Математичка логика у рачунарству 2008/2009., први колоквијум *12. децембар 2008.*

1. Нека су a и b произвољни скупови. Дефинишимо скуп $\langle a, b\rangle = \{\{a, \emptyset\}, \{b, \{\emptyset\}\}\}$. Показати да из $\langle a, b\rangle = \langle a', b'\rangle$ следи $a = a'$ и $b = b'$.
2. Нека је R рефлексивна и транзитивна релација на скупу A. Нека је E релација на A дефинисана са: $a\,E\,b$ ако и само ако $a\,R\,b$ и $b\,R\,a$. Показати да је E еквиваленција. На количничком скупу $A/_E$ дефинишемо релацију $R/_E$ са: $[a]\,R/_E\,[b]$ ако и само ако $a\,R\,b$. Показати да дефиниција не зависи од избора представника за класе $[a]$ и $[b]$. Показати да је $R/_E$ поредак на $A/_E$.
3. Ако су κ и λ произвољни кардинали, показати да је $\kappa^\lambda \leq 2^{\lambda\cdot\kappa}$.
4. Показати: $\models \neg A \vee B$ и $\models \neg C \vee \neg B$ повлачи $\models A \Rightarrow \neg C$.
5. Показати: $A \wedge (B \wedge C) \vdash B$.[a]
6. Показати да у произвољној Буловој алгебри важи: $x \vee y = x' \vee y'$ ако и само ако $x' = y$.
7. (а) Дефинисати филтер у Буловој алгебри.
   (б) Навести примере атомичних и безатомичних Булових алгебри.
   (в) Теорема у ултрафилтеру.
   (г) Стонова теорема о репрезентацији.
8. Теорема потпуности за исказни рачун.

[a] У доказу се могу користити следеће теореме: $\vdash A \Rightarrow A$; $A \Rightarrow B, B \Rightarrow C \vdash A \Rightarrow C$; $A, \neg A \vdash B$; $\vdash A \Rightarrow \neg\neg A$; $\vdash \neg\neg A \Rightarrow A$; $\vdash (A \Rightarrow B) \Rightarrow (\neg B \Rightarrow \neg A)$.

Математичка логика у рачунарству 2008/2009., први колоквијум *12. децембар 2008.*

1. Нека су a и b произвољни скупови. Дефинишимо скуп $\langle a, b\rangle = \{\{a, \emptyset\}, \{b, \{\emptyset\}\}\}$. Показати да из $\langle a, b\rangle = \langle a', b'\rangle$ следи $a = a'$ и $b = b'$.
2. Нека је R рефлексивна и транзитивна релација на скупу A. Нека је E релација на A дефинисана са: $a\,E\,b$ ако и само ако $a\,R\,b$ и $b\,R\,a$. Показати да је E еквиваленција. На количничком скупу $A/_E$ дефинишемо релацију $R/_E$ са: $[a]\,R/_E\,[b]$ ако и само ако $a\,R\,b$. Показати да дефиниција не зависи од избора представника за класе $[a]$ и $[b]$. Показати да је $R/_E$ поредак на $A/_E$.
3. Ако су κ и λ произвољни кардинали, показати да је $\kappa^\lambda \leq 2^{\lambda\cdot\kappa}$.
4. Показати: $\models \neg A \vee B$ и $\models \neg C \vee \neg B$ повлачи $\models A \Rightarrow \neg C$.
5. Показати: $A \wedge (B \wedge C) \vdash B$.[a]
6. Показати да у произвољној Буловој алгебри важи: $x \vee y = x' \vee y'$ ако и само ако $x' = y$.
7. (а) Дефинисати филтер у Буловој алгебри.
   (б) Навести примере атомичних и безатомичних Булових алгебри.
   (в) Теорема у ултрафилтеру.
   (г) Стонова теорема о репрезентацији.
8. Теорема потпуности за исказни рачун.

[a] У доказу се могу користити следеће теореме: $\vdash A \Rightarrow A$; $A \Rightarrow B, B \Rightarrow C \vdash A \Rightarrow C$; $A, \neg A \vdash B$; $\vdash A \Rightarrow \neg\neg A$; $\vdash \neg\neg A \Rightarrow A$; $\vdash (A \Rightarrow B) \Rightarrow (\neg B \Rightarrow \neg A)$.