 1 \\ 5 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 3 & 5 \end{vmatrix}$.

2. Наћи инверз матрице $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -5 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ користећи детерминанте и адјунговану матрицу.

3. Одредити карактеристични и минимални полином матрице $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 1 \\ 0 & 2 & 5 \end{bmatrix}$.
Затим одредити сопствене вредности и сопствене векторе матрице A.
Испитати да ли је матрица A дијагоналног типа и у случају да јесте, наћи инвертибилну матрицу P и дијагоналну D тако да је $D = P^{-1}AP$.

4. Доказати да је са
$(x_1, x_2, x_3, x_4) \circ (y_1, y_2, y_3, y_4) = x_1y_1 + x_2y_2 + 2x_3y_3 + 2x_4y_4$
дефинисан један скаларни производ на простору $\mathbb{R}^4$.

5. Нека је V потпростор простора $\mathbb{R}^4$ који је генерисан векторима
$f_1 = (0, 1, -1, 0),\ f_2 = (0, 1, 0, 1)$ и $f_3 = (1, -1, 0, 0)$.
Грам-Шмитовим поступком ортогонализације одредити ортонормирану базу за V.

Линеарна алгебра и аналитичка геометрија, други колоквијум 31.1.2010.

Прва група

1. Израчунати вредност детерминанте $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 & 0 \\ 3 & 5 & 0 & 1 \\ 5 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 3 & 5 \end{vmatrix}$.

2. Наћи инверз матрице $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -5 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ користећи детерминанте и адјунговану матрицу.

3. Одредити карактеристични и минимални полином матрице $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 1 \\ 0 & 2 & 5 \end{bmatrix}$.
Затим одредити сопствене вредности и сопствене векторе матрице A.
Испитати да ли је матрица A дијагоналног типа и у случају да јесте, наћи инвертибилну матрицу P и дијагоналну D тако да је $D = P^{-1}AP$.

4. Доказати да је са
$(x_1, x_2, x_3, x_4) \circ (y_1, y_2, y_3, y_4) = x_1y_1 + x_2y_2 + 2x_3y_3 + 2x_4y_4$
дефинисан један скаларни производ на простору $\mathbb{R}^4$.

5. Нека је V потпростор простора $\mathbb{R}^4$ који је генерисан векторима
$f_1 = (0, 1, -1, 0),\ f_2 = (0, 1, 0, 1)$ и $f_3 = (1, -1, 0, 0)$.
Грам-Шмитовим поступком ортогонализације одредити ортонормирану базу за V.

Линеарна алгебра и аналитичка геометрија, други колоквијум 31.1.2010.

Друга група

1. Израчунати вредност детерминанте $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 7 & 0 \\ 2 & 7 & 0 & 1 \\ 7 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 7 \end{vmatrix}$.

2. Наћи инверз матрице $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ користећи детерминанте и адјунговану матрицу.

3. Одредити карактеристични и минимални полином матрице $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 0 \\ -2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$.
Затим одредити сопствене вредности и сопствене векторе матрице A.
Испитати да ли је матрица A дијагоналног типа и у случају да јесте, наћи инвертибилну матрицу P и дијагоналну D тако да је $D = P^{-1}AP$.

4. Доказати да је са
$(x_1, x_2, x_3, x_4) \circ (y_1, y_2, y_3, y_4) = x_1y_1 + 2x_2y_2 + x_3y_3 + 2x_4y_4$
дефинисан један скаларни производ на простору $\mathbb{R}^4$.

5. Нека је V потпростор простора $\mathbb{R}^4$ који је генерисан векторима
$f_1 = (1, 1, 1, 1),\ f_2 = (1, 1, 0, 0)$ и $f_3 = (1, 0, 0, 0)$.
Грам-Шмитовим поступком ортогонализације одредити ортонормирану базу за V.

Линеарна алгебра и аналитичка геометрија, други колоквијум 31.1.2010.

Друга група

1. Израчунати вредност детерминанте $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 7 & 0 \\ 2 & 7 & 0 & 1 \\ 7 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 7 \end{vmatrix}$.

2. Наћи инверз матрице $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ користећи детерминанте и адјунговану матрицу.

3. Одредити карактеристични и минимални полином матрице $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 0 \\ -2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$.
Затим одредити сопствене вредности и сопствене векторе матрице A.
Испитати да ли је матрица A дијагоналног типа и у случају да јесте, наћи инвертибилну матрицу P и дијагоналну D тако да је $D = P^{-1}AP$.

4. Доказати да је са
$(x_1, x_2, x_3, x_4) \circ (y_1, y_2, y_3, y_4) = x_1y_1 + 2x_2y_2 + x_3y_3 + 2x_4y_4$
дефинисан један скаларни производ на простору $\mathbb{R}^4$.

5. Нека је V потпростор простора $\mathbb{R}^4$ који је генерисан векторима
$f_1 = (1, 1, 1, 1),\ f_2 = (1, 1, 0, 0)$ и $f_3 = (1, 0, 0, 0)$.
Грам-Шмитовим поступком ортогонализације одредити ортонормирану базу за V.