Колоквијум из Линеарне алгебре Б, 12. мај 2013.
трећи ток

А Нека је $V = \mathbb{R}^3[X]$ и пресликавање $L : V \to V$ дефинисано са

$$L(p) = p(X) + (X-3)\cdot p(1) - (2X-2)\cdot p'(1).$$

1° Доказати да је пресликавање $L : V \to V$ линеарни оператор простора V.

2° Наћи матрицу A линеарног оператора L у односу на канонску базу $e = [1, X, X^2]$ простора V.

3° Одредити ранг и дефект линеарног пресликавања L.

4° Испитати да ли је оператор L инверзибилан? Ако јесте, наћи матрицу оператора L^{-1} у односу на канонску базу e, као и $L^{-1}(3 + 2X - X^2)$.

5° Ако је $f_1 = 1 - 2X + X^2$, $f_2 = 1 - X$, $f_3 = 1$, доказати да је $f = [f_1, f_2, f_3]$ база простора V, а затим наћи матрицу линеарног пресликавања L у односу на базу f.

Б Нека је $\mathrm{V} = \mathbb{R}^3$ и пресликавање $\mathrm{L} : \mathrm{V} \to \mathrm{V}$ дефинисано са

$$\mathrm{L}(x, y, z) = (-x + 4y - 2z, -2x + 5y - 2z, -x + 2y).$$

1° Наћи матрицу A линеарног оператора L у односу на канонску базу e простора V.

2° Одредити карактеристични и минимални полином оператора L.

3° Одредити сопствене вредности и сопствене векторе оператора L.

4° Испитати да ли је L дијагоналног типа. У случају да јесте, наћи бар једну базу f простора V у којој оператор L има дијагоналну матрицу D.

В У зависности од параметра $a \in \mathbb{R}$ решити систем линеарних једначина применом Крамеровог правила

$$\begin{array}{rcccccl} x & + & y & + & az & = & 1 \\ ax & + & ay & + & z & = & 1 \\ (2a-1)x & + & ay & + & z & = & 2-a. \end{array}$$

Колоквијум из Линеарне алгебре Б, 12. мај 2013.
трећи ток

А Нека је $V = \mathbb{R}^3[X]$ и пресликавање $L : V \to V$ дефинисано са

$$L(p) = p(X) + (X-3)\cdot p(1) - (2X-2)\cdot p'(1).$$

1° Доказати да је пресликавање $L : V \to V$ линеарни оператор простора V.

2° Наћи матрицу A линеарног оператора L у односу на канонску базу $e = [1, X, X^2]$ простора V.

3° Одредити ранг и дефект линеарног пресликавања L.

4° Испитати да ли је оператор L инверзибилан? Ако јесте, наћи матрицу оператора L^{-1} у односу на канонску базу e, као и $L^{-1}(3 + 2X - X^2)$.

5° Ако је $f_1 = 1 - 2X + X^2$, $f_2 = 1 - X$, $f_3 = 1$, доказати да је $f = [f_1, f_2, f_3]$ база простора V, а затим наћи матрицу линеарног пресликавања L у односу на базу f.

Б Нека је $\mathrm{V} = \mathbb{R}^3$ и пресликавање $\mathrm{L} : \mathrm{V} \to \mathrm{V}$ дефинисано са

$$\mathrm{L}(x, y, z) = (-x + 4y - 2z, -2x + 5y - 2z, -x + 2y).$$

1° Наћи матрицу A линеарног оператора L у односу на канонску базу e простора V.

2° Одредити карактеристични и минимални полином оператора L.

3° Одредити сопствене вредности и сопствене векторе оператора L.

4° Испитати да ли је L дијагоналног типа. У случају да јесте, наћи бар једну базу f простора V у којој оператор L има дијагоналну матрицу D.

В У зависности од параметра $a \in \mathbb{R}$ решити систем линеарних једначина применом Крамеровог правила

$$\begin{array}{rcccccl} x & + & y & + & az & = & 1 \\ ax & + & ay & + & z & = & 1 \\ (2a-1)x & + & ay & + & z & = & 2-a. \end{array}$$