

Linearna algebra i analitička geometrija, 10.9.2008.

Zadaci

1. Rešiti sistem linearnih jednačina:

$$\begin{aligned}2x + 5y - 8z - t &= 7 \\4x + 3y - 9z + t &= 10 \\2x + 3y - 5z - 3t &= 4 \\x + 8y - 7z + 2t &= 14.\end{aligned}$$

2. Neka je U potprostor vektorskog prostora $M_2(\mathbb{R})$ generisan vektorima:

$$u_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, u_2 = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, u_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix},$$

a V potprostor generisan vektorima:

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, v_3 = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & -4 \end{pmatrix}.$$

Naći bazu i dimenziju za prostore U , V , $U + V$ i $U \cap V$.

3. Neka je $L : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ linearni operator vektorskog prostora \mathbb{R}^3 definisan sa

$$L(x, y, z) = (3x - 2z, 5y + 7z, x + y + z).$$

a) Odrediti matricu operatora L u odnosu na kanonsku bazu e prostora \mathbb{R}^3 .

b) Ispitati da li je L invertibilan i u slučaju da jeste, odrediti matricu operatora L^{-1} u odnosu na bazu e .

4. Data je matrica

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix}.$$

a) Odrediti karakteristični i minimalni polinom matrice A .

b) Izračunati sopstvene vrednosti i sopstvene vektore matrice A .

c) Ispitati da li je matrica A dijagonalnog tipa i u slučaju da jeste naći invertibilnu matricu P i dijagonalnu D tako da je $D = P^{-1}AP$.

5. Odrediti ugao koji vektor $u = (1, 0, -1)$ zaklapa sa skupom rešenja W jednačine $-2x + y + z = 0$ u \mathbb{R}^3 u odnosu na standardni skalarni proizvod.

6. U euklidskom vektorskom prostoru \mathbb{R}^4 sa standardnim skalarnim proizvodom dat je potprostor U generisan vektorima: $(1, -2, 3, 4)$ i $(3, -5, 7, 8)$.

Odrediti ortonormiranu bazu potprostora U .

Teorija

1. Baza i dimenzija. Koordinate vektora.
2. Definisati jezgro linearnog preslikavanja i dokazati da je ono jedan potprostor domena.
3. Determinante n -tog reda.
4. Ortogonalnost (dva vektora, dva skupa). Ortogonalni komplement. Ortogonalna projekcija.
5. DT: Simetrični operatori. / ZR: Hermitski operatori.