

---

---

**Линеарна алгебра Б, шк.г. 2009/2010.**  
**ОКТОБАРСКИ ИСПИТНИ РОК (четврти ток) - ЗАДАЦИ**  
**13.09.2010.**

---

---

1. Нека је  $L$  линеарни оператор векторског простора  $V$  за који важи  $L^2 = L$ . Доказати да постоје потпростори  $U$  и  $W$  векторског простора  $V$  за које важи  $U \oplus W = V$  и за свако  $u \in U$  и свако  $w \in W$  је  $L(u + w) = u$ .

2. У векторском простору  $V = \mathbb{R}^3[X]$  дато је пресликавање  $\circ$  формулом:

$$(a + bX + cX^2) \circ (\alpha + \beta X + \gamma X^2) = a\alpha + 2b\beta + 2c\gamma - a\beta - b\alpha - b\gamma - c\beta.$$

(а) Доказати да је  $\circ$  задат скаларни производ на  $V$ .

(б) Одредити барем једну ОНБ у односу на овај скаларни производ.

3. Нека је  $V$  потпростор векторског простора  $\mathbb{R}^5$  који је генерисан векторима  $a = (-1, 2, 3, 2, 1)$  и  $b = (2, -1, 7, 4, 2)$ . Одредити ортогоналну пројекцију вектора  $w = (-2, 7, 10, 4, 3)$  на  $V$  и  $V^\perp$ . Којем од простора  $V$  и  $V^\perp$  је ближи вектор  $w$ ?

4. У еуклидском векторском простору  $\mathbb{R}^3$  дата је квадратна форма  $\Phi$  са

$$\Phi(x, y, z) = 2x^2 - y^2 + 2z^2 + 4xy + 4yz + 8xz.$$

Наћи бар једну ортонормирану базу овог простора у односу на коју форма  $\Phi$  има канонски облик и изразити форму  $\Phi$  преко координата у нађеној бази.

*Резултати ће бити објављени на сајту [www.algebra.matf.bg.ac.rs](http://www.algebra.matf.bg.ac.rs).*

---

---

**Линеарна алгебра Б, шк.г. 2009/2010.**  
**ОКТОБАРСКИ ИСПИТНИ РОК (четврти ток) - ЗАДАЦИ**  
**13.09.2010.**

---

---

1. Нека је  $L$  линеарни оператор векторског простора  $V$  за који важи  $L^2 = L$ . Доказати да постоје потпростори  $U$  и  $W$  векторског простора  $V$  за које важи  $U \oplus W = V$  и за свако  $u \in U$  и свако  $w \in W$  је  $L(u + w) = u$ .

2. У векторском простору  $V = \mathbb{R}^3[X]$  дато је пресликавање  $\circ$  формулом:

$$(a + bX + cX^2) \circ (\alpha + \beta X + \gamma X^2) = a\alpha + 2b\beta + 2c\gamma - a\beta - b\alpha - b\gamma - c\beta.$$

(а) Доказати да је  $\circ$  задат скаларни производ на  $V$ .

(б) Одредити барем једну ОНБ у односу на овај скаларни производ.

3. Нека је  $V$  потпростор векторског простора  $\mathbb{R}^5$  који је генерисан векторима  $a = (-1, 2, 3, 2, 1)$  и  $b = (2, -1, 7, 4, 2)$ . Одредити ортогоналну пројекцију вектора  $w = (-2, 7, 10, 4, 3)$  на  $V$  и  $V^\perp$ . Којем од простора  $V$  и  $V^\perp$  је ближи вектор  $w$ ?

4. У еуклидском векторском простору  $\mathbb{R}^3$  дата је квадратна форма  $\Phi$  са

$$\Phi(x, y, z) = 2x^2 - y^2 + 4z^2 + 4xy + 4yz + 8xz.$$

Наћи бар једну ортонормирану базу овог простора у односу на коју форма  $\Phi$  има канонски облик и изразити форму  $\Phi$  преко координата у нађеној бази.

*Резултати ће бити објављени на сајту [www.algebra.matf.bg.ac.rs](http://www.algebra.matf.bg.ac.rs).*