Линеарна алгебра Б, други ток **26. јун 2011.**

$\boxed{1}$ Одредити карактеристични полином као и сопствене вредности матрице

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 & \dots & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix} \in M_n(\mathbb{R}).$$

$\boxed{2}$ Нека је V еуклидски векторски простор $\mathbb{R}^4$ и нека је U скуп свих решења система линеарних једначина

$$\begin{array}{ccccccccc} x & + & y & + & z & - & t & = & 0 \\ 5x & + & 5y & + & 3z & - & 3t & = & 0. \end{array}$$

а) Одредити ортогоналну пројекцију вектора $v = (1,1,1,1)$ на потпростор U.

б) Одредити растојање вектора v од потпростора U, као и угао који вектор v заклапа са потпростором U.

$\boxed{3}$ Нека је $e = [e_1, e_2, e_3]$ ортонормирана база еуклидског векторског простора V и нека је дата квадратна форма Φ на V на следећи начин:

$$\Phi(v) = 2x^2 + y^2 + 2z^2 + 2xz, \quad v = xe_1 + ye_2 + ze_3.$$

а) Одредити бар једну ортонормирану базу $f = [f_1, f_2, f_3]$ простора V у којој форма Φ има канонски облик.

б) Изразити Φ преко координата x', y', z' у новој бази f.

в) Написати одговарајуће формуле трансформације координата.

$\boxed{4}$ Нека је $L : V \to V$ линеарни оператор векторског простора V такав да је $L^3 = O$ и да је $V = \mathrm{Ker}\, L + \mathrm{Im}\, L$.
Доказати да је $L^2 = O$. Да ли је тада и $L = O$?

Линеарна алгебра Б, други ток **26. јун 2011.**

$\boxed{1}$ Одредити карактеристични полином као и сопствене вредности матрице

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 & \dots & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix} \in M_n(\mathbb{R}).$$

$\boxed{2}$ Нека је V еуклидски векторски простор $\mathbb{R}^4$ и нека је U скуп свих решења система линеарних једначина

$$\begin{array}{ccccccccc} x & + & y & + & z & - & t & = & 0 \\ 5x & + & 5y & + & 3z & - & 3t & = & 0. \end{array}$$

а) Одредити ортогоналну пројекцију вектора $v = (1,1,1,1)$ на потпростор U.

б) Одредити растојање вектора v од потпростора U, као и угао који вектор v заклапа са потпростором U.

$\boxed{3}$ Нека је $e = [e_1, e_2, e_3]$ ортонормирана база еуклидског векторског простора V и нека је дата квадратна форма Φ на V на следећи начин:

$$\Phi(v) = 2x^2 + y^2 + 2z^2 + 2xz, \quad v = xe_1 + ye_2 + ze_3.$$

а) Одредити бар једну ортонормирану базу $f = [f_1, f_2, f_3]$ простора V у којој форма Φ има канонски облик.

б) Изразити Φ преко координата x', y', z' у новој бази f.

в) Написати одговарајуће формуле трансформације координата.

$\boxed{4}$ Нека је $L : V \to V$ линеарни оператор векторског простора V такав да је $L^3 = O$ и да је $V = \mathrm{Ker}\, L + \mathrm{Im}\, L$.
Доказати да је $L^2 = O$. Да ли је тада и $L = O$?