Први колоквијум из Линеарне алгебре Б, други ток

А Нека је $\mathrm{V} = \mathbb{R}^3[\mathrm{X}]$ и пресликавање $\mathrm{L} : \mathrm{V} \to \mathrm{V}$ дефинисано са

$$\mathrm{L}(\mathrm{p}) = (\mathrm{X} + \mathrm{X}^2) \cdot \mathrm{p}(1) + (\mathrm{X} - \mathrm{X}^2) \cdot \mathrm{p}'(0) + (2 - 2\mathrm{X}^2) \cdot \mathrm{p}(0).$$

1° Наћи матрицу A линеарног оператора L у односу на канонску базу $e = [1, X, X^2]$ простора V.

2° Израчунати карактеристични и минимални полином оператора L.

3° Одредити сопствене вредности и сопствене векторе оператора L.

4° Испитати да ли је L дијагоналног типа. У случају да јесте, наћи базу простора V у којој L има дијагоналну матрицу.

Б Одредити детерминанту

$$\begin{vmatrix} x & a_1 & a_2 & \dots & a_n \\ a_1 & x & a_2 & \dots & a_n \\ a_1 & a_2 & x & \dots & a_n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_1 & a_2 & a_3 & \dots & x \end{vmatrix}.$$

В У зависности од параметра $a \in \mathbb{R}$ решити систем линеарних једначина применом Крамеровог правила

$$\begin{array}{ccccccc} x & + & y & + & z & = & a+1 \\ (1+a)x & + & (4a+1)y & + & (2a-1)z & = & 4a+1 \\ 2x & + & 2ay & + & 2z & = & a+4. \end{array}$$

Први колоквијум из Линеарне алгебре Б, други ток

А Нека је $\mathrm{V} = \mathbb{R}^3[\mathrm{X}]$ и пресликавање $\mathrm{L} : \mathrm{V} \to \mathrm{V}$ дефинисано са

$$\mathrm{L}(\mathrm{p}) = (\mathrm{X} + \mathrm{X}^2) \cdot \mathrm{p}(1) + (\mathrm{X} - \mathrm{X}^2) \cdot \mathrm{p}'(0) + (2 - 2\mathrm{X}^2) \cdot \mathrm{p}(0).$$

1° Наћи матрицу A линеарног оператора L у односу на канонску базу $e = [1, X, X^2]$ простора V.

2° Израчунати карактеристични и минимални полином оператора L.

3° Одредити сопствене вредности и сопствене векторе оператора L.

4° Испитати да ли је L дијагоналног типа. У случају да јесте, наћи базу простора V у којој L има дијагоналну матрицу.

Б Одредити детерминанту

$$\begin{vmatrix} x & a_1 & a_2 & \dots & a_n \\ a_1 & x & a_2 & \dots & a_n \\ a_1 & a_2 & x & \dots & a_n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_1 & a_2 & a_3 & \dots & x \end{vmatrix}.$$

В У зависности од параметра $a \in \mathbb{R}$ решити систем линеарних једначина применом Крамеровог правила

$$\begin{array}{ccccccc} x & + & y & + & z & = & a+1 \\ (1+a)x & + & (4a+1)y & + & (2a-1)z & = & 4a+1 \\ 2x & + & 2ay & + & 2z & = & a+4. \end{array}$$