

Колоквијум из Линеарне алгебре Б, 12. мај 2012. трети ток

A Нека је $V = \mathbb{R}^3[X]$ и пресликање $L : V \rightarrow V$ дефинисано са

$$L(p) = (2 + 2X + X^2) \cdot p(1) - X \cdot p(2) - (1 - 2X + 2X^2) \cdot p'(0).$$

- 1° Наћи матрицу A линеарног оператора L у односу на канонску базу $e = [1, X, X^2]$ простора V .
- 2° Одредити карактеристични и минимални полином оператора L .
- 3° Одредити сопствене вредности и сопствене векторе оператора L .
- 4° Испитати да ли је L дијагоналног типа. У случају да јесте, наћи бар једну базу f простора V у којој L има дијагоналну матрицу D . Одредити и матрицу преласка P са базе e на базу f .

B Одредити детерминанту

$$\begin{vmatrix} a_1 & a_1 & a_1 & \dots & a_1 & a_1 \\ a_1 & a_2 & a_2 & \dots & a_2 & a_2 \\ a_1 & a_2 & a_3 & \dots & a_3 & a_3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_1 & a_2 & a_3 & \dots & a_{n-1} & a_{n-1} \\ a_1 & a_2 & a_3 & \dots & a_{n-1} & a_n \end{vmatrix}.$$

B У зависности од параметра $a \in \mathbb{R}$ решити систем линеарних једначина применом Крамеровог правила

$$\begin{aligned} x + ay - z &= 1 \\ -2x - ay + 3z &= -4 \\ -x - ay + az &= a+1. \end{aligned}$$

Теорија

1 Системи линеарних једначина- навести основне теореме

2 Детерминанте- навести основна својства

Колоквијум из Линеарне алгебре Б, 12. мај 2012. трети ток

A Нека је $V = \mathbb{R}^3[X]$ и пресликање $L : V \rightarrow V$ дефинисано са

$$L(p) = (2 + 2X + X^2) \cdot p(1) - X \cdot p(2) - (1 - 2X + 2X^2) \cdot p'(0).$$

- 1° Наћи матрицу A линеарног оператора L у односу на канонску базу $e = [1, X, X^2]$ простора V .
- 2° Одредити карактеристични и минимални полином оператора L .
- 3° Одредити сопствене вредности и сопствене векторе оператора L .
- 4° Испитати да ли је L дијагоналног типа. У случају да јесте, наћи бар једну базу f простора V у којој L има дијагоналну матрицу D . Одредити и матрицу преласка P са базе e на базу f .

B Одредити детерминанту

$$\begin{vmatrix} a_1 & a_1 & a_1 & \dots & a_1 & a_1 \\ a_1 & a_2 & a_2 & \dots & a_2 & a_2 \\ a_1 & a_2 & a_3 & \dots & a_3 & a_3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_1 & a_2 & a_3 & \dots & a_{n-1} & a_{n-1} \\ a_1 & a_2 & a_3 & \dots & a_{n-1} & a_n \end{vmatrix}.$$

B У зависности од параметра $a \in \mathbb{R}$ решити систем линеарних једначина применом Крамеровог правила

$$\begin{aligned} x + ay - z &= 1 \\ -2x - ay + 3z &= -4 \\ -x - ay + az &= a+1. \end{aligned}$$

Теорија

1 Системи линеарних једначина- навести основне теореме

2 Детерминанте- навести основна својства