## Линеарна алгебра Б, шк.г. 2009/2010.
## ЈУНСКИ ИСПИТНИ РОК (четврти ток) - ЗАДАЦИ
## 23.06.2010.

**1.** Нека је $V$ векторски простор и $L : V \to V$ линеарно пресликавање такво да је $L^3 = 0$ и $L^2 \neq 0$. Доказати да постоји вектор $v \in V$ такав да је скуп $\{v, L(v), L^2(v)\}$ линеарно независан.

**2.** Нека је $e = [e_1, e_2, e_3]$ база векторског простора $V$ над $\mathbb{R}$.

(а) Доказати да је са $(\alpha e_1 + \beta e_2 + \gamma e_3) \circ (ae_1 + be_2 + ce_3) = 2\alpha a + \alpha b + \beta a + 4\beta b + \beta c + \gamma b + 2\gamma c$ задат скаларни производ на $V$.

(б) Одредити барем једну ОНБ у односу на овај скаларни производ.

**3.** Нека је $V$ скуп свих вектора из $\mathbb{R}^3$ који задовољава систем једначина

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 - x_4 &= 0 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 &= 0. \end{aligned}$$

Одредити ортогоналну пројекцију вектора $a = (1, 2, 2, 9)$ на $V^\perp$ као и $d(a, V^\perp)$.

**4.** У еуклидском векторском простору $\mathbb{R}^3$ дата је квадратна форма $\Phi$ са

$$\Phi(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 + 4xy + 4yz + 4xz.$$

Наћи бар једну ортонормирану базу овог простора у односу на коју форма $\Phi$ има кононски облик и изразити форму $\Phi$ преко координата у нађеној бази.

*Резултати ће бити објављени на сајту* www.algebra.matf.bg.ac.rs.


## Линеарна алгебра Б, шк.г. 2009/2010.
## ЈУНСКИ ИСПИТНИ РОК (четврти ток) - ЗАДАЦИ
## 23.06.2010.

**1.** Нека је $V$ векторски простор и $L : V \to V$ линеарно пресликавање такво да је $L^3 = 0$ и $L^2 \neq 0$. Доказати да постоји вектор $v \in V$ такав да је скуп $\{v, L(v), L^2(v)\}$ линеарно независан.

**2.** Нека је $e = [e_1, e_2, e_3]$ база векторског простора $V$ над $\mathbb{R}$.

(а) Доказати да је са $(\alpha e_1 + \beta e_2 + \gamma e_3) \circ (ae_1 + be_2 + ce_3) = 2\alpha a + \alpha b + \beta a + 4\beta b + \beta c + \gamma b + 2\gamma c$ задат скаларни производ на $V$.

(б) Одредити барем једну ОНБ у односу на овај скаларни производ.

**3.** Нека је $V$ скуп свих вектора из $\mathbb{R}^3$ који задовољава систем једначина

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 - x_4 &= 0 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 &= 0. \end{aligned}$$

Одредити ортогоналну пројекцију вектора $a = (1, 2, 2, 9)$ на $V^\perp$ као и $d(a, V^\perp)$.

**4.** У еуклидском векторском простору $\mathbb{R}^3$ дата је квадратна форма $\Phi$ са

$$\Phi(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 + 4xy + 4yz + 4xz.$$

Наћи бар једну ортонормирану базу овог простора у односу на коју форма $\Phi$ има кононски облик и изразити форму $\Phi$ преко координата у нађеној бази.

*Резултати ће бити објављени на сајту* www.algebra.matf.bg.ac.rs.