**Линеарна алгебра и аналитичка геометрија** **15.01.2011.**
**Други колоквијум, прва група**

1. Израчунати $\begin{vmatrix} 15 & 1 & 20 & 11 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & -5 & 1 \\ 3 & 2 & 0 & 2 \end{vmatrix}$.

2. Нека је $L : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ линеарни оператор векторског простора $\mathbb{R}^3$ дефинисан са
$L(x, y, z) = (2x + y + z, x + y + 3z, x + y + 2z)$.
Одредити матрицу оператора $L$ у односу на канонску базу $e$ простора $\mathbb{R}^3$.
Испитати да ли је $L$ инвертибилан и у случају да јесте, одредити матрицу оператора $L^{-1}$ у односу на базу $e$.

3. Одредити карактеристични и минимални полином матрице $A = \begin{bmatrix} -1 & -6 & -3 \\ 3 & 8 & 3 \\ -6 & -12 & -4 \end{bmatrix}$.
Затим одредити сопствене вредности и сопствене векторе матрице $A$.
Испитати да ли је матрица $A$ дијагоналног типа и ако јесте одредити инверзибилну матрицу $P$ и дијагоналну матрицу $D$ тако да је $A = P^{-1}DP$.

4. Доказати да је са $(x_1, x_2, x_3) \circ (y_1, y_2, y_3) = 2x_1y_1 - 2x_1y_2 + 3x_1y_3 - 2x_2y_1 + 4x_2y_2 + 3x_3y_1 + 10x_3y_3$ дефинисан скаларни производ на $\mathbb{R}^3$.

5. Нека је $U$ потпростор простора $\mathbb{R}^4$ генерисан векторима
$u_1 = (1, 4, 2, 2)$,$u_2 = (-1, 0, 1, 2)$ и $u_3 = (3, 3, 0, 0)$.
Грам-Шмитовим поступком ортогонализације одредити ортонормирану базу за $U$.

---

**Линеарна алгебра и аналитичка геометрија** **15.01.2011.**
**Други колоквијум, прва група**

1. Израчунати $\begin{vmatrix} 15 & 1 & 20 & 11 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & -5 & 1 \\ 3 & 2 & 0 & 2 \end{vmatrix}$.

2. Нека је $L : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ линеарни оператор векторског простора $\mathbb{R}^3$ дефинисан са
$L(x, y, z) = (2x + y + z, x + y + 3z, x + y + 2z)$.
Одредити матрицу оператора $L$ у односу на канонску базу $e$ простора $\mathbb{R}^3$.
Испитати да ли је $L$ инвертибилан и у случају да јесте, одредити матрицу оператора $L^{-1}$ у односу на базу $e$.

3. Одредити карактеристични и минимални полином матрице $A = \begin{bmatrix} -1 & -6 & -3 \\ 3 & 8 & 3 \\ -6 & -12 & -4 \end{bmatrix}$.
Затим одредити сопствене вредности и сопствене векторе матрице $A$.
Испитати да ли је матрица $A$ дијагоналног типа и ако јесте одредити инверзибилну матрицу $P$ и дијагоналну матрицу $D$ тако да је $A = P^{-1}DP$.

4. Доказати да је са $(x_1, x_2, x_3) \circ (y_1, y_2, y_3) = 2x_1y_1 - 2x_1y_2 + 3x_1y_3 - 2x_2y_1 + 4x_2y_2 + 3x_3y_1 + 10x_3y_3$ дефинисан скаларни производ на $\mathbb{R}^3$.

5. Нека је $U$ потпростор простора $\mathbb{R}^4$ генерисан векторима
$u_1 = (1, 4, 2, 2)$,$u_2 = (-1, 0, 1, 2)$ и $u_3 = (3, 3, 0, 0)$.
Грам-Шмитовим поступком ортогонализације одредити ортонормирану базу за $U$.