Линеарна алгебра Б, 1. колоквијум за 3. ток *12. април 2010.*

1. У простору $M_2(\mathbb{R})$ дати су следећи скупови:
   - скуп U свих матрица које комутирају са матрицом $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$;
   - скуп W свих матрица чији је траг једнак нули.

   а) Доказати да су U и W потпростори векторског простора $M_2(\mathbb{R})$.

   б) Одредити бар по једну базу и димензију за U, W, $U+W$ и $U \cap W$.

   в) Да ли је сума $U+W$ директна?

2. Одредити димензију и бар по једну базу простора U, W, $U+W$ и $U \cap W$ где је $U = \mathcal{L}(e_1, e_2, e_3)$ и $W = \mathcal{L}(f_1, f_2, f_3)$.

$$\begin{array}{rcl} e_1 &=& 2 - 5x + 3x^2 + 4x^3, \\ e_2 &=& 1 + 2x - 7x^3, \\ e_3 &=& 3 - 6x + 2x^2 + 5x^3, \end{array} \qquad \begin{array}{rcl} f_1 &=& 2 - 4x^2 + 6x^3, \\ f_2 &=& 1 + x + x^2 + x^3, \\ f_3 &=& 3 + 3x + x^2 + 5x^3. \end{array}$$

3. Нека је V векторски простор димензије n, U и W потпростори од V такви да је $\dim U = n-1$, $\dim W = n-2$ и W није садржан у U.

   а) Доказати да је $\dim(U+W) > n-1$.

   б) Доказати да је $U+W=V$.

   в) Одредити $\dim(U \cap W)$.

Линеарна алгебра Б, 1. колоквијум за 3. ток *12. април 2010.*

1. У простору $M_2(\mathbb{R})$ дати су следећи скупови:
   - скуп U свих матрица које комутирају са матрицом $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$;
   - скуп W свих матрица чији је траг једнак нули.

   а) Доказати да су U и W потпростори векторског простора $M_2(\mathbb{R})$.

   б) Одредити бар по једну базу и димензију за U, W, $U+W$ и $U \cap W$.

   в) Да ли је сума $U+W$ директна?

2. Одредити димензију и бар по једну базу простора U, W, $U+W$ и $U \cap W$ где је $U = \mathcal{L}(e_1, e_2, e_3)$ и $W = \mathcal{L}(f_1, f_2, f_3)$.

$$\begin{array}{rcl} e_1 &=& 2 - 5x + 3x^2 + 4x^3, \\ e_2 &=& 1 + 2x - 7x^3, \\ e_3 &=& 3 - 6x + 2x^2 + 5x^3, \end{array} \qquad \begin{array}{rcl} f_1 &=& 2 - 4x^2 + 6x^3, \\ f_2 &=& 1 + x + x^2 + x^3, \\ f_3 &=& 3 + 3x + x^2 + 5x^3. \end{array}$$

3. Нека је V векторски простор димензије n, U и W потпростори од V такви да је $\dim U = n-1$, $\dim W = n-2$ и W није садржан у U.

   а) Доказати да је $\dim(U+W) > n-1$.

   б) Доказати да је $U+W=V$.

   в) Одредити $\dim(U \cap W)$.